Utdanningsdirektoratet

Eksamen

24.11.2016

REA3022 Matematikk R1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i del 1 og del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x)=2x^2-5x-6$

b) $g(x)=x\ln x$

c) $h(x)=\dfrac{e^{2x}}{x-3}$

Oppgåve 2 (5 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x)=(x+1)^2(x-2)$$

a) Bestem nullpunkta til f.

b) Bestem eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

c) Lag ei skisse av grafen til f.

Oppgåve 3 (3 poeng)

a) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{2x+10}{x^2-25}+\frac{x}{x+5}-\frac{4}{2x-10}$$

b) Løys likninga

$$\frac{2x+10}{x^2-25}+\frac{x}{x+5}=\frac{4}{2x-10}$$

Oppgåve 4 (4 poeng)

Løys likningane

a) $2^{3x-2} - 13 = 3$

b) $(\lg x)^2 + \lg x - 2 = 0$

Oppgåve 5 (6 poeng)

I eit koordinatsystem har vi punkta $A(-3, -2)$, $B(3, 4)$ og $C(-4, 5)$.
Ei linje ℓ går gjennom punktet C og er parallell med AB.

a) Set opp ei parameterframstilling for ℓ.

Linja ℓ skjer x-aksen i punktet D.

b) Bestem koordinatane til D.

c) Bestem koordinatane til eit punkt E på linja ℓ slik at $\angle BAE = 90°$.

Oppgåve 6 (4 poeng)

I ein fabrikk er det to maskiner, maskin A og maskin B, som produserer same type nøklar.

- 4 % av nøklane frå maskin A er defekte.
- 1 % av nøklane frå maskin B er defekte.
- Maskin B produserer dobbelt så mange nøklar som maskin A.

Ein nøkkel blir vald tilfeldig frå lageret.

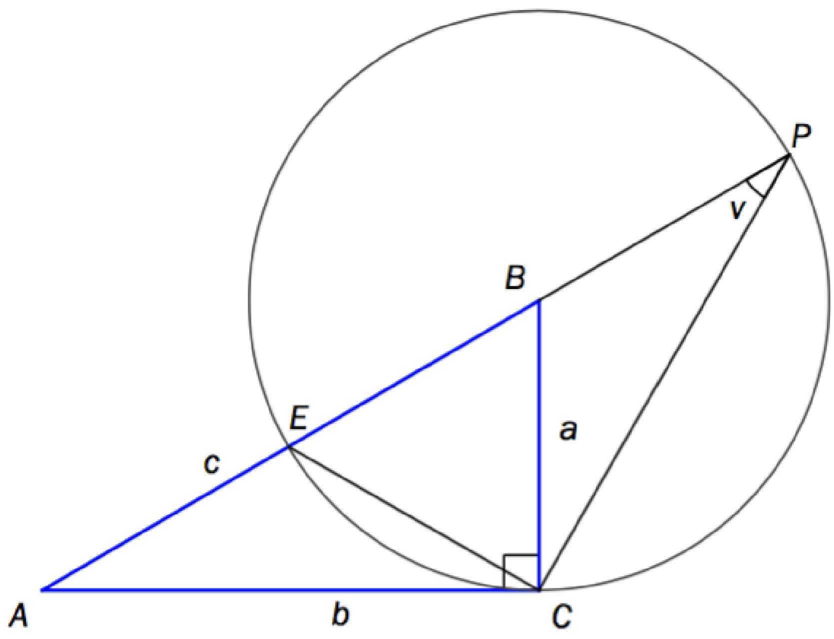
a) Bestem sannsynet for at nøkkelen er defekt.

Det viser seg at den valde nøkkelen er defekt.

b) Bestem sannsynet for at nøkkelen blei produsert av maskin A.

Oppgåve 7 (6 poeng)

Ein rettvinkla $\triangle ACB$ med sidelengdene $BC = a$, $AC = b$ og $AB = c$ er gitt. Vi teiknar ein sirkel med sentrum i B og radius a. Linja gjennom A og B skjer sirkelen i E og P.
Vi set $\angle BPC = v$. Sjå figuren nedanfor.



a) Vis at $\angle ACE = v$, og at $\triangle ACP \sim \triangle ACE$.

b) Forklar at $AE = c - a$, og at $AP = c + a$.

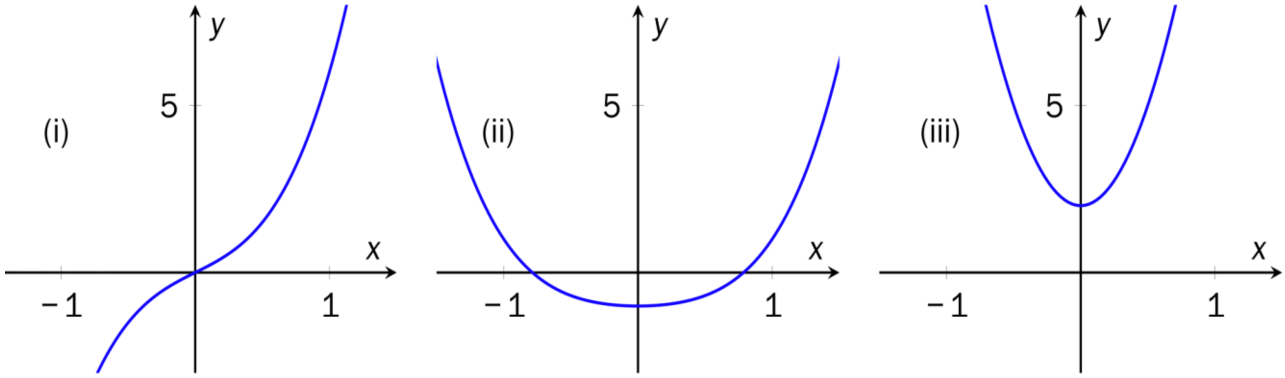
c) Bruk formlikskapen i oppgåve a) til å vise at

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

d) Bruk resultatet i oppgåve c) til å vise at Pytagoras' setning gjeld.

Oppgåve 8 (3 poeng)

Nedanfor er det laga skisser av grafane til ein funksjon f, den deriverte f' og den andrederiverte f''.



Avgjer kva som er grafen til f, kva som er grafen til f', og kva som er grafen til f''.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

I pengespelet Lotto blir det lagt 34 kuler i ein behaldar. Kvar kule er nummerert med eitt av tala frå 1 til 34. Sju kuler blir trekte tilfeldig utan tilbakelegging. Tala på dei sju kulene er vinnartala.

Når du speler Lotto, kryssar du av sju av tala frå 1 til 34 på ein kupong.

a) På kor mange måtar kan du velje ut sju av dei 34 tala?

Tore har levert inn ein lottokupong der han har kryssa av tala

3, 5, 11, 18, 21, 25, 32

b) Bestem sannsynet for at Tore får nøyaktig 5 rette.

Tore ser lottotrekkinga på TV. Etter at det er trekt ut fire tal, går straumen, og TV-en går i svart. Tala som til da er trekte ut, er 5, 21, 3 og 11.

c) Bestem sannsynet for at Tore får sju rette på lottokupongen sin.

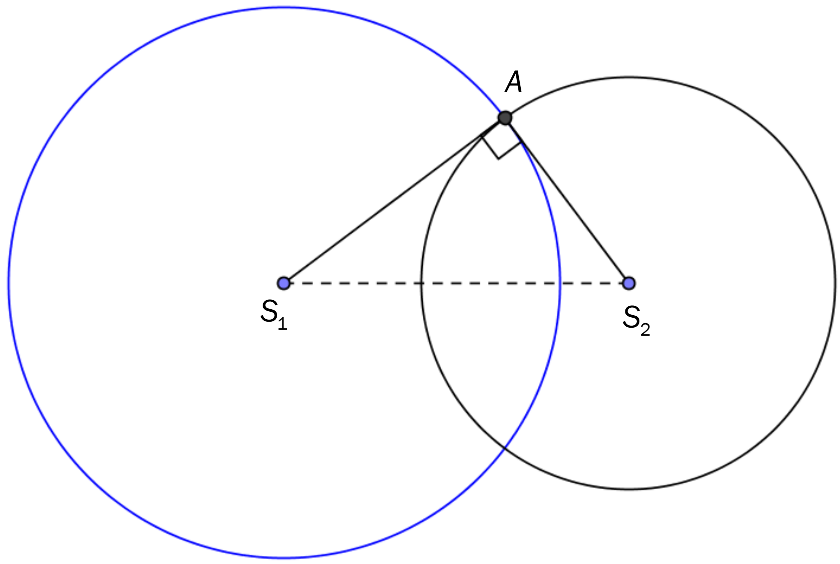
Oppgåve 2 (6 poeng)

To sirklar c_1 og c_2 med sentrum i høvesvis S_1 og S_2 er gitt ved

$$c_1: \ (x+5)^2 + y^2 = 80$$
$$c_2: \ x^2 - 10x + y^2 + 5 = 0$$

a) Bestem sentrum og radius i sirklane c_1 og c_2.

La A vere eit av skjeringspunkta mellom sirklane. Sirklane c_1 og c_2 kallar vi *ortogonale* dersom $\overrightarrow{AS_1} \perp \overrightarrow{AS_2}$. Sjå skissa nedanfor.



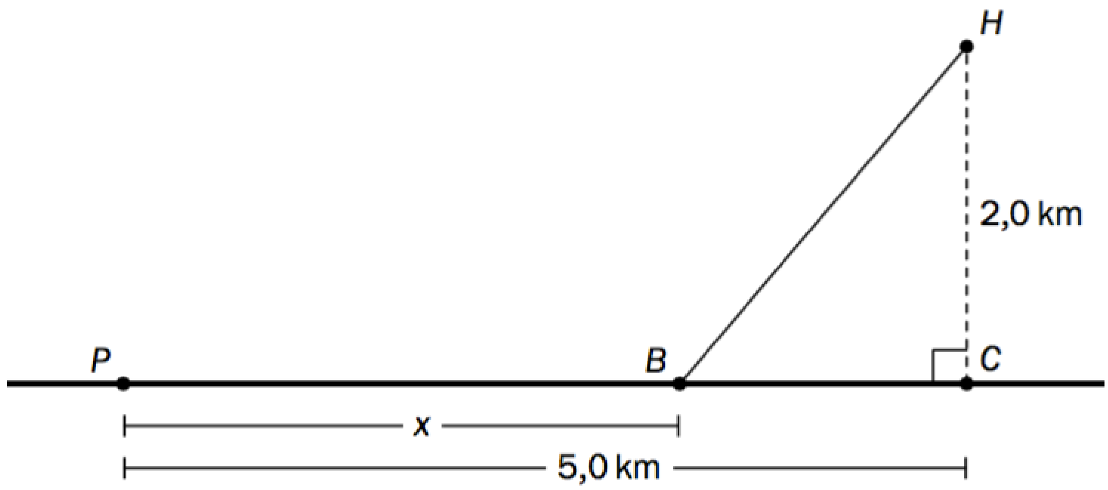
b) Bestem skjeringspunkta mellom sirklane c_1 og c_2.

c) Undersøk ved å bruke vektorrekning om sirklane c_1 og c_2 er ortogonale.

Oppgåve 3 (4 poeng)

Anne skal på hytta. Ho må setje bilen sin på ein parkeringsplass P ved ein rettlinja veg. Punktet C er det punktet på vegen som ligg nærmast hytta H. Avstanden frå P til C er 5,0 km. Avstanden frå C til H er 2,0 km.

Anne vurderer å følgje vegen fram til eit punkt B før ho svingar ut i terrenget og går rett mot hytta. Sjå figuren nedanfor.



Ho reknar med å halde farten 5 km/h på vegen og farten 3 km/h i terrenget.

Vi set $PB = x$ km . Tida ho bruker frå parkeringsplassen til hytta, målt i timar, kallar vi for $t(x)$.

a) Vis at

$$t(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{2^2 + (5-x)^2}}{3}$$

b) Bestem kvar Anne må velje punktet B for å komme raskast fram til hytta.
Kva er den kortaste tida ho kan bruke?

Oppgåve 4 (6 poeng)

Ein partikkel beveger seg i ein bane gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^3 - 3t + 3,\ t - 1] \quad , \qquad -2 \le t \le 2$$

a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til $\vec{r}$ i eit koordinatsystem.

b) Bestem posisjonen, banefarten og akselerasjonen når $t = 1$.

c) Bestem dei punkta på grafen der fartsvektoren $\vec{v}(t)$ er parallell med y-aksen.

Oppgåve 5 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x - 11$$

Nokre punkt på grafen til f har avstand 5 frå origo. Bruk CAS til å bestemme dei eksakte verdiane for x-koordinatane til desse punkta.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i del 1 og del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 2x^2 - 5x - 6$

b) $g(x) = x \ln x$

c) $h(x) = \dfrac{e^{2x}}{x-3}$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = (x+1)^2(x-2)$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

c) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 3 (3 poeng)

a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2x+10}{x^2-25} + \frac{x}{x+5} - \frac{4}{2x-10}$$

b) Løs ligningen

$$\frac{2x+10}{x^2-25} + \frac{x}{x+5} = \frac{4}{2x-10}$$

Oppgave 4 (4 poeng)

Løs ligningene

a) $2^{3x-2} - 13 = 3$

b) $(\lg x)^2 + \lg x - 2 = 0$

Oppgave 5 (6 poeng)

I et koordinatsystem har vi punktene $A(-3, -2)$, $B(3, 4)$ og $C(-4, 5)$.
En linje ℓ går gjennom punktet C og er parallell med AB.

a) Sett opp en parameterframstilling for ℓ.

Linjen ℓ skjærer x-aksen i punktet D.

b) Bestem koordinatene til D.

c) Bestem koordinatene til et punkt E på linjen ℓ slik at $\angle BAE = 90°$.

Oppgave 6 (4 poeng)

I en fabrikk er det to maskiner, maskin A og maskin B, som produserer samme type nøkler.

- 4 % av nøklene fra maskin A er defekte.
- 1 % av nøklene fra maskin B er defekte.
- Maskin B produserer dobbelt så mange nøkler som maskin A.

En nøkkel blir valgt tilfeldig fra lageret.

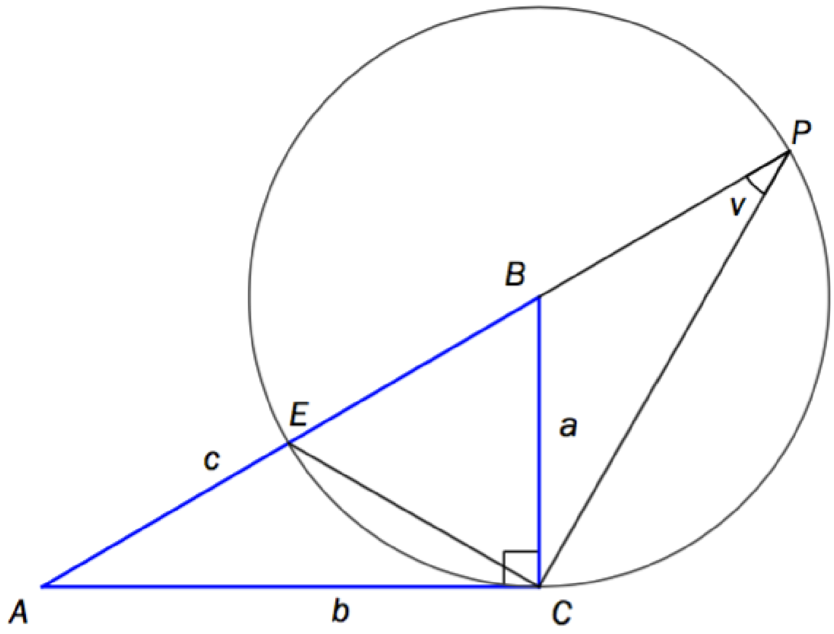
a) Bestem sannsynligheten for at nøkkelen er defekt.

Det viser seg at den valgte nøkkelen er defekt.

b) Bestem sannsynligheten for at nøkkelen ble produsert av maskin A.

Oppgave 7 (6 poeng)

En rettvinklet $\triangle ACB$ med sidelengdene $BC = a$, $AC = b$ og $AB = c$ er gitt. Vi tegner en sirkel med sentrum i B og radius a. Linjen gjennom A og B skjærer sirkelen i E og P.
Vi setter $\angle BPC = v$. Se figuren nedenfor.



a) Vis at $\angle ACE = v$, og at $\triangle ACP \sim \triangle ACE$.

b) Forklar at $AE = c - a$, og at $AP = c + a$.

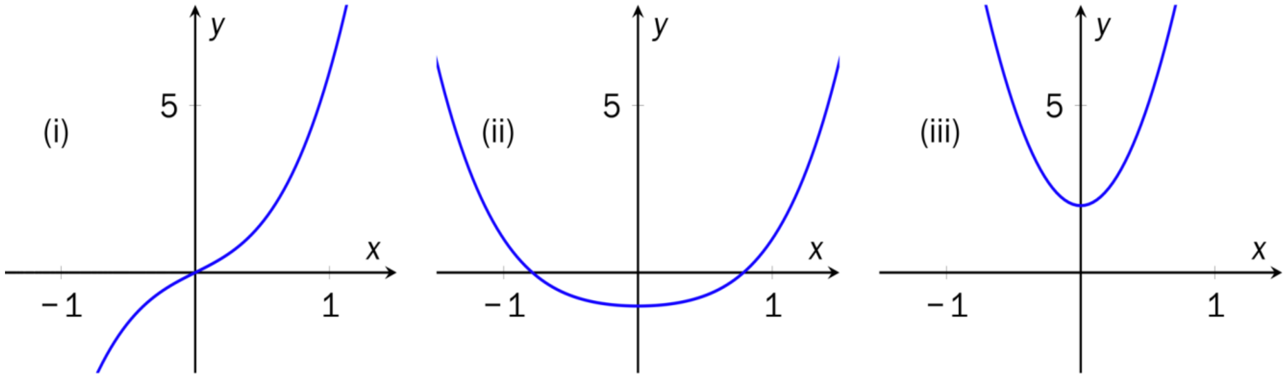
c) Bruk formlikheten i oppgave a) til å vise at

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}$$

d) Bruk resultatet i oppgave c) til å vise at Pytagoras' setning gjelder.

Oppgave 8 (3 poeng)

Nedenfor er det laget skisser av grafene til en funksjon f, den deriverte f' og den andrederiverte f''.



Avgjør hva som er grafen til f, hva som er grafen til f', og hva som er grafen til f''.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

I pengespillet Lotto legges 34 kuler i en beholder. Hver kule er nummerert med ett av tallene fra 1 til 34. Sju kuler trekkes tilfeldig uten tilbakelegging. Tallene på de sju kulene er vinnertallene.

Når du spiller Lotto, krysser du av sju av tallene fra 1 til 34 på en kupong.

a) På hvor mange måter kan du velge ut sju av de 34 tallene?

Tore har levert inn en lottokupong der han har krysset av tallene

3, 5, 11, 18, 21, 25, 32

b) Bestem sannsynligheten for at Tore får nøyaktig 5 rette.

Tore ser lottotrekningen på TV. Etter at det er trukket ut fire tall, går strømmen, og TV-en går i svart. Tallene som til da er trukket ut, er 5, 21, 3 og 11.

c) Bestem sannsynligheten for at Tore får sju rette på lottokupongen sin.

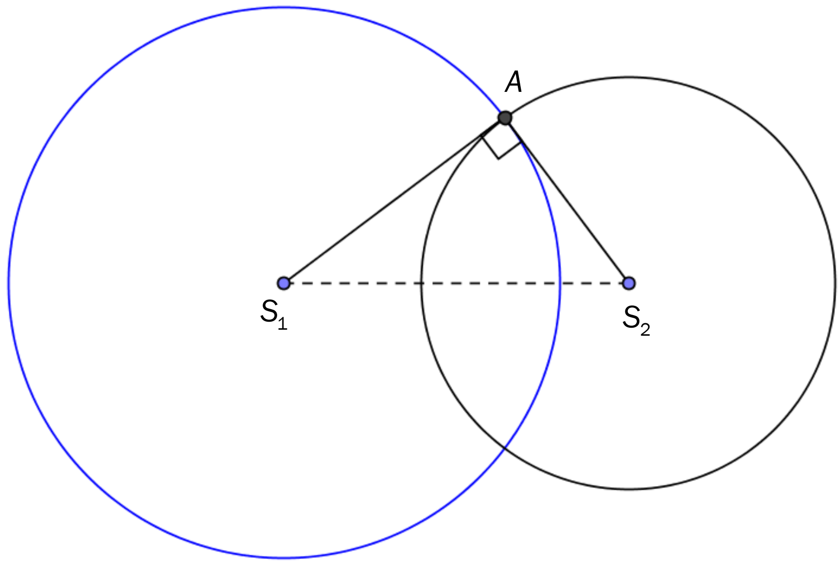
Oppgave 2 (6 poeng)

To sirkler c_1 og c_2 med sentrum i henholdsvis S_1 og S_2 er gitt ved

$$c_1: \; (x+5)^2 + y^2 = 80$$
$$c_2: \; x^2 - 10x + y^2 + 5 = 0$$

a) Bestem sentrum og radius i sirklene c_1 og c_2.

La A være et av skjæringspunktene mellom sirklene. Sirklene c_1 og c_2 kalles *ortogonale* dersom $\overrightarrow{AS_1} \perp \overrightarrow{AS_2}$. Se skissen nedenfor.



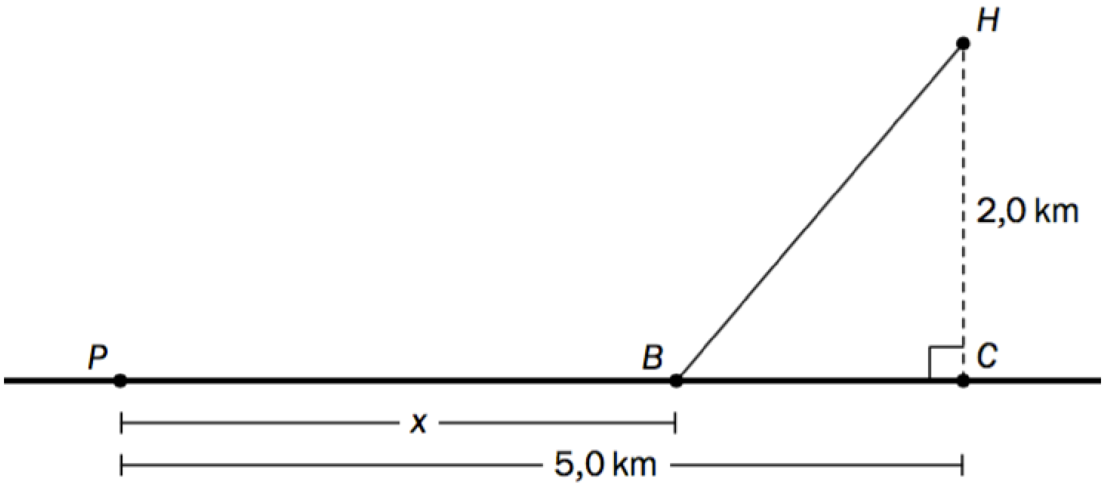
b) Bestem skjæringspunktene mellom sirklene c_1 og c_2.

c) Undersøk ved å bruke vektorregning om sirklene c_1 og c_2 er ortogonale.

Oppgave 3 (4 poeng)

Anne skal på hytta. Hun må sette bilen sin på en parkeringsplass P ved en rettlinjet vei. Punktet C er det punktet på veien som ligger nærmest hytta H. Avstanden fra P til C er 5,0 km. Avstanden fra C til H er 2,0 km.

Anne vurderer å følge veien fram til et punkt B før hun svinger ut i terrenget og går rett mot hytta. Se figuren nedenfor.



Hun regner med å holde farten 5 km/h på veien og farten 3 km/h i terrenget.

Vi setter $PB = x$ km . Tiden hun bruker fra parkeringsplassen til hytta, målt i timer, kaller vi for $t(x)$.

a) Vis at

$$t(x) = \frac{x}{5} + \frac{\sqrt{2^2 + (5-x)^2}}{3}$$

b) Bestem hvor Anne må velge punktet B for å komme raskest fram til hytta. Hva er den korteste tiden hun kan bruke?

Oppgave 4 (6 poeng)

En partikkel beveger seg i en bane gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^3 - 3t + 3,\ t - 1] \quad , \qquad -2 \le t \le 2$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til $\vec{r}$ i et koordinatsystem.

b) Bestem posisjonen, banefarten og akselerasjonen når $t = 1$.

c) Bestem de punktene på grafen der fartsvektoren $\vec{v}(t)$ er parallell med y-aksen.

Oppgave 5 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x - 11$$

Noen punkter på grafen til f har avstand 5 fra origo. Bruk CAS til å bestemme de eksakte verdiene for x-koordinatene til disse punktene.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet