Utdanningsdirektoratet

Eksamen

21.11.2016

MAT1013 Matematikk 1T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Setjefisk: http://www.nlbvassdrag.no/ (10.04.2016) • Andre bilete, teikningar, grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 5x = -2y \\ 2x - y = -9 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$-x^2 + 3x > -10$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys likninga

$$\lg\left(2x + \frac{3}{5}\right) = -1$$

Oppgåve 5 (1 poeng)

Løys likninga

$$2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$$

Oppgåve 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

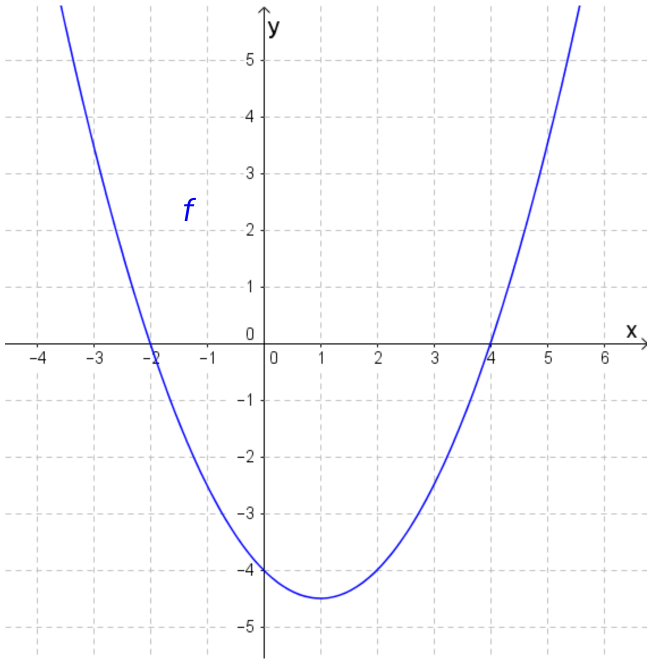
$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{54}} + 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1}$$

Oppgåve 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{x+2}{x-3} - \frac{7x+14}{x^2-x-6}$$

Oppgåve 8 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor har vi teikna grafen til ein andregradsfunksjon f.
Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$.

Oppgåve 9 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$$

a) Bestem nullpunkta til f.

b) Vis at $f(x) = x^3 - 3x + 2$

c) Bestem $f'(x)$ og bruk den deriverte til å bestemme eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

d) Bestem likninga for tangenten til f i punktet $(0, 2)$.

e) Vis at grafen til f ikkje har andre tangentar som er parallelle med tangenten du fann i oppgåve d).

Oppgåve 10 (2 poeng)

Ein likesida trekant har omkrets 24.
Vis at arealet av trekanten er $16\sqrt{3}$.

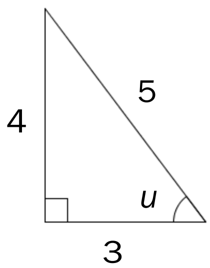
Oppgåve 11 (1 poeng)

Om ein vinkel u får du vite:

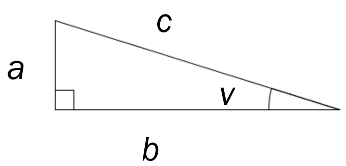
- $\sin u = \dfrac{8}{17}$
- $\cos u = \dfrac{15}{17}$

Bestem $\tan u$.

Oppgåve 12 (3 poeng)



a) Gitt trekanten ovanfor.
Vis at $(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$



b) Bruk trekanten ovanfor til å vise at $(\sin v)^2 + (\cos v)^2 = 1$ for alle $v \in \langle 0°, 90° \rangle$

Oppgåve 13 (3 poeng)

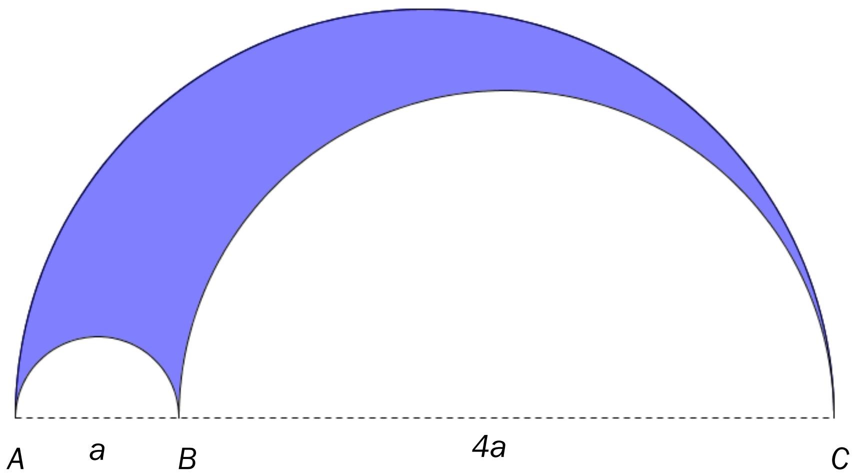
I ei eske er det fire blå og fire raude nissar. Tenk deg at du skal ta tre nissar tilfeldig frå eska. Du skal ta éin nisse om gongen, og du skal setje dei på ei rekkje frå venstre mot høgre.

a) Bestem sannsynet for at rekkja vil bli som vist på biletet nedanfor.

b) Bestem sannsynet for at det vil bli éin blå og to raude nissar i rekkja.

c) Bestem sannsynet for at det vil bli minst éin blå nisse i rekkja.

Oppgåve 14 (4 poeng)



Sirkelbogane på figuren ovanfor er halvsirklar. Linjestykket AB har lengda a, og linjestykket BC har lengda $4a$.

a) Bestem omkretsen av det blå området på figuren uttrykt ved a.

b) Bestem arealet av det blå området på figuren uttrykt ved a.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Ei jakt- og fiskeforeining vil setje ut fisk i ein innsjø. Fisk som blir sette ut, kallar vi setjefisk. Foreininga går ut frå at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 35\,400 \cdot 0{,}996^x \quad , \quad x \in [0, 400]$$

viser kor mange setjefisk $f(x)$ det vil vere igjen i innsjøen x døgn etter utsetjinga.

a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f.

b) Kva fortel tala 35 400 og 0,996 i funksjonsuttrykket om talet på setjefisk i innsjøen?

c) Bestem $f'(100)$ ved å teikne ein tangent til grafen til f.
Kva fortel denne verdien om talet på setjefisk i innsjøen?

d) Bestem gjennomsnittleg vekstfart for talet på setjefisk det første året etter utsetjinga.

Oppgåve 2 (4 poeng)

År	1970	1980	1990	2000	2010
Kilogram sjokolade per person	4,6	6,2	7,6	8,2	9,5

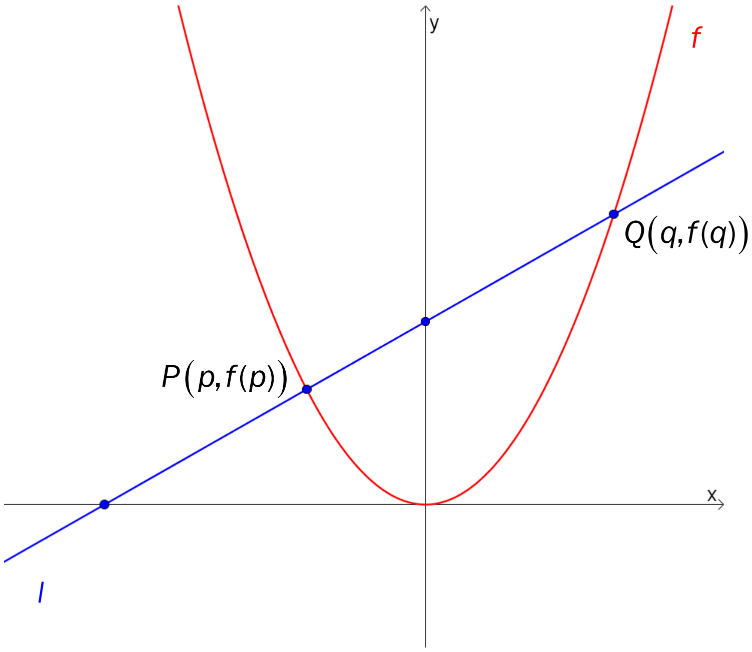
Tabellen ovanfor viser kor mange kilogram sjokolade kvar person i Noreg i gjennomsnitt åt i åra 1970, 1980, 1990, 2000 og 2010.

a) La x vere talet på år etter 1970, og bruk regresjon til å bestemme ein lineær funksjon S som kan beskrive utviklinga i perioden 1970–2010.

b) Kva fortel stigingstalet til funksjonen S?

c) Kor mange gram sjokolade vil kvar person i Noreg i gjennomsnitt ete i 2020 ifølgje funksjonen S?

Oppgåve 3 (4 poeng)



Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2$$

Linja l skjer grafen til f i punkta $P(p, f(p))$ og $Q(q, f(q))$.
Sjå koordinatsystemet ovanfor.

a) Vis at linja l har stigingstal $p + q$.

b) Bruk CAS til å bestemme skjeringspunkta mellom linja l og koordinataksane.

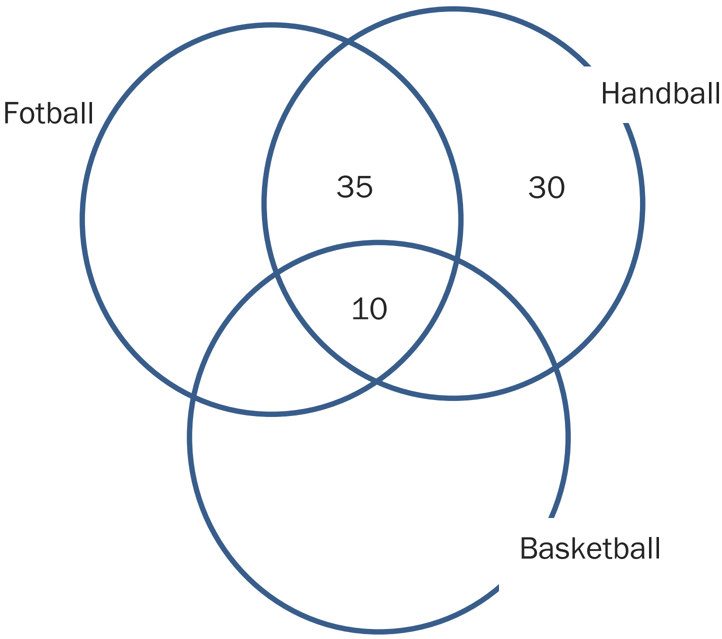
Oppgåve 4 (4 poeng)

Ein idrettsklubb har tre aktivitetar: fotball, handball og basketball. Nokre av medlemmene deltek i éin aktivitet, nokre i to aktivitetar og nokre i alle tre aktivitetane. Idrettsklubben har totalt 250 medlemmer.

Tabellen nedanfor viser kor mange medlemmer som deltek i kvar aktivitet.

Aktivitet	Medlemmer
Fotball	200
Handball	90
Basketball	40

a) Teikn eit venndiagram som vist nedanfor. Gjer berekningar, og set inn tala som manglar.



Vi skal velje ein medlem tilfeldig frå klubben.

b) Bestem sannsynet for at vi kjem til å velje ein medlem som deltek i alle tre aktivitetane.

Tenk deg at vi har valt ein medlem som speler handball.

c) Bestem sannsynet for at denne medlemmen også speler fotball.

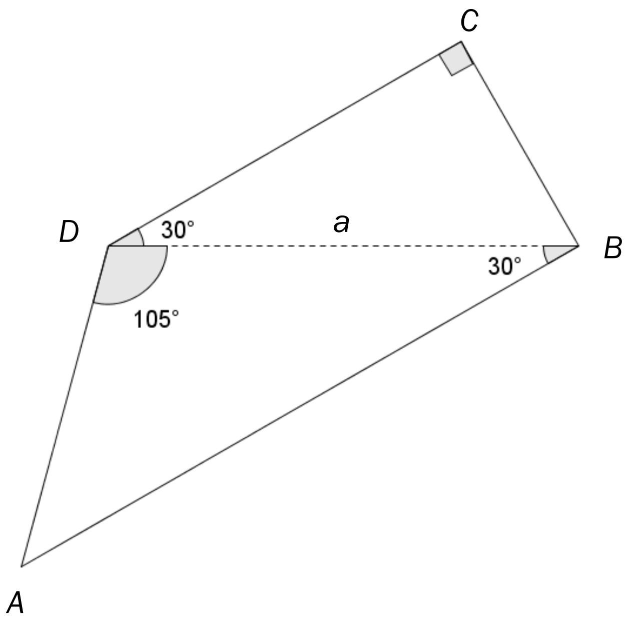
Oppgåve 5 (3 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+a^2x$$

Bruk CAS til å vise at grafen til f har eit terrassepunkt.
Bestem koordinatane til terrassepunktet uttrykt ved a.

Oppgåve 6 (4 poeng)



Gitt $\square ABCD$ ovanfor.

a) Vis at $CD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

b) Vis at arealet av $\square ABCD$ er $\frac{1}{8}a^2\left(2\sqrt{3}+1\right)$

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Settefisk: http://www.nlbvassdrag.no/ (10.04.2016) • Andre bilder, tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 5x = -2y \\ 2x - y = -9 \end{bmatrix}$$

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x^2 - 2}{x^2 - 2x + 1}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-x^2 + 3x > -10$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg\left(2x + \frac{3}{5}\right) = -1$$

Oppgave 5 (1 poeng)

Løs likningen

$$2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

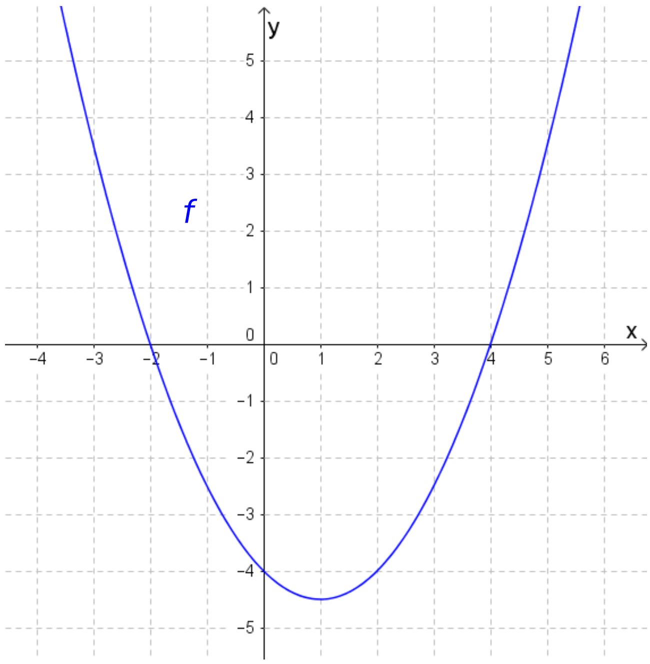
$$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{54}} + 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-1}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x+2}{x-3} - \frac{7x+14}{x^2-x-6}$$

Oppgave 8 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafen til en andregradsfunksjon f.
Bestem funksjonsuttrykket $f(x)$.

Oppgave 9 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-1)(x+2)$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Vis at $f(x) = x^3 - 3x + 2$

c) Bestem $f'(x)$ og bruk den deriverte til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

d) Bestem likningen for tangenten til f i punktet $(0, 2)$.

e) Vis at grafen til f ikke har andre tangenter som er parallelle med tangenten du fant i oppgave d).

Oppgave 10 (2 poeng)

En likesidet trekant har omkrets 24.
Vis at arealet av trekanten er $16\sqrt{3}$.

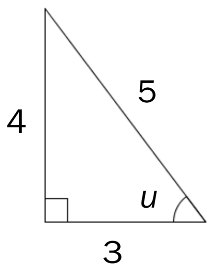
Oppgave 11 (1 poeng)

Om en vinkel u får du vite følgende

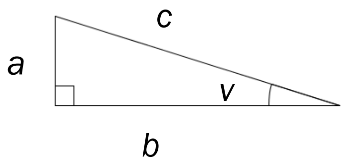
- $\sin u = \dfrac{8}{17}$
- $\cos u = \dfrac{15}{17}$

Bestem $\tan u$.

Oppgave 12 (3 poeng)



a) Gitt trekanten ovenfor.
Vis at $(\sin u)^2 + (\cos u)^2 = 1$



b) Bruk trekanten ovenfor til å vise at $(\sin v)^2 + (\cos v)^2 = 1$ for alle $v \in \langle 0°, 90° \rangle$

Oppgave 13 (3 poeng)

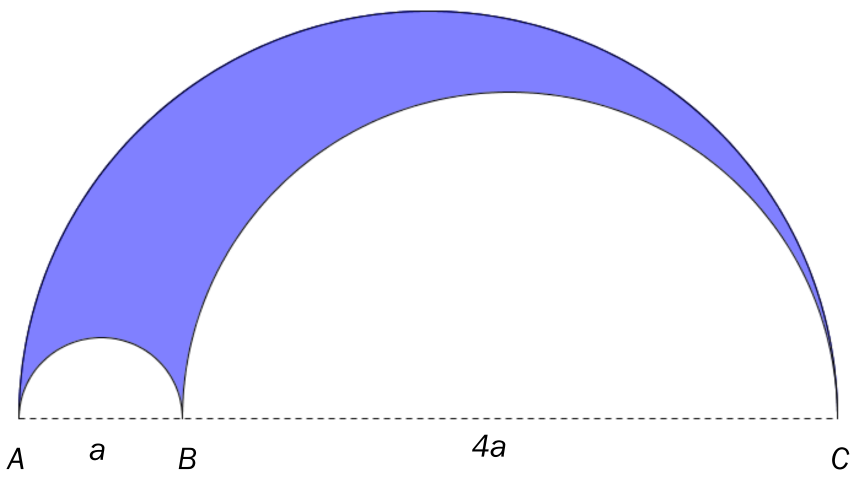
I en eske er det fire blå og fire røde nisser. Tenk deg at du skal ta tre nisser tilfeldig fra esken. Du skal ta én nisse av gangen, og du skal sette dem på en rekke fra venstre mot høyre.

a) Bestem sannsynligheten for at rekken vil bli som vist på bildet nedenfor.

b) Bestem sannsynligheten for at det vil bli én blå og to røde nisser i rekken.

c) Bestem sannsynligheten for at det vil bli minst én blå nisse i rekken.

Oppgave 14 (4 poeng)



Sirkelbuene på figuren ovenfor er halvsirkler. Linjestykket AB har lengde a og linjestykket BC har lengde $4a$.

a) Bestem omkretsen av det blå området på figuren uttrykt ved a.

b) Bestem arealet av det blå området på figuren uttrykt ved a.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

En jakt- og fiskeforening vil sette ut fisk i en innsjø. Fisk som settes ut, kaller vi settefisk.
Foreningen antar at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 35\,400 \cdot 0{,}996^x \quad , \quad x \in [0, 400]$$

viser hvor mange settefisk $f(x)$ det vil være igjen i innsjøen x døgn etter utsettingen.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

b) Hva forteller tallene 35 400 og 0,996 i funksjonsuttrykket om antall settefisk i innsjøen?

c) Bestem $f'(100)$ ved å tegne en tangent til grafen til f.
Hva forteller denne verdien om antall settefisk i innsjøen?

d) Bestem gjennomsnittlig vekstfart for antall settefisk det første året etter utsettingen.

Oppgave 2 (4 poeng)

År	1970	1980	1990	2000	2010
Kilogram sjokolade per person	4,6	6,2	7,6	8,2	9,5

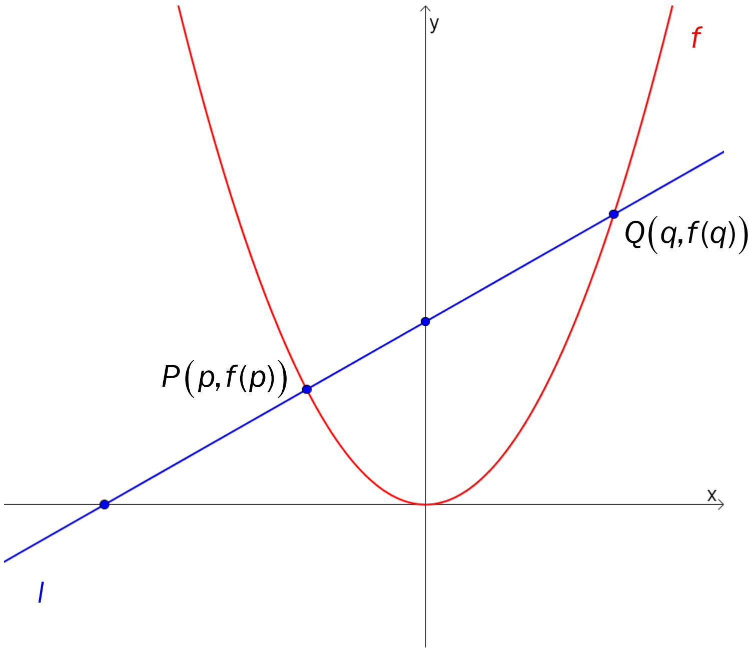
Tabellen ovenfor viser hvor mange kilogram sjokolade hver person i Norge i gjennomsnitt spiste i årene 1970, 1980, 1990, 2000 og 2010.

a) La x være antall år etter 1970, og bruk regresjon til å bestemme en lineær funksjon S som kan beskrive utviklingen i perioden 1970–2010.

b) Hva forteller stigningstallet til funksjonen S?

c) Hvor mange gram sjokolade vil hver person i Norge i gjennomsnitt spise i 2020 ifølge funksjonen S?

Oppgave 3 (4 poeng)



Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2$$

Linjen l skjærer grafen til f i punktene $P(p,f(p))$ og $Q(q,f(q))$.
Se koordinatsystemet ovenfor.

a) Vis at linjen l har stigningstall $p+q$.

b) Bruk CAS til å bestemme skjæringspunktene mellom linjen l og koordinataksene.

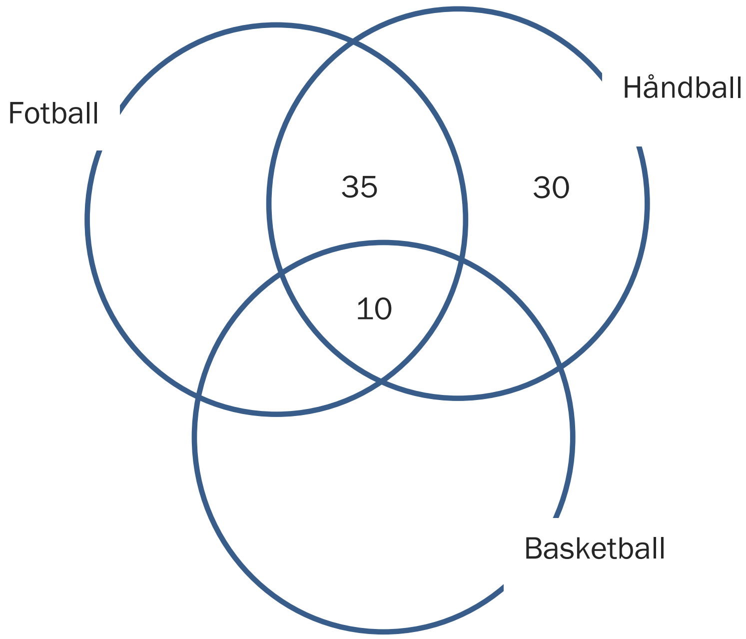
Oppgave 4 (4 poeng)

En idrettsklubb har tre aktiviteter: fotball, håndball og basketball. Noen av medlemmene deltar i én aktivitet, noen i to aktiviteter og noen i alle tre aktivitetene. Idrettsklubben har totalt 250 medlemmer.

Tabellen nedenfor viser hvor mange medlemmer som deltar i hver aktivitet.

Aktivitet	Antall medlemmer
Fotball	200
Håndball	90
Basketball	40

a) Tegn et venndiagram som vist nedenfor. Gjør beregninger, og sett inn tallene som mangler.



Vi skal velge et medlem tilfeldig fra klubben.

b) Bestem sannsynligheten for at vi kommer til å velge et medlem som deltar i alle tre aktivitetene.

Anta at vi har valgt et medlem som spiller håndball.

c) Bestem sannsynligheten for at dette medlemmet også spiller fotball.

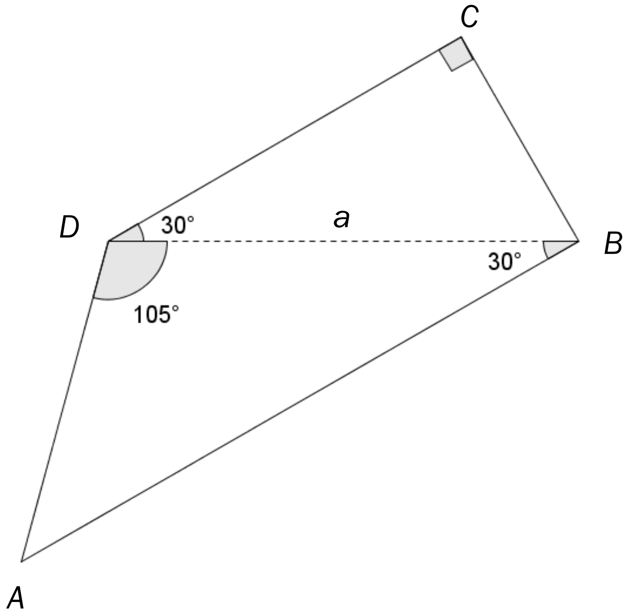
Oppgave 5 (3 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x$$

Bruk CAS til å vise at grafen til f har et terrassepunkt.
Bestem koordinatene til terrassepunktet uttrykt ved a.

Oppgave 6 (4 poeng)



Gitt $\square ABCD$ ovenfor.

a) Vis at $CD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

b) Vis at arealet av $\square ABCD$ er $\frac{1}{8}a^2\left(2\sqrt{3}+1\right)$

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet