

## DEL 1

### Uten hjelpemidler

#### Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $f(x) = x^2 - \frac{2}{x}$

b)  $g(x) = \ln(x^2 + 1)$

c)  $h(x) = x^2 e^x$

#### Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$x + y - z = 0$$

$$2x + y - z = 2$$

$$4x + y - 2z = 1$$

#### Oppgave 3 (6 poeng)

I en aritmetisk rekke  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  er  $a_1 = 3$  og  $a_6 = 18$ .

a) Bestem differansen  $d$ , og bestem en formel for  $a_n$  uttrykt ved  $n$ .

b) Vis at summen av de  $n$  første leddene kan skrives som

$$S_n = \frac{3}{2}n(n+1)$$

c) Hvor mange ledd må vi ha med for at summen skal bli 84?

#### Oppgave 4 (7 poeng)

Funksjonen  $f$  er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$$

- a) Vi ser at  $f(1) = 0$ . Bruk blant annet polynomdivisjon til å vise at

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x+3)$$

- b) Løs ulikheten  $f(x) \leq 0$

- c) Forkort brøken mest mulig

$$\frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{2x^2 - 2}$$

- d) Bruk blant annet det du viste i oppgave a), til å løse likningen

$$e^{3x} + 4e^{2x} + e^x - 6 = 0$$

#### Oppgave 5 (6 poeng)

Totalkostnaden i kroner ved produksjon av en vare er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 + 70x + 4000, \quad 0 < x < 2000$$

Her er  $x$  antall produserte enheter per uke.

Inntekten i kroner ved denne produksjonen er gitt ved

$$I(x) = -0,05x^2 + 280x, \quad 0 < x < 2000$$

- a) Bestem  $K'(500)$  og  $I'(500)$ . Bruk svarene til å vurdere om bedriften bør produsere flere enn 500 enheter.
- b) Bestem den vinningsoptimale produksjonsmengden, det vil si den produksjonsmengden som gir størst overskudd.
- c) Bestem den kostnadsoptimale produksjonsmengden, det vil si den produksjonsmengden som gir lavest kostnad per enhet.

### Oppgave 6 (10 poeng)

La  $X$  være antall unger som overlever i en tilfeldig valgt fuglekasse med kjøttmeis. Sannsynlighetsfordelingen til  $X$  er gitt i tabellen nedenfor.

$k$	0	1	2	3	4
$P(X=k)$	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1

- a) Bestem  $P(X \geq 2)$ .
- b) Bestem forventningsverdien  $E(X)$ , og vis at standardavviket er  $SD(X) = \sqrt{1,6}$ .  
Hva forteller  $E(X)$  oss?



Et år har biologilærer Peder overvåket 100 fuglekasser med kjøttmeis. Kassene er nummerert fra 1 til 100. La  $X_i$  være antall kjøttmeisunger som overlever i kasse nummer  $i$ . Vi antar at  $X_i$ -ene er uavhengige. Det totale antallet kjøttmeisunger som overlever i de 100 kassene, er gitt ved den stokastiske variabelen

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_{100}$$

- c) Begrunn at  $S$  er tilnærmet normalfordelt.
- d) Bestem  $E(S)$  og  $\text{Var}(S)$ .

I resten av oppgaven går vi ut fra at  $E(S) = 200$  og  $SD(S) = 13$ . Du vil få bruk for standard normalfordelingstabellen i vedlegg 1.

- e) Bestem sannsynligheten for at 226 eller flere kjøttmeisunger overlever i kassene til Peder dette året.
- f) Bestem  $P(187 \leq S \leq 213)$ .