DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = x^3 - 5x$ $3x^2 - 5$

b) $g(x) = 5(x^2+1)^7$ $70x(x^2+1)^6$

c) $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$ $\dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Løs ligningene

a) $\dfrac{3x}{x-2} = \dfrac{x^2}{x^2-4}$ $x = 0 \lor x = -3$

b) $\ln(x^2+2x-14) = 0$ $x = 3 \lor x = -5$

Oppgave 3 (7 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 32$$

a) Begrunn at divisjonen $f(x):(x+2)$ går opp, uten å utføre divisjonen. $f(-2) = 0$

b) Bestem nullpunktene til f. $(-2, 0)$ og $(4, 0)$

c) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkt på grafen til f. Topp: $(0, 32)$ Bunn: (4.0)

d) Bestem eventuelle vendepunkt på grafen til f. $(2, 16)$

e) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 4 (4 poeng)

En bedrift produserer en vare. De totale kostnadene K ved produksjon av x enheter kan skrives på formen

$$K(x) = ax^2 + bx + c$$

Vi får vite at

- kostnadene er 3000 når det produseres 10 enheter
- kostnadene er 8000 når det produseres 20 enheter
- grensekostnadene ved produksjon av 10 enheter er 350

a) Forklar at dette gir oss ligningssystemet

$$100a + 10b + c = 3000$$
$$400a + 20b + c = 8000$$
$$20a + b = 350$$

b) Løs ligningssystemet.

$a = 15$
$b = 50$
$c = 1000$

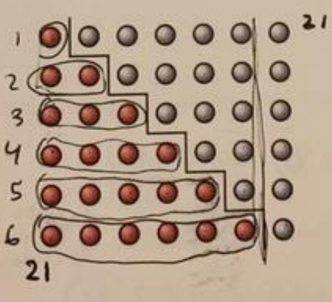
Oppgave 5 (3 poeng)

a) Bruk sumformelen for en aritmetisk rekke til å finne et uttrykk for summen

$1+2+3+\ldots+n$ $\quad S_n = \dfrac{n+n^2}{2}$

b) Vis hvordan du kan argumentere for resultatet i oppgave a) ved å bruke figuren nedenfor.

$$S_6 = \frac{6\cdot(1+6)}{2}$$
$$S_6 = \frac{6\cdot 1 + 36}{2}$$
$$S_6 = \frac{42}{2}$$



$(1+21$

$6\cdot 6$
$= 36$
$7\cdot 6$
$= 36+6 = 42$

$n = 6$
6^2+6

Oppgave 6 (4 poeng)

Sannsynlighetsfordelingen for en stokastisk variabel X er gitt ved denne tabellen:

t	r (−5)	−1	0	2
$P(X=t)$	0,1	0,3	0,2	p (0.4)

a) Forklar hvorfor p må være lik 0,4. Sum må være lik 1

b) Bestem r dersom $E(X)=1$. $r=5$

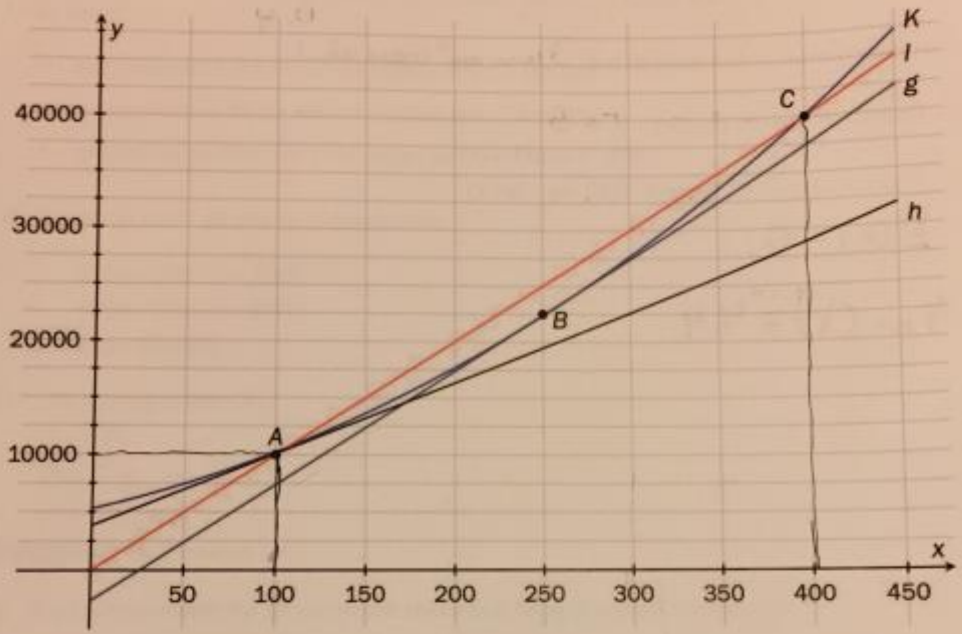
c) Vi setter nå $r=-5$. Bestem $E(X)$ og $Var(X)$.

$E(x) = 0$

$Var(x) = 4.4$

Oppgave 7 (5 poeng)

På figuren har vi tegnet grafen til en kostnadsfunksjon K (blå graf) og en inntektsfunksjon I $I(x)$ (rød graf). Her er $K(x)$ de daglige kostnadene ved å produsere og selge x enheter, og $I(x)$ er de daglige inntektene ved å selge x enheter. Både kostnader og inntekter er regnet i kroner.



På samme figur har vi også tegnet inn to tangenter til grafen til K. Disse er gitt ved

$$g(x) = 100x - 2613$$
$$h(x) = 62{,}5x + 3850$$

a) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge daglig for at den skal ha et overskudd? Minst 101
Maks 399

b) Bestem grensekostnaden ved produksjon og salg av 100 enheter.
62.5 kr

c) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig?
250 enheter

Oppgave 8 (4 poeng)

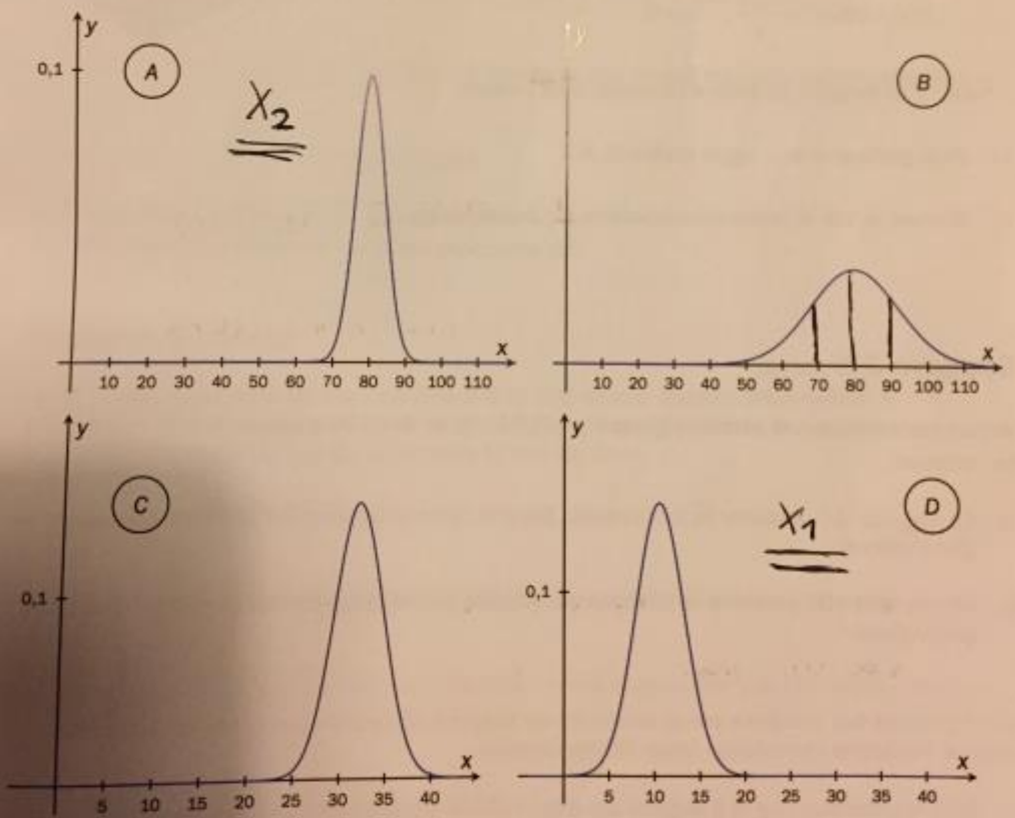
I denne oppgaven kan du få bruk for tabellen over standard normalfordeling i vedlegg 1.

Vi har to stokastiske forsøk:

- På en flervalgsprøve med 32 oppgaver er det tre alternative svar til hver oppgave. Bare ett svar er riktig. Ole har ikke øvd til prøven, så han krysser av et tilfeldig svar på hver oppgave. La X_1 være antall rette Ole får.
- En frøpakke består av 100 frø. Spireevnen er oppgitt til å være 80 %. Lise sår alle de 100 frøene. La X_2 være antall frø som spirer.

Nedenfor er det tegnet inn fire normalfordelinger.

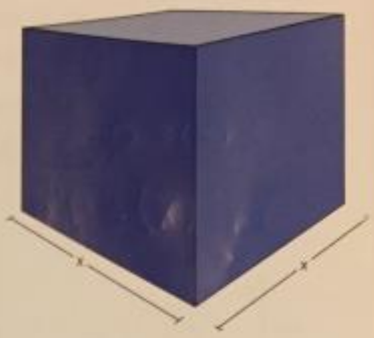
Avgjør hvilken som gir best tilnærming til X_1 og hvilken som gir best tilnærming til X_2.
Begrunn svarene dine.



DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En bedrift skal produsere et skap formet som et rett prisme. Skapet skal ha kvadratisk bunn, og volumet skal være 800 L.



Materialet til sideflatene og toppen koster 230 kroner/m^2.
Materialet til bunnen koster 450 kroner/m^2.

a) Vis at de totale materialkostnadene er gitt ved

$$K(x) = 680x^2 + \frac{736}{x}, \quad x > 0$$

der x er lengden på sidene i bunnen, målt i meter.

b) Bruk graftegner til å tegne grafen til K.

c) Bestem x slik at materialkostnadene blir lavest mulig.

Oppgave 2 (5 poeng)

Ved en trafikkstasjon er sannsynligheten $p = 0{,}52$ for at en tilfeldig person består teoriprøven for førerkort.

a) En dag skal 10 personer ta teoriprøven. Bestem sannsynligheten for at minst 7 av disse greier prøven.

b) En uke skal 100 personer ta teoriprøven. Bestem sannsynligheten for at minst 70 av disse greier prøven.

Myndighetene har mistanke om at elever fra en bestemt kjøreskole jukser. Av de 100 siste elevene fra denne kjøreskolen besto 60 teoriprøven.

c) Bruk hypotesetesting til å avgjøre om disse tallene støtter mistanken om juks. Bruk signifikansnivå på 5 %.

Oppgave 3 (7 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. Bedriften regner med at den daglige etterspørselen $x = E(p)$ er gitt ved

$$E(p) = 341 - p^2 \quad \text{for} \quad p \in [4, 16]$$

der p er prisen i kroner per enhet.

a) Bestem inntekten I uttrykt ved p.

b) Hvilken pris gir høyest inntekt?

De daglige kostnadene ved å produsere og selge x enheter er $K(x)$ kroner. Tabellen nedenfor viser kostnadene for noen x-verdier.

x	50	100	150	200	250	300
$K(x)$	792	1065	1329	1601	1867	2136

c) Bruk blant annet tallene i tabellen til å vise at en god modell for overskuddsfunksjonen er gitt ved

$$O(p) = -p^3 + 5{,}37p^2 + 341p - 2356$$

d) Bestem den prisen som gir størst overskudd.
Hvor mange enheter må bedriften produsere da?

Oppgave 4 (6 poeng)

Remine skal kjøpe leilighet. Hun må låne 1 000 000 kroner. Banken tilbyr henne et annuitetslån med årlig rente på 2,40 % og en nedbetalingstid på 25 år. Det er én termin per år. Første terminbeløp skal betales ett år etter at hun får lånet.

a) Bestem terminbeløpet.

Remine frykter en renteøkning. Hun kan klare å betale et terminbeløp på maksimalt 60 000 kroner.

b) Bruk CAS til å bestemme hvor høy renten kan være dersom Remine skal klare å betjene lånet.

Hun vurderer å betale ned lånet på kortere tid.

c) Bruk CAS til å bestemme antall terminer dersom den årlige renten er 2,40 % og terminbeløpet er 60 000 kroner.