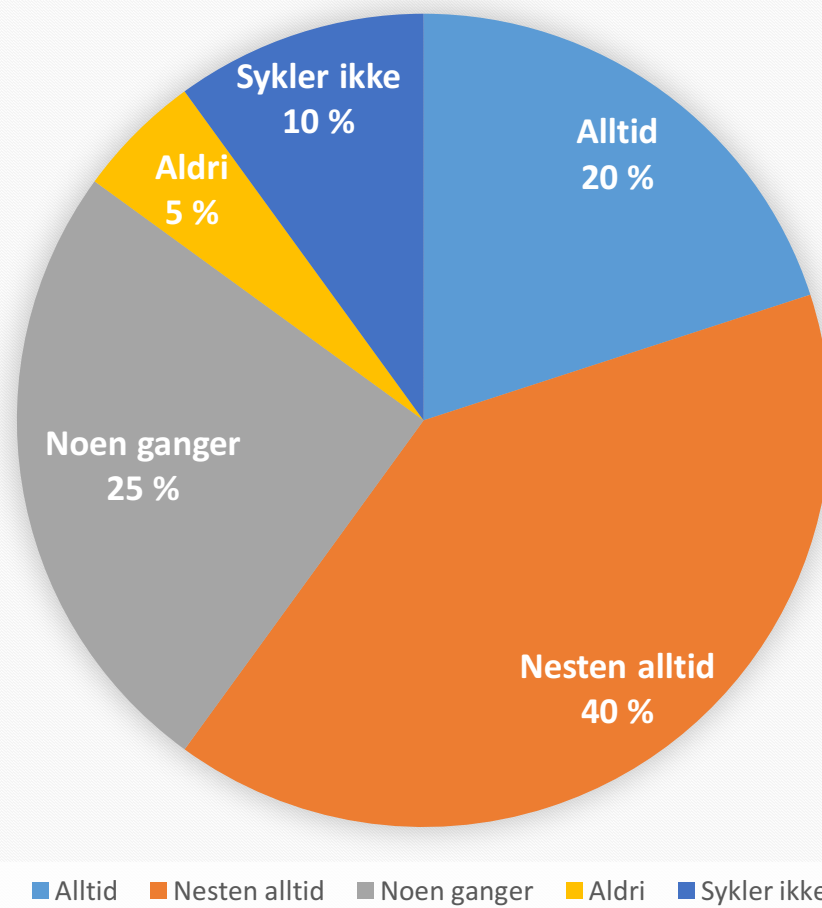


Oppgave 1

Undersøkelse over hvor mange av elevene ved en skole som bruker sykkelhjelme



Oppgave 2

a)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Datamateriale														
2		25	30	26	24	32	25	27	30	28	31	24	35	32	33
3	Gjennomsnitt	28,7													
4	Standardavvik	3,5													

FORMLER BRUKT:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Datamateriale														
2		25	30	26	24	32	25	27	30	28	31	24	35	32	33
3	Gjennomsnitt	=GJENNOMSNIITT(B2:O2)													
4	Standardavvik	=STDAV.P(B2:O2)													

Gjennomsnitt: 28,7

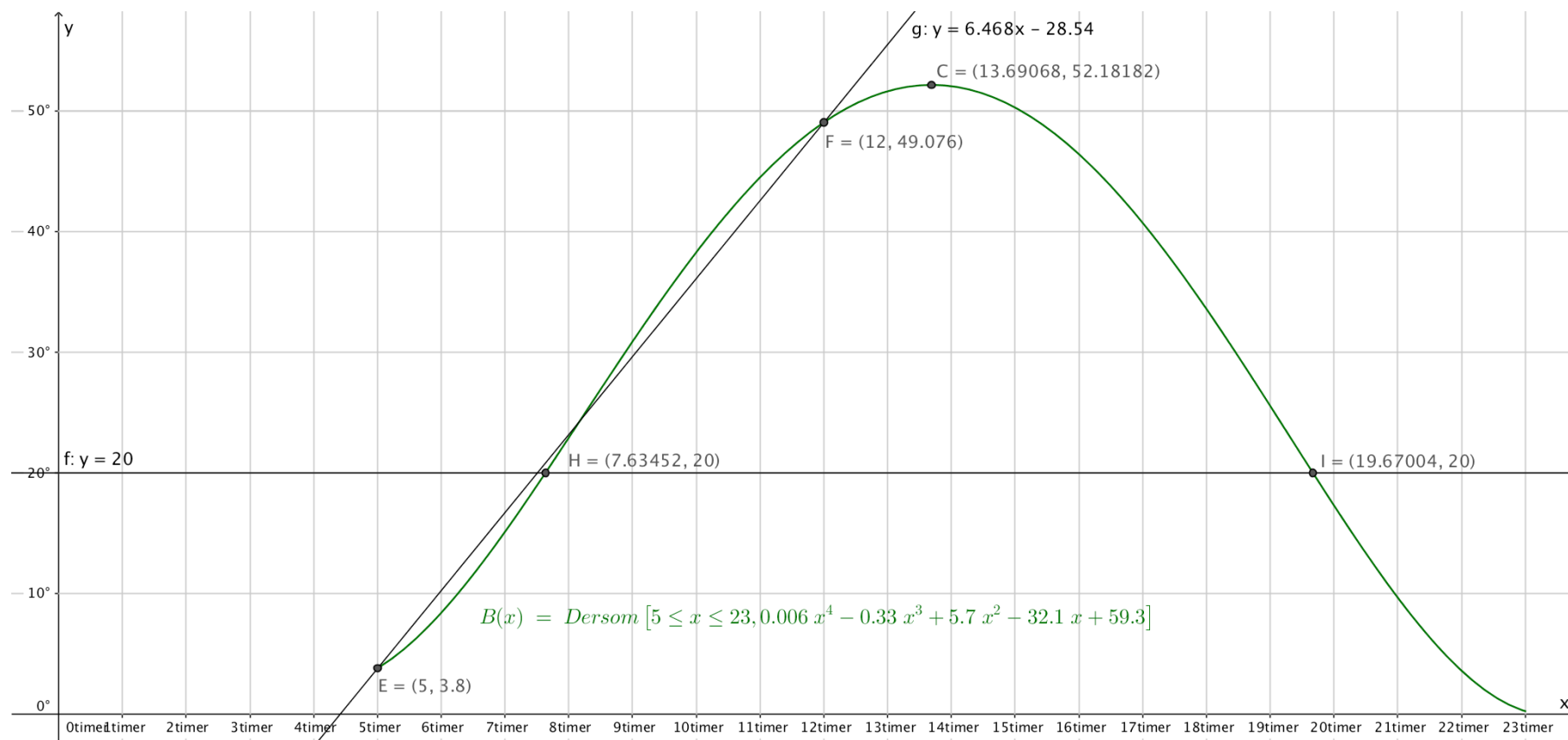
Standardavvik: 3,5

b)

Standardavvik er et mål på spredning i et datamateriale. Når Grete har et lavere standardavvik enn Hans, betyr dette at hun har prestert jevnere på turene sine. Vi kan jo se ut ifra datamaterialet gitt i oppgaven at Hans på sitt "dårligste" brukte 35 minutter og på sitt beste brukte han 24 minutter. Grete har altså på sine turer, sammenliknet med Hans, brukt en tid som ligger nærmere gjennomsnittet.

Oppgave 3

a)



b) Se koordinatsystemet under oppgave 3 a).

Jeg bruker kommandoen Ekstremalpunkt[<Polynom>] og finner eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til B . Av punktet C i koordinatsystemet over ser jeg at sola stod på sitt høyeste ca. klokken 13.41, da stod sola 52,2 grader over horisonten.

c) Se koordinatsystemet under oppgave 3 a).

Jeg setter inn ei linje, $y=20$. Jeg bruker kommandoen Skjæring[<Objekt>, <Objekt>] og finner skjæringen mellom linja, $y=20$, og grafen til B . Jeg ser at linja, $y=20$, skjærer grafen til B i to punkter. Av punktene H og I i koordinatsystemet over ser jeg at sola stod 20 grader over horisonten klokken 07.38 og klokken 19.40.

d) Se koordinatsystemet under oppgave 3 a).

Jeg setter inn punktene $(5, B(5))$ og $(12, B(12))$. Deretter trekker jeg ei linje mellom de to punktene, E og F i koordinatsystemet over, og leser av stigningstallet til denne linja, som er 6,468. I perioden 05.00 til 12.00 steg sola i snitt 6,468 grader per time.

Oppgave 4

a)

Figur	Antall hvite rektangler	Antall blå rektangler	Antall rektangler totalt
1	1	8	9
2	4	12	16
3	9	16	25
4	16	20	36
n	n^2	$4n+4$	n^2+4n+4

b) Jeg velger å løse oppgaven grafisk, og utfører en regresjonsanalyse for antall hvite rektangler, antall blå rektangler og antall rektangler totalt:

$$\hat{b(x)} = 4x + 4$$

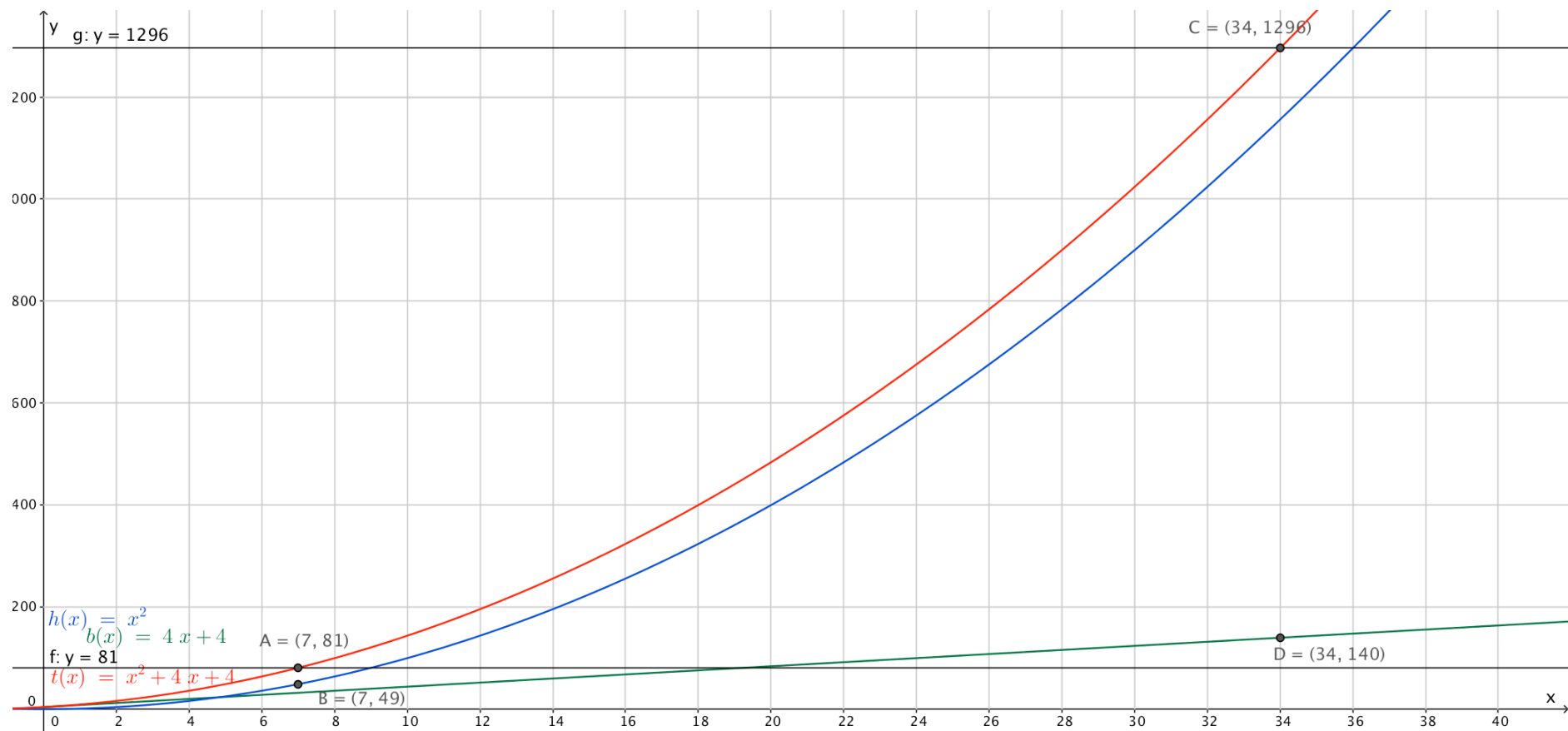
$$h(x) = x^2$$

$$t(x) = x^2 + 4x + 4$$

$b(x)$ er antall blå rektangler i figur x

$h(x)$ er antall hvite rektangler i figur x

$t(x)$ er antall rektangler totalt i figur x



Jeg setter inn ei linje, $y=81$. Jeg bruker kommandoen Skjæring[<Objekt>, <Objekt>] og finner skjæringen mellom linja, $y=81$, og grafen til t . Av punktet A i koordinatsystemet over ser jeg at figur nr. 7 vil ha totalt 81 rektangler. Jeg setter inn punktet $(7, h(7))$, punktet B i koordinatsystemet over, og ser at jeg da trenger 49 hvite rektangler dersom jeg skal lage en figur med totalt 81 rektangler.

c) Se koordinatsystemet under oppgave 4 b).

Jeg setter inn ei linje, $y=1296$. Jeg bruker kommandoen Skjæring[<Objekt>, <Objekt>] og finner skjæringen mellom linja, $y=1296$, og grafen til t . Av punktet C i koordinatsystemet over ser jeg at figur nr. 34 vil ha totalt 1296 rektangler. Jeg setter inn punktet (34, $b(34)$), punktet D i koordinatsystemet over, og ser at jeg da trenger 140 blå rektangler dersom jeg skal lage en figur med totalt 1296 rektangler.

Oppgave 5

a)

Oppgaven sier "de 10 neste årene", jeg setter derfor 2016= år 1.

	A	B	C	D	E
1					
2	År	Utslipp av CO2 i tonn			
3	2015	20000		Referanseverdi	20000
4	2016	18400		Vekstfaktor	0,92
5	2017	16928			
6	2018	15574			
7	2019	14328			
8	2020	13182			
9	2021	12127			
10	2022	11157			
11	2023	10264			
12	2024	9443			
13	2025	8688			
14					

FORMLER BRUKT:

	A	B	C	D	E
1					
2	År	Utslipp av CO2 i tonn			
3	2015	20000		Referanseverdi	20000
4	2016	=B3*E\$4		Vekstfaktor	=1-(8/100)
5	2017	=B4*E\$4			
6	2018	=B5*E\$4			
7	2019	=B6*E\$4			
8	2020	=B7*E\$4			
9	2021	=B8*E\$4			
10	2022	=B9*E\$4			
11	2023	=B10*E\$4			
12	2024	=B11*E\$4			
13	2025	=B12*E\$4			

b)

Oppgaven er noe uklar i formuleringen. Jeg antar at det er utslippet i det tiende året som skal sammenliknes med 20 000 tonn CO₂ i 2015, og ikke det totale utslippet med en årlig nedgang på 8% sammenliknet med det totale utslippet dersom de ikke følger myndighetenes krav.

$$(20000 - 8688) / 20000 * 100$$

$$\approx 57$$

Dersom bedriften klarer å innfri myndighetenes krav, vil utslippet av CO₂ være på 8688 tonn i 2025, og dette tilsvarer en reduksjon på totalt 57% sammenliknet med utslippet i 2015.

c)

Jeg løser oppgaven ved å sette opp en likning som jeg løser i CAS:

$$\text{Løs}[30000 * (1 - (x/100))^5 = 15000]$$

$$\approx \{x = 12.94494\}$$

Dersom denne bedriften skal halvere CO₂-utslippene sine i løpet av 5 år, er bedriften nødt til å redusere utslippene med 12,94% hvert år.

Oppgave 6

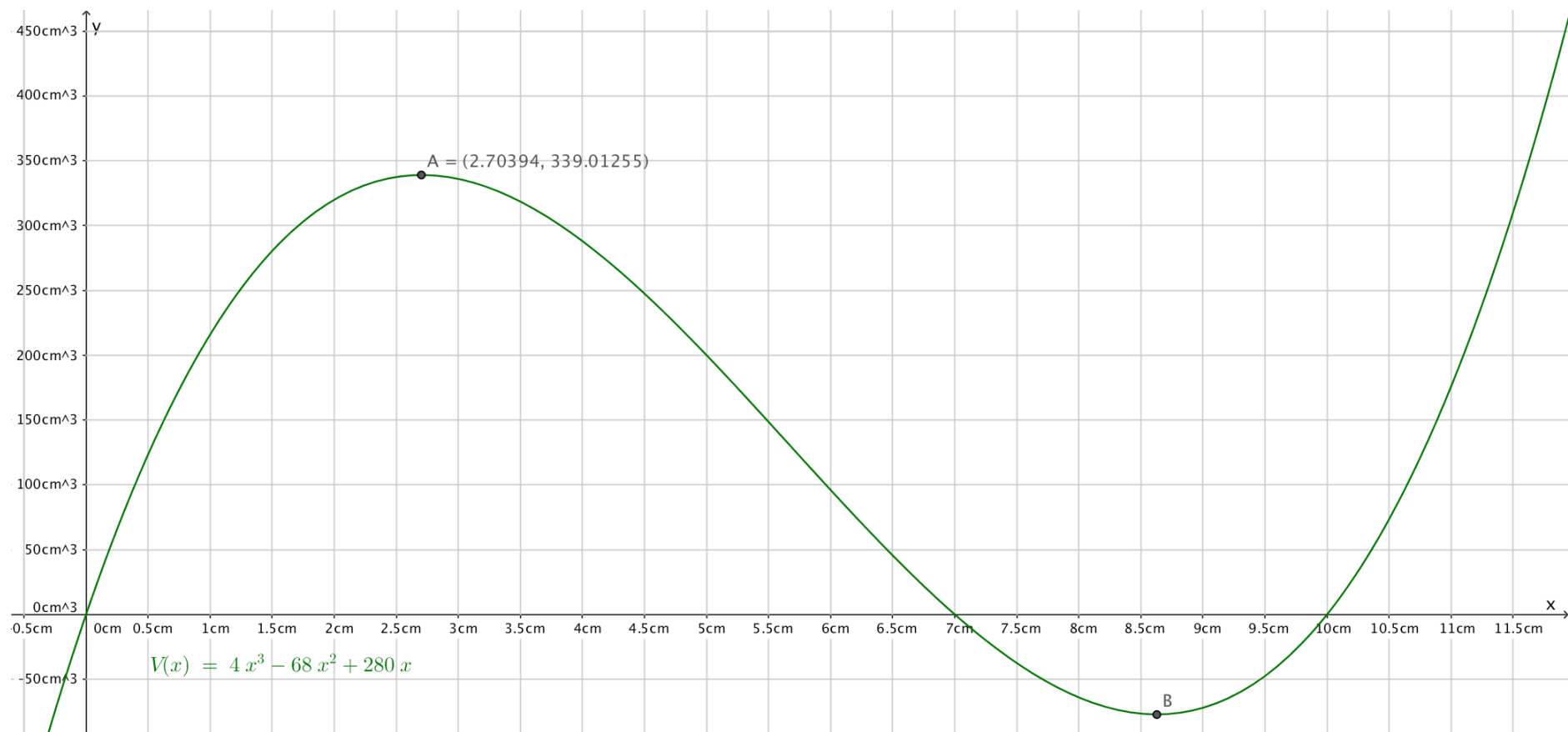
a)

$$(20-2x) \cdot (14-2x) \cdot x$$

$$\rightarrow 4x^3 - 68x^2 + 280x$$

	A	B	C	D	E
1	Lengden av hver side i kvadratene som skal klippes bort (cm)	Lengden av esken(cm)	Bredden av esken(cm)	Høyden av esken(cm)	Volumet av esken(cm ³)
2	4	12	6	4	288
3	3	14	8	3	336
4	2,5	15	9	2,5	337,5
5	x	20-2x	14-2x	x	$4x^3 - 68x^2 + 280x$
6					

b)



Jeg tegner grafen til V , som jeg fant uttrykket til i oppgave 6 a), i GeoGebras grafikkfelt. Jeg bruker kommandoen Ekstremalpunkt[<Polynom>] og finner eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til V . Av toppunktet til grafen til V , punktet A i koordinatsystemet over, ser jeg at sidene på kvadratene som skal klippes bort må være på 2,7 cm for at volumet skal bli størst mulig, volumet blir da 339 cm³.

Oppgave 7

a)

Vi har at eksponentialfunksjoner skrives som:

$f(x) = a * b^x$, der a er den opprinnelige verdien, altså når x er lik null, og b er lik vekstfaktoren.

Vekstfaktoren ved en nedgang på 12% er:

$$1 - (12/100)$$

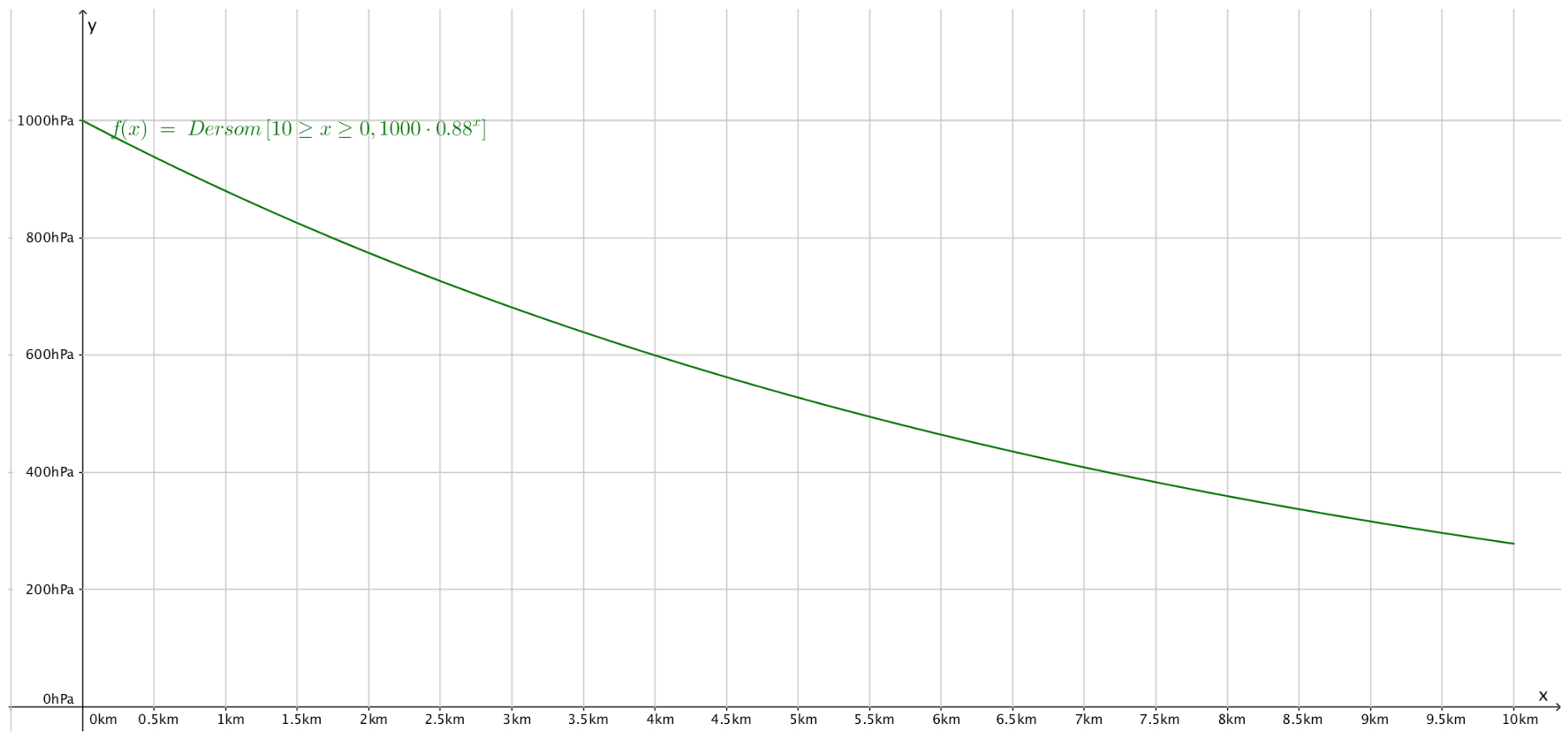
$$\approx 0.88$$

$$\rightarrow b = 0,88$$

Vi vet at lufttrykket er 1 000 hPA ved havets overflate, altså når $x=0 \rightarrow a = 1000$

Vi kan dermed sette opp:

$$f(x) = 1000 * 0,88^x$$

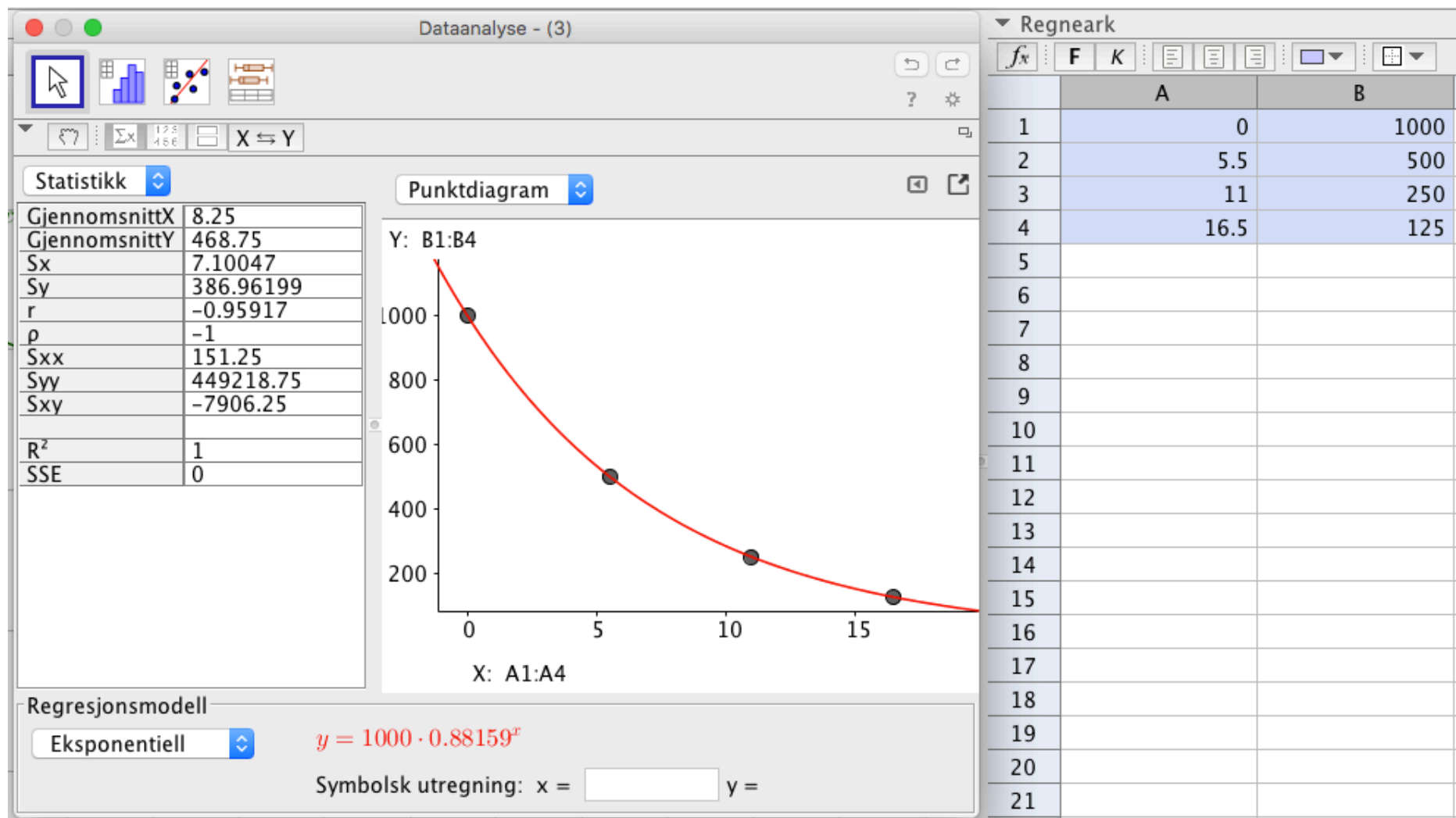


b)

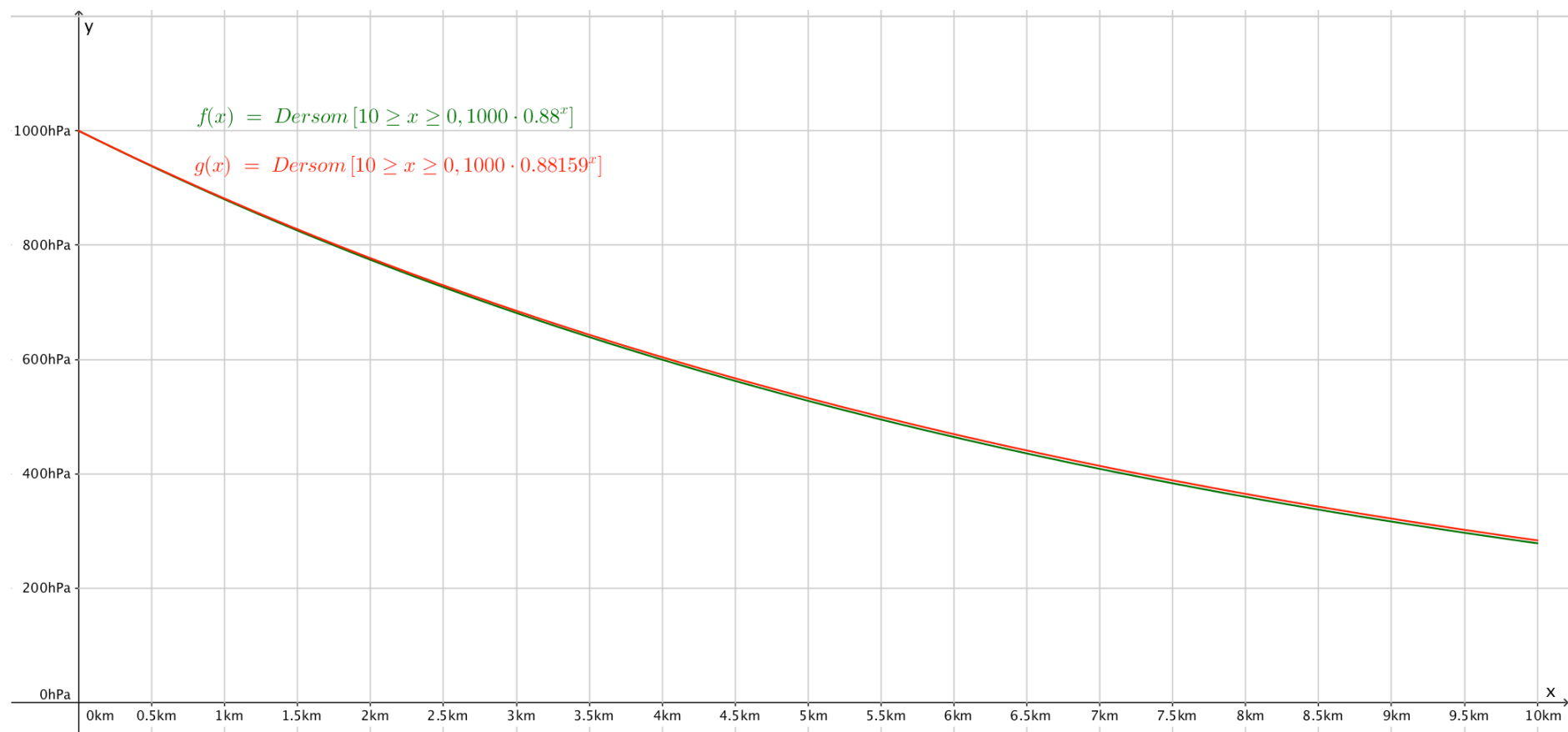
Jeg lufttrykket på 2 for hver gang:

2 <input type="radio"/>	$1000/2$ → 500
3 <input type="radio"/>	$500/2$ → 250
4 <input type="radio"/>	$250/2$ → 125

Som man ser av beregningene over gir sitat 2 tabellen i oppgaven.



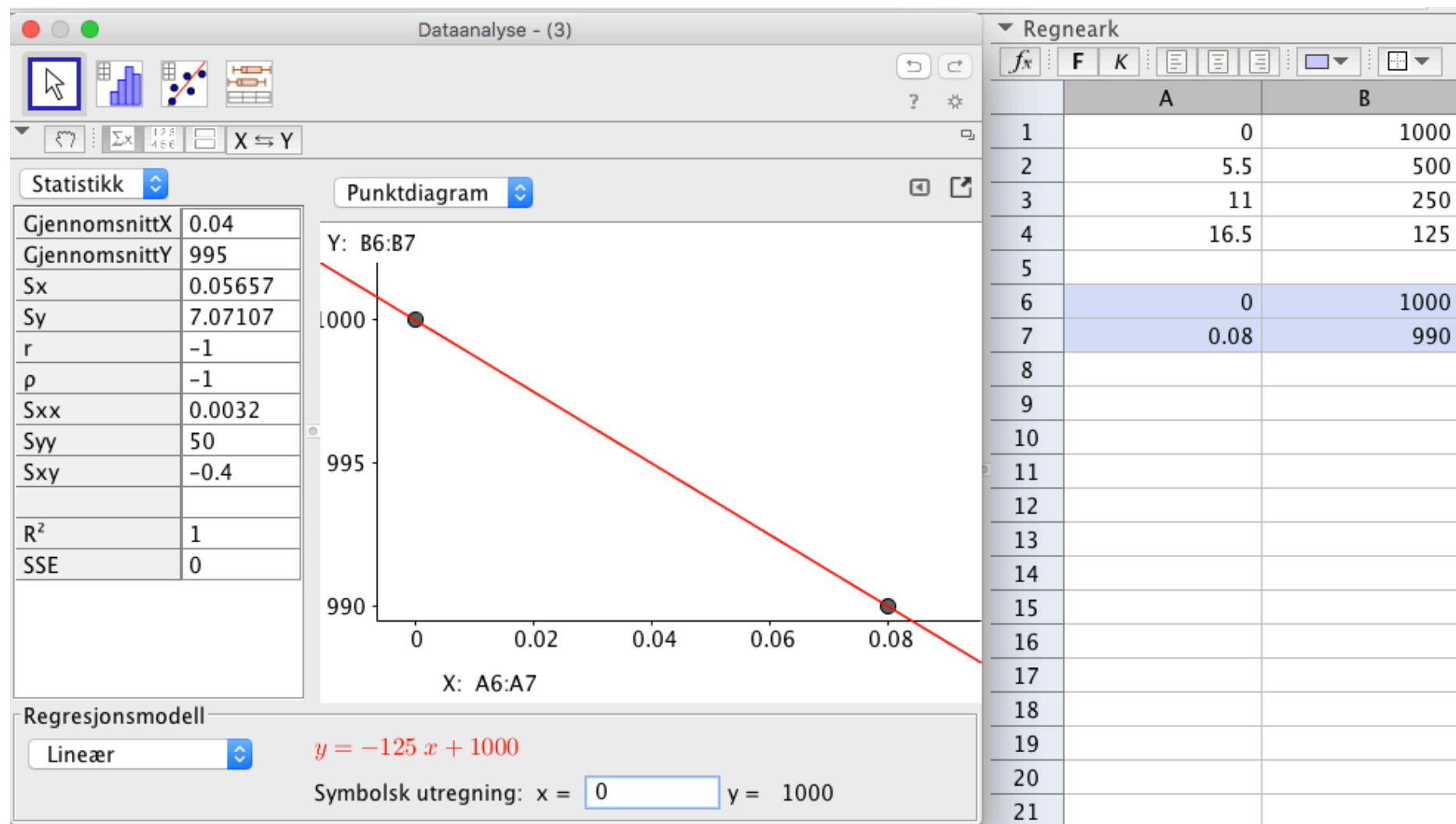
Jeg ser at regresjonsanalysen gir et uttrykk som er tilnærmet $f(x)$, $g(x)=1000 \cdot 0,88159^x$

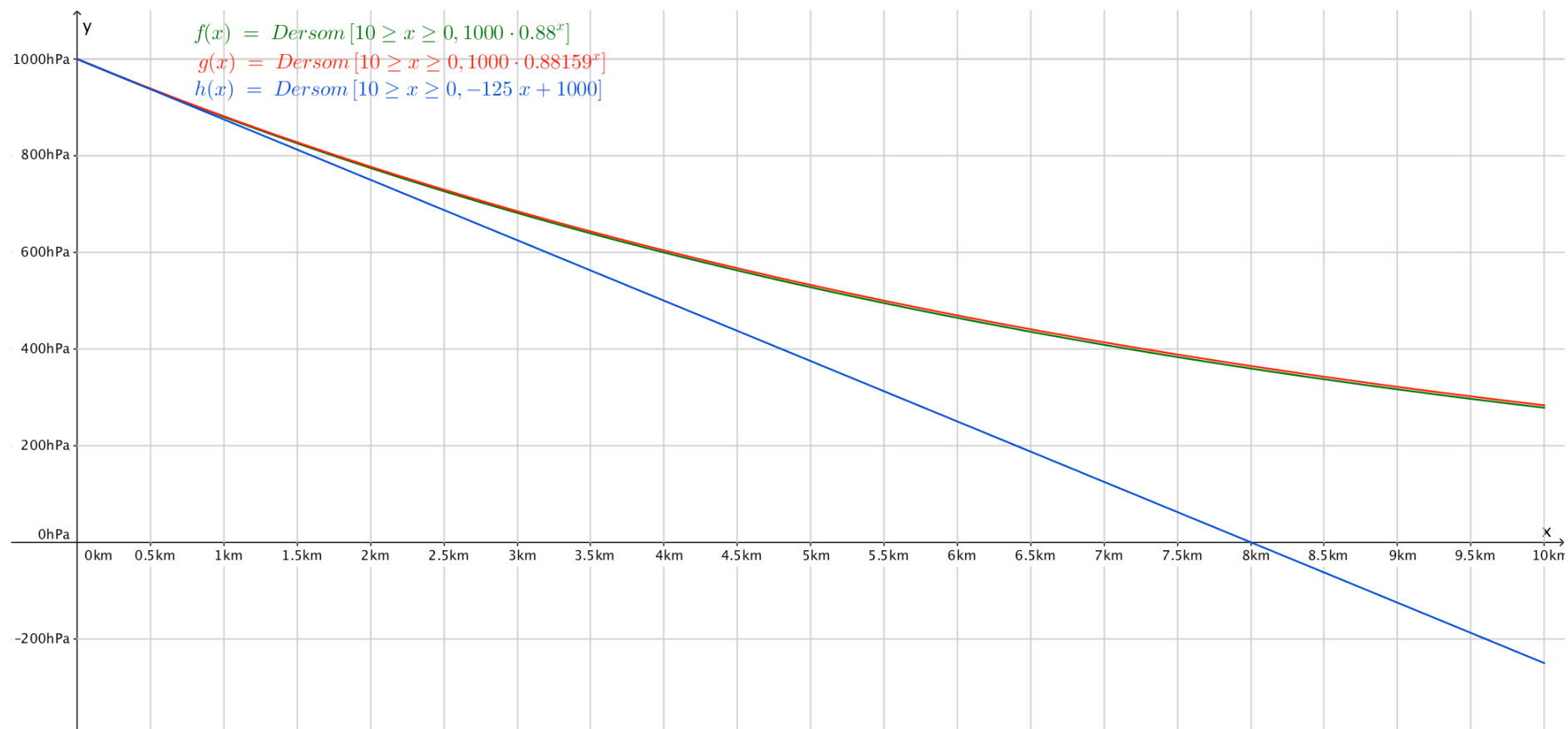


Vi ser også av koordinatsystemet over at grafene til g og f er tilnærmet like.

c)

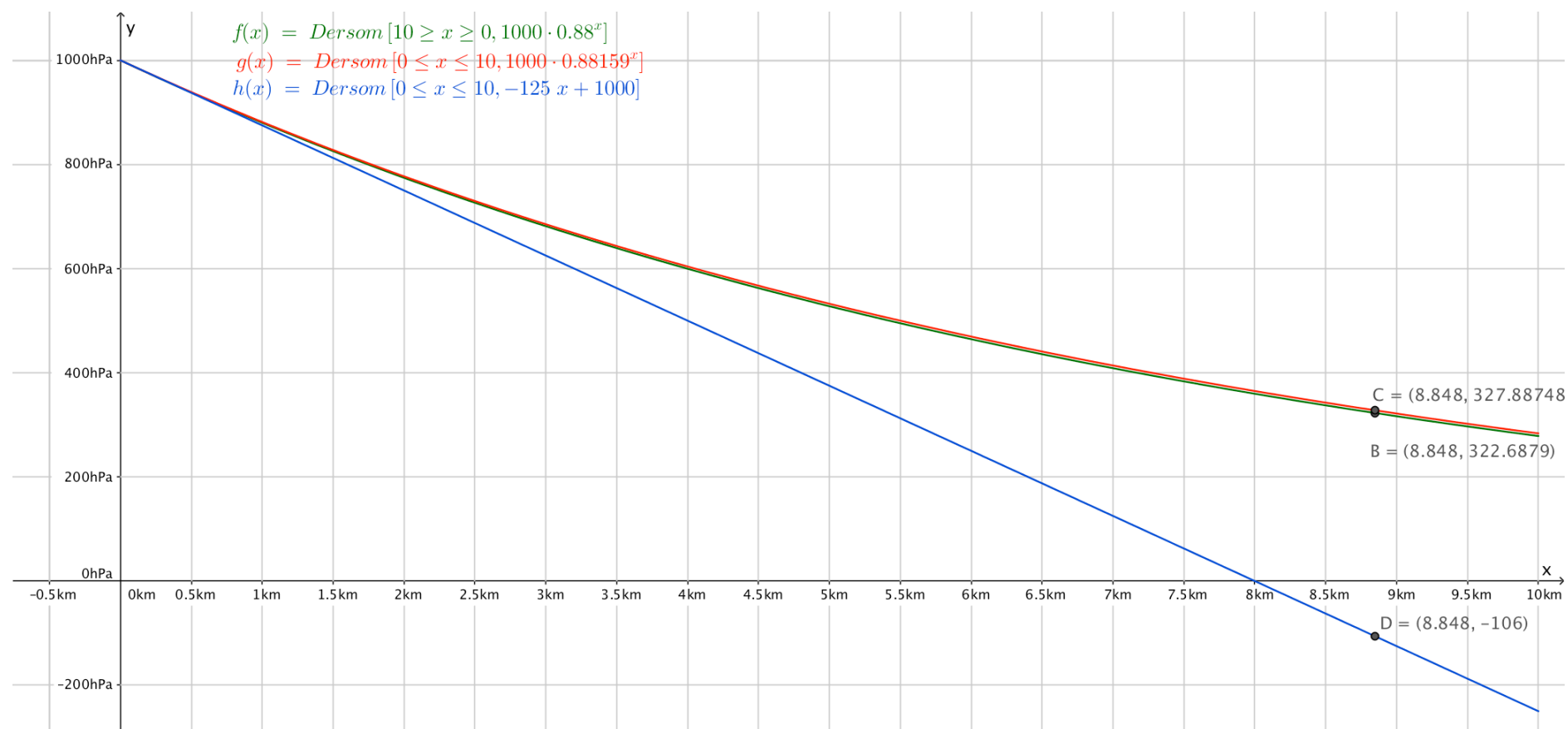
80 meter tilsvarer 0,08 km. Jeg utfører en regresjonsanalyse:





Som vi ser at koordinatsystemet over, begynner ikke den lineære modellen, $h(x)$, å avvike betydelig fra $g(x)$ og $f(x)$ før rundt 1 km over havoverflaten. Argumentet virker korrekt.

d)



Jeg setter inn punktene:

(8,848, f(8,848)), (8,848, g(8,848)) og (8,848, h(8,848)).

Av koordinatsystemet over ser vi at i følge g(x) vil lufttrykket være på 327,9 hPa ved en høyde på 8,848 km over havet, i følge f(x) vil lufttrykket være, ved den samme høyden, på 322,7 hPa, mens i følge den lineære modellen, h(x), vil lufttrykket være på -106 hPa, ved en høyde på 8,848 km over havet. De to eksponentielle modellene, g(x) og h(x) stemmer overens med sitat 4, da en tredjedel av 1000 er

333,33. Derimot er lufttrykket negativt i følge modellen $h(x)$, dette svaret kan vi se bort ifra, da det ble av sitat 3 forklart at beregningen ved denne modellen er kun gyldig for noen hundre meter over havet, og 8 848 meter over havet befinner seg derfor langt utenfor modellens gyldighetsområde.