

Eksamen

27.05.2016

MAT1005 Matematikk 2P-Y

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Solkurve: http://suncurves.com/ (15.10.2015)• Lufttrykk: http://skolediskusjon.no/Forums/Thread.aspx?id=1160 (27.06.2015) http://www.yr.no/artikkel/mindre-trykk-og-varme-i-hoyden-1.7297472 (27.06.2015) http://www.yr.no/artikkel/hvordan-beregnes-lufttrykket_-1.7150434 (17.10.2015) http://naturfag.info/5jorden/b_atmosf.htm (17.10.2015)• Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

Dato	Temperatur
01.03	2 °C
02.03	0 °C
03.03	−4 °C
04.03	−6 °C
05.03	2 °C
06.03	6 °C

Guro målte temperaturen utanfor hytta dei seks første dagane i mars. Sjå tabellen ovanfor.

Bestem variasjonsbreidda, gjennomsnittet og medianen for temperaturmålingane.

Oppgåve 2 (2 poeng)

Det er ca. 7,5 milliardar menneske på jorda. Gå ut frå at kvart menneske treng 2 L drikkevatt kvar dag.

Omtrent kor mange liter drikkevatt vil da alle menneska på jorda til saman trenge kvar månad? Skriv svaret på standardform.

Oppgåve 3 (2 poeng)

I butikk A kostar ei vare 150 kroner. I butikk B kostar den same vara 120 kroner.

- a) Kor mange prosent høgare er prisen i butikk A samanlikna med prisen i butikk B?
- b) Kor mange prosent lågare er prisen i butikk B samanlikna med prisen i butikk A?

Oppgåve 4 (4 poeng)

Alder	Frekvens
$[0,10[$	40
$[10,20[$	20
$[20,30[$	60
$[30,50[$	20
$[50,60[$	20
$[60,80[$	40
Sum	200

Tabellen  vanfor viser aldersfordelinga for dei 200 personane som bur i blokk Z på Tirilltoppen.

- Lag eit histogram som viser aldersfordelinga for personane som bur i blokk Z.
- Bestem gjennomsnittsalderen for personane som bur i blokka.

Oppgave 5 (4 poeng)

Marte er telefonseljar. Ho har ei fast grunnlønn per time. I tillegg får ho eit fast beløp for kvart produkt ho sel.

Ein time selde ho 2 produkt. Ho tente da til saman 170 kroner.

Den neste timen selde ho 4 produkt. Denne timen tente ho til saman 220 kroner.

- a) Lag ei grafisk framstilling som viser samanhengen mellom kor mange produkt Marte sel i løpet av ein time, og kor mykje ho tener denne timen.
- b) Bruk den grafiske framstillinga til å bestemme grunnlønna til Marte per time og det beløpet ho får for kvart produkt ho sel.
- c) Kor mange produkt må Marte selje i løpet av ein time dersom ho skal tene 370 kroner denne timen?

Oppgave 6 (2 poeng)

Sorter tala i stigande rekkjefølgje

$$0,046 \cdot 10^{11}$$

$$\frac{46}{1000000}$$

$$46 \cdot 10^{-7}$$

$$4600000$$

$$4,6 \cdot 10^8$$

$$0,46 \cdot 10^{-6}$$

Oppgave 7 (3 poeng)

Talet på land	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ frekvens
$[1,6)$	5		
$[6,11)$			15
$[11,16)$	2	0,1	
$[16,21)$			19
$[21,26)$			20

Ole har undersøkt kor mange land kvar elev i ei 2P-gruppe har besøkt. Han har sett opp ein tabell. Ovanfor ser du nokre av tala i tabellen.

Teikn av tabellen, gjer berekningar, og fyll inn tala som manglar.

Oppgave 8 (4 poeng)

Det er 26 elevar i ei matematikkgruppe.

- 16 av elevane gjer leksene til kvar time.
- 20 av elevane har karakteren 3 eller høgare i faget.
- 5 av elevane som ikkje gjer leksene til kvar time, har lågare karakter enn 3 i faget.

a) Systematiser opplysningane i teksten over i ein krystabell eller i eit venndiagram.

Vi vel tilfeldig éin elev frå gruppa.

b) Bestem sannsynet for at eleven ikkje gjer leksene til kvar time og har karakteren 3 eller høgare i faget.

Ein dag er berre dei elevane som gjer leksene til kvar time, til stades. Vi vel tilfeldig éin av desse elevane.

c) Bestem sannsynet for at eleven har lågare karakter enn 3 i faget.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Ved ein skole er det 440 elevar. Elevane blei spurde om kor ofte dei bruker sykkelhjelm. Tabellen nedanfor viser resultatata.

Alltid	88
Nesten alltid	176
Nokre gonger	110
Aldri	22
Syklar ikkje	44

Bruk rekneark til å lage eit sektordiagram som illustrerer opplysningane i tabellen ovanfor. Det skal gå klart fram av diagrammet kor mange prosent kvar sektor utgjer.

Oppgåve 2 (3 poeng)

Hans og Grete går til Høgfjell kvar dag. Nedanfor ser du kor mange minutt Hans har brukt på kvar tur dei to siste vekene.

25 30 26 24 32 25 27 30 28 31 24 35 32 33

a) Bestem gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

Grete har i gjennomsnitt brukt like lang tid som Hans per tur dei siste 14 dagane, men standardavviket hennar er 1,2.

b) Kva kan du ut frå dette seie om tidene Grete har brukt på turane, samanlikna med tidene Hans har brukt?

Oppgave 3 (6 poeng)



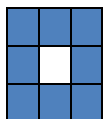
Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 0,006x^4 - 0,33x^3 + 5,7x^2 - 32,1x + 59,3 \quad 5 \leq x \leq 23$$

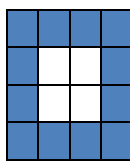
viser kor mange grader $B(x)$ sola stod over horisonten x timar etter midnatt i Bergen 21. juni 2015.

- a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til B .
- b) Kor mange grader stod sola over horisonten da ho var på sitt høgaste?
- c) Når stod sola 20 grader over horisonten?
- d) Kor mange grader steig sola i gjennomsnitt per time frå klokka 05.00 til klokka 12.00?

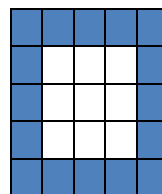
Oppgave 4 (6 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Tenk deg at du skal lage figurar av blå og kvite rektangel som vist over.

a) Skriv av tabellen nedanfor, og fyll han ut.

Figur	Kvite rektangel	Blå rektangel	Rektangel totalt
1	1	8	9
2	4		
3			
4			
n			

- b) Kor mange kvite rektangel treng du dersom du skal lage ein figur med totalt 81 rektangel?
- c) Kor mange blå rektangel treng du dersom du skal lage ein figur med totalt 1 296 rektangel?

Oppgave 5 (6 poeng)

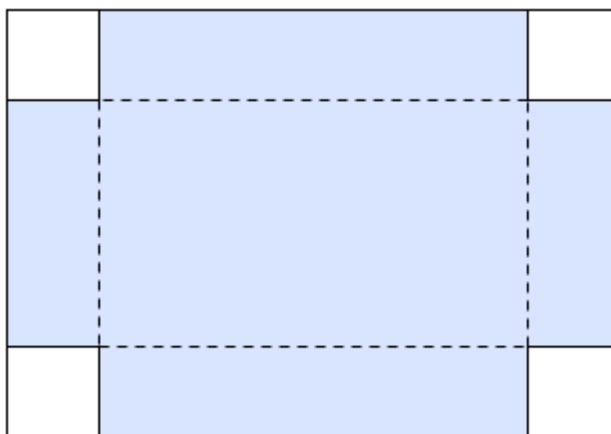
Ei bedrift sleppte ut 20 000 tonn CO₂ i 2015. Myndigheitene krev at bedrifta reduserer utsleppet av CO₂ med 8 % kvart år dei neste 10 åra.

- a) Bruk rekneark til å lage ei oversikt som viser kor mange tonn CO₂ bedrifta kan sleppe ut kvart år dei neste 10 åra.
- b) Kor mange prosent vil bedrifta totalt ha redusert utsleppet med i løpet av denne perioden?

Ei anna bedrift sleppte ut 30 000 tonn CO₂ i 2015. Myndigheitene krev at denne bedrifta halverer utsleppet i løpet av 5 år. Bedrifta vil oppfylle krava frå myndigheitene ved å redusere utsleppet av CO₂ med ein fast prosentsats kvart år framover.

- c) Bestem denne prosentsatsen.

Oppgåve 6 (5 poeng)



Tenk deg at du har eit stykke papp med form som eit rektangel. Rektangelet er 20 cm langt og 14 cm breitt. I kvart hjørne av rektangelet skal du klippe bort eit kvadrat. Dei fire kvadrata skal vere like store. Du skal så brette langs dei stipla linjene og lage ei eske (utan lokk).

a) Gjer berekningar, teikn av, og fyll ut tabellen nedanfor.

Lengda av kvar side i kvadrata som skal klippast bort	Lengda av eska	Breidda av eska	Høgda av eska	Volumet av eska
4 cm				288 cm ³
3 cm		8 cm		
2,5 cm				
x cm				

b) Bruk grafteiknar til å bestemme kor lang kvar side i kvadrata som skal klippast bort, må vere for at volumet av eska skal bli størst mogleg. Kor stort blir volumet da?

Oppgave 7 (8 poeng)

Ved havoverflata er lufttrykket ca. 1 000 hPa (hektopascal).

I denne oppgåva skal vi bruke sitat frå ulike nettsider og sjå på nokre modellar for kor stort lufttrykket er x kilometer over havoverflata.

Sitat 1:

«Lufttrykket blir redusert med ca. 12 % per km.»

Sitat 2:

«Grovt sett kan vi dele lufttrykket på to for kvar 5,5 km over havoverflata.»

Sitat 3:

«Ein kan med ganske stor presisjon seie at lufttrykket blir redusert med 1 hPa for kvar 8 meter. Om du bur 80 meter over havet, vil lufttrykket vere 10 hPa lågare enn ved havoverflata. Denne forenkla berekninga er akseptabel for stader som er lokaliserte inntil nokre hundre meter over havet.»

Sitat 4:

«Lufttrykket i atmosfæren blir raskt redusert med høgda. Alt på toppen av Mount Everest (8 848 meter over havoverflata) er det redusert til ein tredjedel.»

- a) Forklar at vi ut frå sitat 1 kan setje opp ein modell f der $f(x) = 1000 \cdot 0,88^x$. Teikn grafen til f for $0 \leq x \leq 10$.
- b) Forklar at sitat 2 gir tabellen nedanfor. Bruk regresjon, og vis at opplysningane i tabellen gir ein modell som er tilnærma lik modell f . Gi denne modellen namnet g . Teikn grafen til g for $0 \leq x \leq 10$ i same koordinatsystem som grafen til f .

Høgde over havoverflata (km)	0	5,5	11	16,5
Lufttrykk (hPa)	1 000	500	250	125

- c) Bruk sitat 3 til å bestemme ein modell h . Teikn grafen til h for $0 \leq x \leq 10$ i same koordinatsystem som du har brukt tidlegare i oppgåva. Kommenter siste setning i sitat 3.
- d) Bruk kvar av dei tre modellane f , g og h til å bestemme lufttrykket 8 848 meter over havoverflata. Samanlikn svara du får, med sitat 4, og kommenter.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Solkurve: http://suncurves.com/ (15.10.2015)• Lufttrykk: http://skolediskusjon.no/Forums/Thread.aspx?id=1160 (27.06.2015) http://www.yr.no/artikkel/mindre-trykk-og-varme-i-hoyden-1.7297472 (27.06.2015) http://www.yr.no/artikkel/hvordan-beregnes-lufttrykket_-1.7150434 (17.10.2015) http://naturfag.info/5jorden/b_atmosf.htm (17.10.2015)• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Dato	Temperatur
01.03	2°C
02.03	0°C
03.03	−4°C
04.03	−6°C
05.03	2°C
06.03	6°C

Guro målte temperaturen utenfor hytta de seks første dagene i mars. Se tabellen ovenfor.

Bestem variasjonsbredden, gjennomsnittet og medianen for temperaturmålingene.

Oppgave 2 (2 poeng)

Det er ca. 7,5 milliarder mennesker på jorda. Anta at hvert menneske trenger 2 L drikkevann hver dag.

Omtrent hvor mange liter drikkevann vil da alle menneskene på jorda til sammen trenge hver måned? Skriv svaret på standardform.

Oppgave 3 (2 poeng)

I butikk A koster en vare 150 kroner. I butikk B koster den samme varen 120 kroner.

- a) Hvor mange prosent høyere er prisen i butikk A sammenliknet med prisen i butikk B?
- b) Hvor mange prosent lavere er prisen i butikk B sammenliknet med prisen i butikk A?

Oppgave 4 (4 poeng)

Alder	Frekvens
$[0,10)$	40
$[10,20)$	20
$[20,30)$	60
$[30,50)$	20
$[50,60)$	20
$[60,80)$	40
Sum	200

Tabellen ovenfor viser aldersfordelingen for de 200 personene som bor i blokk Z på Tirilltoppen.

- Lag et histogram som viser aldersfordelingen for personene som bor i blokk Z.
- Bestem gjennomsnittsalderen for personene som bor i blokka.

Oppgave 5 (4 poeng)

Marte er telefonsekker. Hun har en fast grunnlønn per time. I tillegg får hun et fast beløp for hvert produkt hun selger.

En time solgte hun 2 produkter. Hun tjente da til sammen 170 kroner.

Den neste timen solgte hun 4 produkter. Denne timen tjente hun til sammen 220 kroner.

- a) Lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom hvor mange produkter Marte selger i løpet av en time, og hvor mye hun tjener denne timen.
- b) Bruk den grafiske framstillingen til å bestemme Martes grunnlønn per time og det beløpet hun får for hvert produkt hun selger.
- c) Hvor mange produkter må Marte selge i løpet av en time dersom hun skal tjene 370 kroner denne timen?

Oppgave 6 (2 poeng)

Sorter tallene i stigende rekkefølge

$$0,046 \cdot 10^{11}$$

$$\frac{46}{1000000}$$

$$46 \cdot 10^{-7}$$

$$4600000$$

$$4,6 \cdot 10^8$$

$$0,46 \cdot 10^{-6}$$

Oppgave 7 (3 poeng)

Antall land	Frekvens	Relativ frekvens	Kumulativ frekvens
$[1,6)$	5		
$[6,11)$			15
$[11,16)$	2	0,1	
$[16,21)$			19
$[21,26)$			20

Ole har undersøkt hvor mange land hver elev i en 2P-gruppe har besøkt. Han har satt opp en tabell. Ovenfor ser du noen av tallene i tabellen.

Tegn av tabellen, gjør beregninger, og fyll inn tallene som mangler.

Oppgave 8 (4 poeng)

Det er 26 elever i en matematikkgruppe.

- 16 av elevene gjør leksene til hver time.
- 20 av elevene har karakteren 3 eller høyere i faget.
- 5 av elevene som ikke gjør leksene til hver time, har lavere karakter enn 3 i faget.

- a) Systematiser opplysningene i teksten ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.

Vi velger tilfeldig én elev fra gruppen.

- b) Bestem sannsynligheten for at eleven ikke gjør leksene til hver time og har karakteren 3 eller høyere i faget.

En dag er bare de elevene som gjør leksene til hver time, til stede. Vi velger tilfeldig én av disse elevene.

- c) Bestem sannsynligheten for at eleven har lavere karakter enn 3 i faget.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Ved en skole er det 440 elever. Elevene ble spurt om hvor ofte de bruker sykkelhjelme. Tabellen nedenfor viser resultatene.

Alltid	88
Nesten alltid	176
Noen ganger	110
Aldri	22
Sykler ikke	44

Bruk regneark til å lage et sektordiagram som illustrerer opplysningene i tabellen ovenfor. Det skal gå klart fram av diagrammet hvor mange prosent hver sektor utgjør.

Oppgave 2 (3 poeng)

Hans og Grete går til Høgfjell hver dag. Nedenfor ser du hvor mange minutter Hans har brukt på hver tur de to siste ukene.

25 30 26 24 32 25 27 30 28 31 24 35 32 33

a) Bestem gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

Grete har i gjennomsnitt brukt like lang tid som Hans per tur de siste 14 dagene, men standardavviket hennes er 1,2.

b) Hva kan du ut fra dette si om tidene Grete har brukt på turene, sammenliknet med tidene Hans har brukt?

Oppgave 3 (6 poeng)



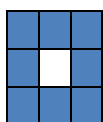
Funksjonen B gitt ved

$$B(x) = 0,006x^4 - 0,33x^3 + 5,7x^2 - 32,1x + 59,3 \quad 5 \leq x \leq 23$$

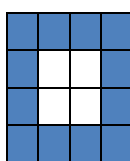
viser hvor mange grader $B(x)$ sola stod over horisonten x timer etter midnatt i Bergen 21. juni 2015.

- a) Bruk graftegner til å tegne grafen til B .
- b) Hvor mange grader stod sola over horisonten da den var på sitt høyeste?
- c) Når stod sola 20 grader over horisonten?
- d) Hvor mange grader steg sola i gjennomsnitt per time fra klokka 05.00 til klokka 12.00?

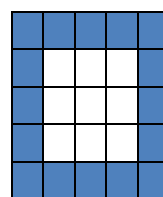
Oppgave 4 (6 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Tenk deg at du skal lage figurer av blå og hvite rektangler som vist ovenfor.

a) Skriv av tabellen nedenfor, og fyll den ut.

Figur	Antall hvite rektangler	Antall blå rektangler	Antall rektangler totalt
1	1	8	9
2	4		
3			
4			
n			

- b) Hvor mange hvite rektangler trenger du dersom du skal lage en figur med totalt 81 rektangler?
- c) Hvor mange blå rektangler trenger du dersom du skal lage en figur med totalt 1 296 rektangler?

Oppgave 5 (6 poeng)

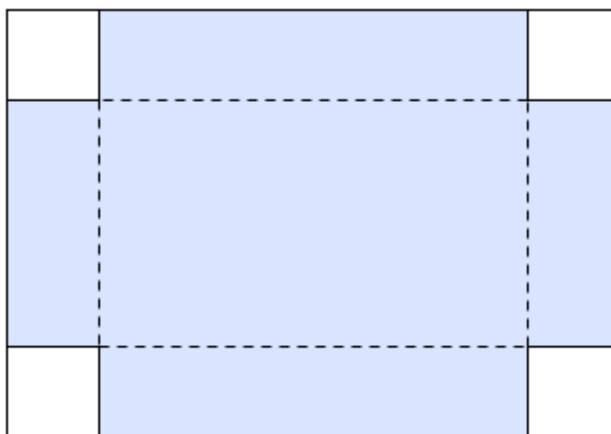
En bedrift slapp ut 20 000 tonn CO₂ i 2015. Myndighetene krever at bedriften reduserer utslippet av CO₂ med 8 % hvert år de neste 10 årene.

- a) Bruk regneark til å lage en oversikt som viser antall tonn CO₂ bedriften kan slippe ut hvert år de neste 10 årene.
- b) Hvor mange prosent vil bedriften totalt ha redusert utslippet med i løpet av denne perioden?

En annen bedrift slapp ut 30 000 tonn CO₂ i 2015. Myndighetene krever at denne bedriften halverer utslippet i løpet av 5 år. Bedriften vil oppfylle myndighetenes krav ved å redusere utslippet av CO₂ med en fast prosentsats hvert år framover.

- c) Bestem denne prosentsatsen.

Oppgave 6 (5 poeng)



Tenk deg at du har et stykke papp med form som et rektangel. Rektangelet er 20 cm langt og 14 cm bredt. I hvert hjørne av rektangelet skal du klippe bort et kvadrat. De fire kvadratene skal være like store. Du skal så brette langs de stiplede linjene og lage en eske (uten lokk).

a) Gjør beregninger, tegn av, og fyll ut tabellen nedenfor.

Lengden av hver side i kvadratene som klippes bort	Lengden av esken	Bredden av esken	Høyden av esken	Volumet av esken
4 cm				288 cm ³
3 cm		8 cm		
2,5 cm				
x cm				

b) Bruk graftegner til å bestemme hvor lang hver side i kvadratene som klippes bort, må være for at volumet av esken skal bli størst mulig. Hvor stort blir volumet da?

Oppgave 7 (8 poeng)

Ved havets overflate er lufttrykket ca. 1 000 hPa (hektopascal).

I denne oppgaven skal vi bruke sitater fra ulike nettsider og se på noen modeller for hvor stort lufttrykket er x kilometer over havets overflate.

Sitat 1:

«Lufttrykket avtar med ca. 12 % per km.»

Sitat 2:

«Grov sett kan vi dele lufttrykket på to for hver 5,5 km over havoverflaten.»

Sitat 3:

«Man kan med ganske stor presisjon si at lufttrykket avtar med 1 hPa for hver 8 meter. Om du bor 80 meter over havet, vil lufttrykket være 10 hPa lavere enn ved havets overflate. Denne forenklete beregningen er akseptabel for steder lokalisert inntil noen hundre meter over havet.»

Sitat 4:

«Lufttrykket i atmosfæren avtar raskt med høyden. Alt på toppen av Mount Everest (8 848 meter over havoverflaten) er det redusert til en tredjedel.»

- a) Forklar at vi ut fra sitat 1 kan sette opp en modell f der $f(x) = 1000 \cdot 0,88^x$. Tegn grafen til f for $0 \leq x \leq 10$.
- b) Forklar at sitat 2 gir tabellen nedenfor. Bruk regresjon, og vis at opplysningene i tabellen gir en modell som er tilnærmet lik modell f . Gi denne modellen navnet g . Tegn grafen til g for $0 \leq x \leq 10$ i samme koordinatsystem som grafen til f .

Høyde over havoverflaten (km)	0	5,5	11	16,5
Lufttrykk (hPa)	1 000	500	250	125

- c) Bruk sitat 3 til å bestemme en modell h . Tegn grafen til h for $0 \leq x \leq 10$ i samme koordinatsystem som du har brukt tidligere i oppgaven. Kommenter siste setning i sitat 3.
- d) Bruk hver av de tre modellene f , g og h til å bestemme lufttrykket 8 848 meter over havoverflaten. Sammenlikn svarene du får, med sitat 4, og kommenter.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.undanningsdirektoratet.no