Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.05.2017

MAT1013 Matematikk 1T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 12 oppgåver. Del 2 har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som «grafteiknar» og «CAS» skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Vassmagasin: http://www.dagbladet.no/2015/10/15/nyheter/fritid/olje_og_energi/41511334/ (23.05.2016) • Andre bilete, teikningar, grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{0{,}72 \cdot 10^{8}}{60 \cdot 10^{-8}}$$

Oppgåve 2 (1 poeng)

Rekn ut

$$4^{0} + 2^{-3} \cdot (2^{3})^{2}$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Rekn ut og skriv svaret så enkelt som mogleg

$$\sqrt{20} + \sqrt{5} - \frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2}}$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} x^{2} + y^{2} = 4 \\ x + 2 = y \end{bmatrix}$$

Oppgåve 5 (2 poeng)

Løys likninga

$$\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0$$

Oppgåve 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{1}{x}+\frac{x-5}{x-1}-\frac{2x-6}{x^2-x}$$

Oppgåve 7 (4 poeng)

Ved ein skole les 80 % av elevane aviser på nett, 50 % les papiraviser, og 2 % les ikkje aviser.

a) Systematiser opplysningane gitt i teksten ovanfor i eit venndiagram eller i ein krysstabell.

b) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev ved skolen les både aviser på nett og papiraviser.

Ein elev ved skolen les aviser på nett.

c) Bestem sannsynet for at denne eleven ikkje les papiraviser.

Oppgåve 8 (2 poeng)

Om ein rettvinkla trekant får du vite:

- Lengda av den kortaste sida er 20
- Differansen mellom lengdene av dei to andre sidene er 2

Kor lang er den lengste sida i denne trekanten?

Oppgåve 9 (4 poeng)

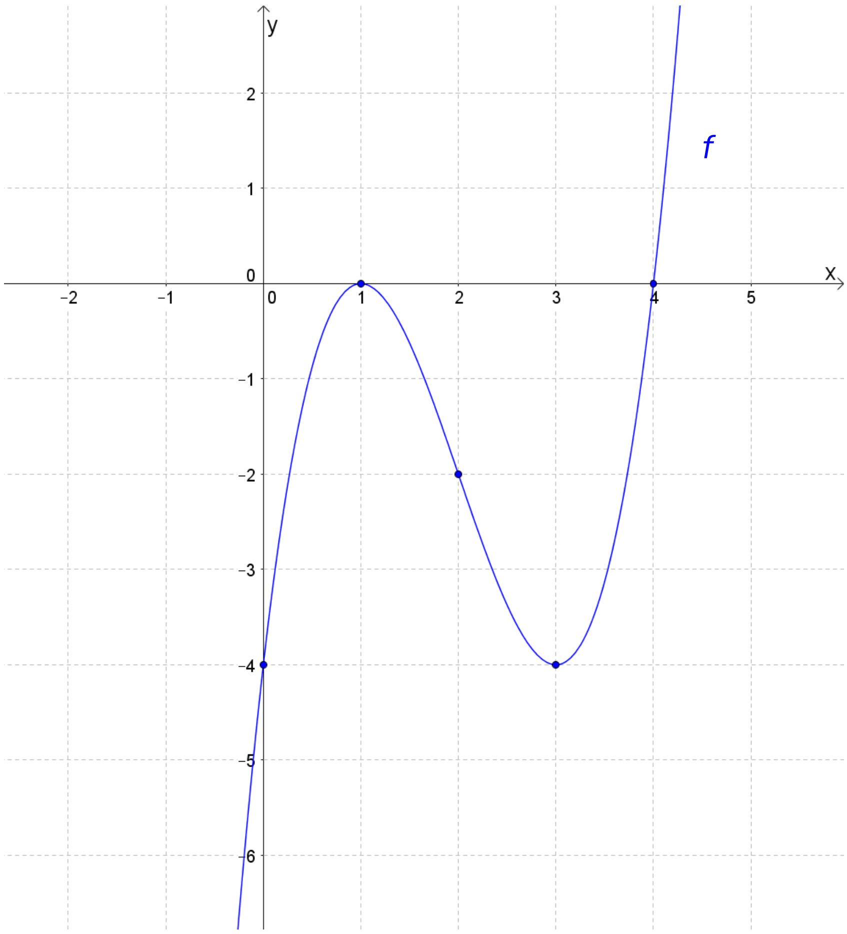
Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

a) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til f i intervallet $[-2, 0]$

b) Bestem den momentane vekstfarten til f når $x = -2$

Oppgåve 10 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor har vi teikna grafen til ein tredjegradsfunksjon f .
Bruk den grafiske framstillinga til å løyse ulikskapane

a) $f(x) > 0$

b) $f'(x) > 0$

Oppgåve 11 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

a) Bestem nullpunkta til f.

Grafen til f er symmetrisk om ei linje ℓ.

b) Teikn grafen til f saman med linja ℓ i eit koordinatsystem.

Grafen til f har ein tangent med stigingstal 2.

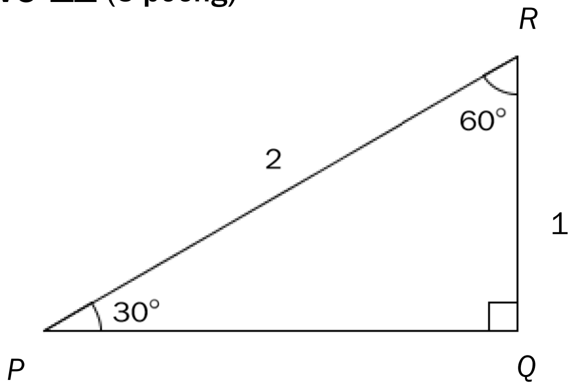
c) Bestem likninga for denne tangenten.
Teikn tangenten i det same koordinatsystemet som du brukte i oppgåve b).

Tangenten frå oppgåve c) skjer linja ℓ i punktet P.
Grafen til f har ein annan tangent som også går gjennom punktet P.

d) Skisser denne tangenten i same koordinatsystem som du har brukt tidlegare i oppgåva. Bestem likninga for tangenten grafisk.

e) Gjer berekningar og avgjer om likninga du fann i oppgåve d), er riktig.

Oppgåve 12 (5 poeng)



a) Bruk ΔPQR ovanfor til å vise at

$$\sin(30°)=\frac{1}{2} \qquad \cos(30°)=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \tan(30°)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Vidare i oppgåva kan du få bruk for nokre av desse trigonometriske verdiane.

I ΔABC er $AB=2$, $AC=4$ og $\angle A=30°$

b) Bestem arealet av ΔABC.

c) Vis at $BC=2\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (7 poeng)

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}0047x^3 + 0{,}40x^2 - 8{,}3x + 86 \qquad x \in [0, 52]$$

viser fyllingsgraden $f(x)$ prosent i eit vassmagasin x veker etter 1. januar 2016.

a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f.

b) I kor mange veker var fyllingsgraden høgare enn 60 %?

c) I kva veke var fyllingsgraden lågast?
Kor stor del av vassmagasinet var fylt da?

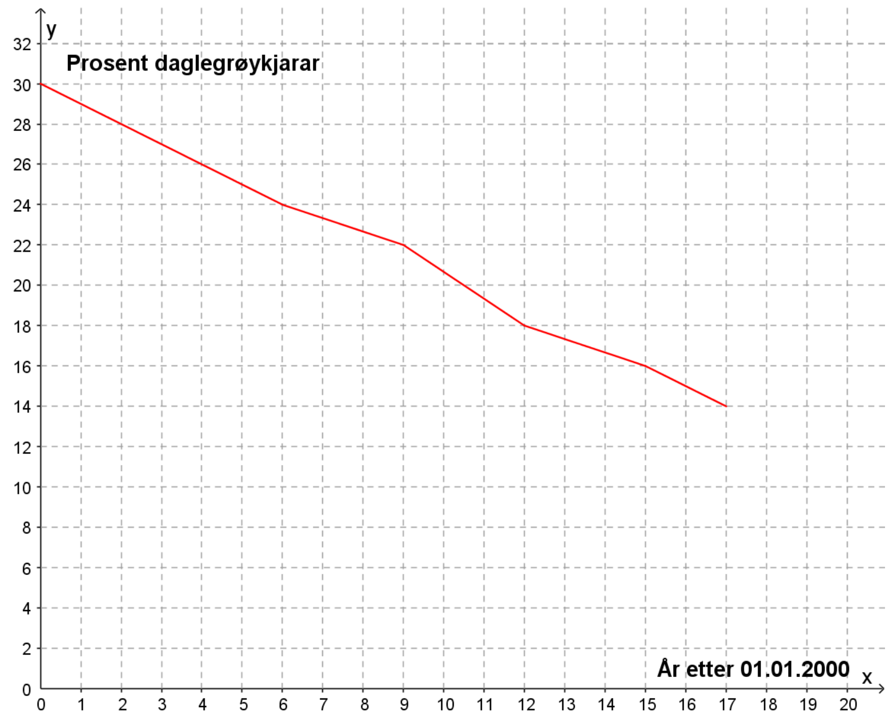
d) Bestem likninga for tangenten til grafen til f i punktet $(22, f(22))$.
Kva fortel stigingstalet til denne tangenten om fyllingsgraden i vassmagasinet?

Oppgåve 2 (2 poeng)

To vaksne og tre barn betaler til saman 520 kroner for billettar til ei kinoframsyning.
Ein vaksenbillett kostar 40 kroner meir enn ein barnebillett.

Kor mykje kostar ein barnebillett, og kor mykje kostar ein vaksenbillett?

Oppgåve 3 (2 poeng)



Linjediagrammet ovanfor viser korleis prosentdelen daglegrøykjarar ved ei bedrift har gått ned i perioden 2000–2017.

a) Bestem ein lineær modell som tilnærma beskriv utviklinga.

b) Når vil prosentdelen daglegrøykjarar ved bedrifta vere 5 % ifølgje modellen i oppgåve a)?

Oppgåve 4 (4 poeng)

Ved eit meieri blir det oppdaga ein feil ved ei av maskinene som skrur korkar på kartongane. På kjølelageret er det 200 kartongar med lettmjølk og 100 kartongar med heilmjølk. $\frac{2}{5}$ av kartongane med lettmjølk og $\frac{1}{4}$ av kartongane med heilmjølk har ikkje tett kork.

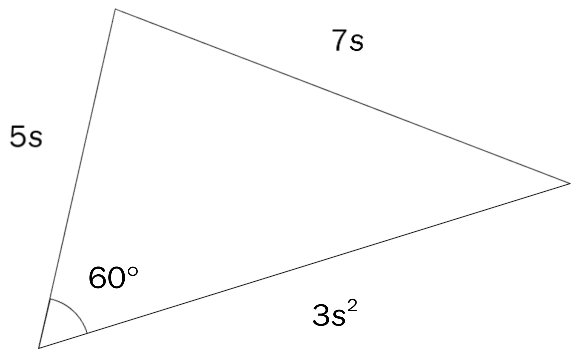
Tenk deg at du skal ta ein kartong tilfeldig frå kjølelageret.

a) Bestem sannsynet for at kartongen ikkje har tett kork.

Tenk deg at du tek ein kartong som ikkje har tett kork.

b) Bestem sannsynet for at kartongen inneheld lettmjølk.

Oppgåve 5 (2 poeng)



Gitt trekanten ovanfor.

Bruk CAS til å bestemme s.

Oppgåve 6 (3 poeng)

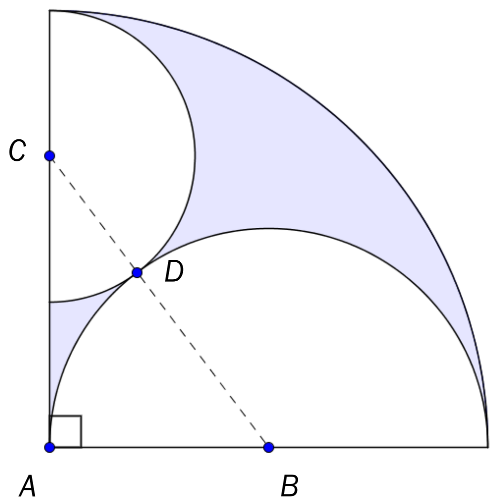
Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x \quad , \quad a > 0$$

Bruk CAS til å

- vise at grafen til f har eit nullpunkt og eit stasjonært punkt i $P(a, 0)$
- avgjere om P er eit toppunkt, eit botnpunkt eller eit terrassepunkt

Oppgåve 7 (4 poeng)



Figuren ovanfor viser

- ein halvsirkel med sentrum i B og radius R
- ein halvsirkel med sentrum i C og radius r
- ein kvart sirkel med sentrum i A og radius $2R$

Dei to halvsirklane tangerer kvarandre i punktet D. Punktet D ligg på linja gjennom B og C.

a) Bruk Pytagoras' setning til å vise at $r = \dfrac{2}{3}R$

b) Bruk CAS til å bestemme arealet av det blå området på figuren uttrykt ved R.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 12 oppgaver. Del 2 har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som «graftegner» og «CAS» skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Vannmagasin: http://www.dagbladet.no/2015/10/15/nyheter/fritid/olje_og_energi/41511334/ (23.05.2016) • Andre bilder, tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{0{,}72\cdot 10^{8}}{60\cdot 10^{-8}}$$

Oppgave 2 (1 poeng)

Regn ut

$$4^{0}+2^{-3}\cdot (2^{3})^{2}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig

$$\sqrt{20}+\sqrt{5}-\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2}}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\left[\begin{array}{r} x^{2}+y^{2}=4 \\ x+2=y \end{array}\right]$$

Oppgave 5 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{1}{x}+\frac{x-5}{x-1}-\frac{2x-6}{x^2-x}$$

Oppgave 7 (4 poeng)

Ved en skole leser 80 % av elevene aviser på nett, 50 % leser papiraviser, og 2 % leser ikke aviser.

a) Systematiser opplysningene gitt i teksten ovenfor i et venndiagram eller i en krysstabell.

b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev ved skolen leser både aviser på nett og papiraviser.

En elev ved skolen leser aviser på nett.

c) Bestem sannsynligheten for at denne eleven ikke leser papiraviser.

Oppgave 8 (2 poeng)

Om en rettvinklet trekant får du vite:

- Lengden av den korteste siden er 20
- Differansen mellom lengdene av de to andre sidene er 2

Hvor lang er den lengste siden i denne trekanten?

Oppgave 9 (4 poeng)

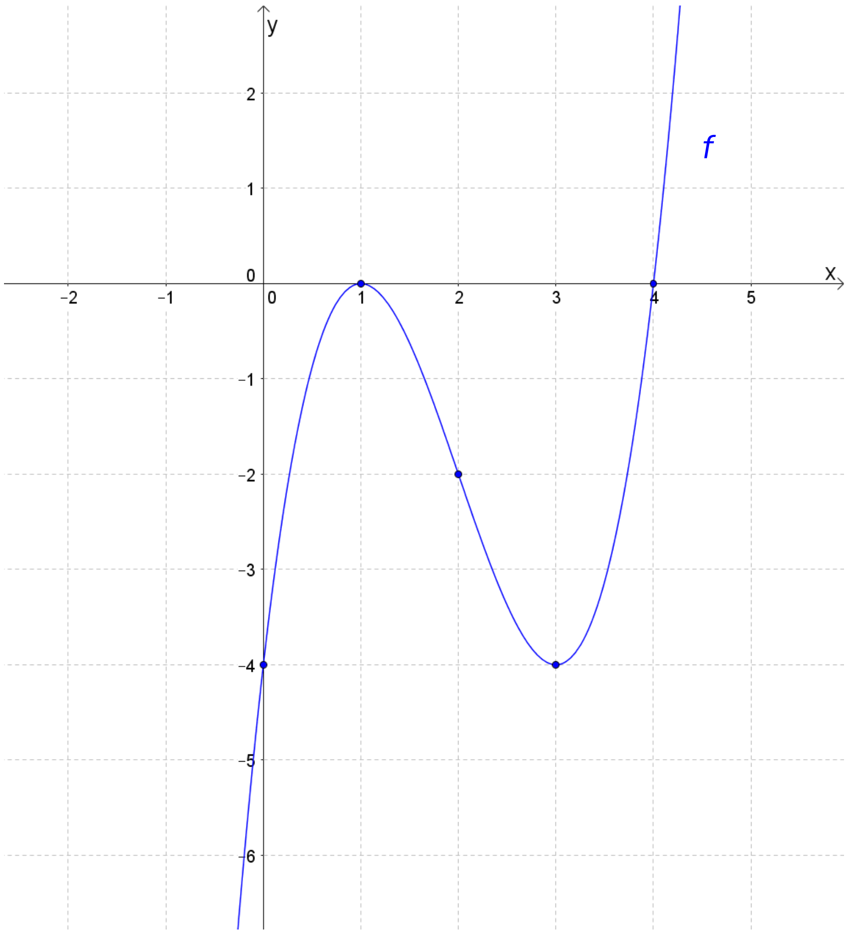
En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

a) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten til f i intervallet $[-2, 0]$

b) Bestem den momentane vekstfarten til f når $x = -2$

Oppgave 10 (2 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafen til en tredjegradsfunksjon f.
Bruk den grafiske framstillingen til å løse ulikhetene

a) $f(x) > 0$

b) $f'(x) > 0$

Oppgave 11 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

a) Bestem nullpunktene til f.

Grafen til f er symmetrisk om en linje ℓ.

b) Tegn grafen til f sammen med linjen ℓ i et koordinatsystem.

Grafen til f har en tangent med stigningstall 2.

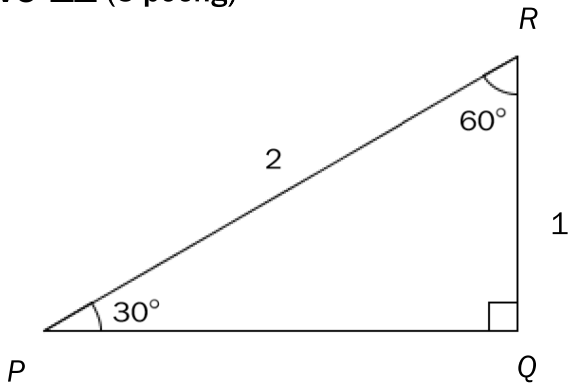
c) Bestem likningen for denne tangenten.
Tegn tangenten i det samme koordinatsystemet som du brukte i oppgave b).

Tangenten fra oppgave c) skjærer linjen ℓ i punktet P.
Grafen til f har en annen tangent som også går gjennom punktet P.

d) Skisser denne tangenten i samme koordinatsystem som du har brukt tidligere i oppgaven. Bestem likningen for tangenten grafisk.

e) Gjør beregninger og avgjør om likningen du fant i oppgave d), er riktig.

Oppgave 12 (5 poeng)



a) Bruk ΔPQR ovenfor til å vise at

$$\sin(30°)=\frac{1}{2} \qquad \cos(30°)=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \tan(30°)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Videre i oppgaven kan du få bruk for noen av disse trigonometriske verdiene.

I ΔABC er $AB=2$, $AC=4$ og $\angle A=30°$

b) Bestem arealet av ΔABC.

c) Vis at $BC=2\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (7 poeng)

Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0{,}0047x^3 + 0{,}40x^2 - 8{,}3x + 86 \qquad x \in [0, 52]$$

viser fyllingsgraden $f(x)$ prosent i et vannmagasin x uker etter 1. januar 2016.

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

b) I hvor mange uker var fyllingsgraden høyere enn 60 %?

c) I hvilken uke var fyllingsgraden lavest?
Hvor stor del av vannmagasinet var fylt da?

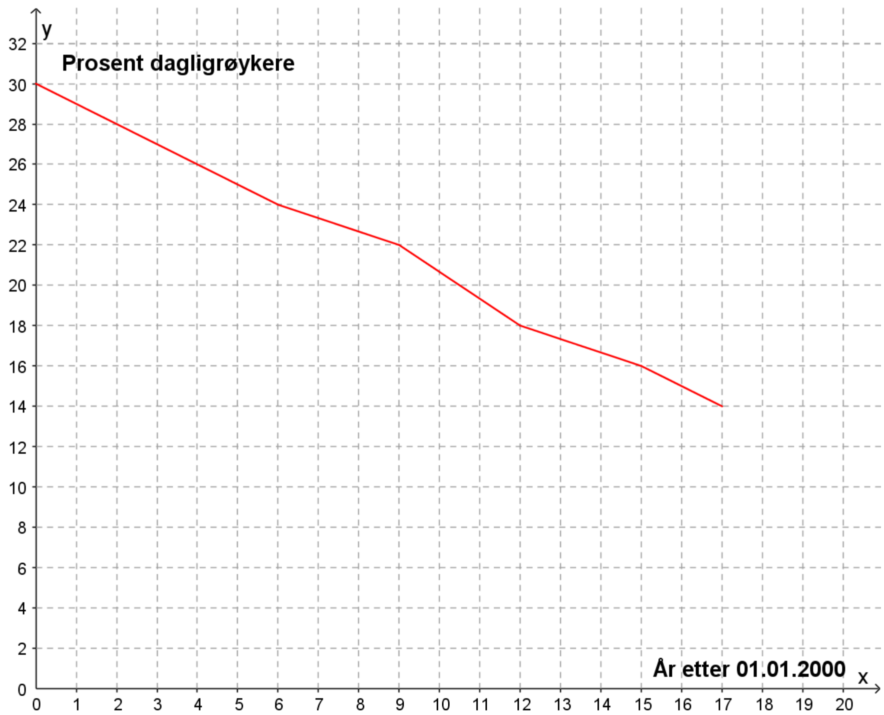
d) Bestem likningen for tangenten til grafen til f i punktet $(22, f(22))$.
Hva forteller stigningstallet til denne tangenten om fyllingsgraden i vannmagasinet?

Oppgave 2 (2 poeng)

To voksne og tre barn betaler til sammen 520 kroner for billetter til en kinoforestilling. En voksenbillett koster 40 kroner mer enn en barnebillett.

Hvor mye koster en barnebillett, og hvor mye koster en voksenbillett?

Oppgave 3 (2 poeng)



Linjediagrammet ovenfor viser hvordan andelen dagligrøykere ved en bedrift har avtatt i perioden 2000–2017.

a) Bestem en lineær modell som tilnærmet beskriver utviklingen.

b) Når vil andelen dagligrøykere ved bedriften være 5 % ifølge modellen i oppgave a)?

Oppgave 4 (4 poeng)

Ved et meieri blir det oppdaget en feil ved en av maskinene som skrur korker på kartongene. På kjølelageret er det 200 kartonger med lettmelk og 100 kartonger med helmelk. $\frac{2}{5}$ av kartongene med lettmelk og $\frac{1}{4}$ av kartongene med helmelk har ikke tett kork.

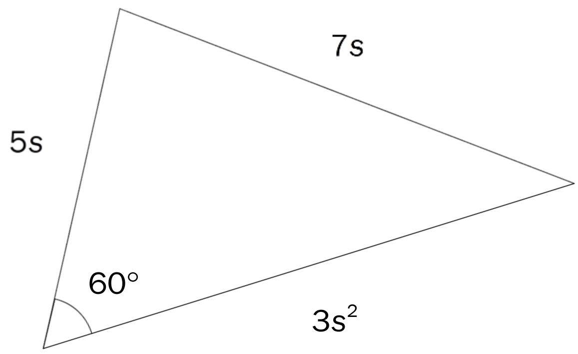
Tenk deg at du skal ta en kartong tilfeldig fra kjølelageret.

a) Bestem sannsynligheten for at kartongen ikke har tett kork.

Anta at du tar en kartong som ikke har tett kork.

b) Bestem sannsynligheten for at kartongen inneholder lettmelk.

Oppgave 5 (2 poeng)



Gitt trekanten ovenfor.

Bruk CAS til å bestemme s .

Oppgave 6 (3 poeng)

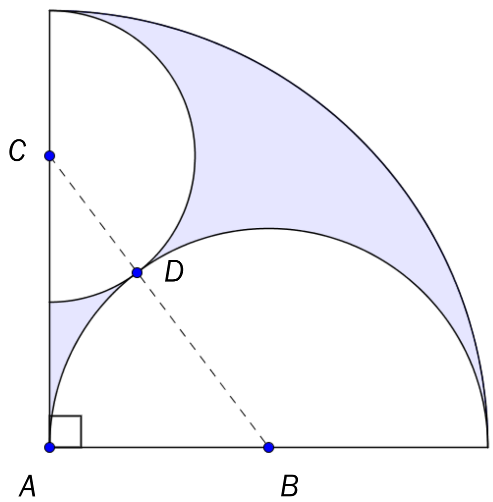
En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x \qquad , \qquad a > 0$$

Bruk CAS til å

- vise at grafen til f har et nullpunkt og et stasjonært punkt i $P(a,\ 0)$
- avgjøre om P er et toppunkt, et bunnpunkt eller et terrassepunkt

Oppgave 7 (4 poeng)



Figuren ovenfor viser

- en halvsirkel med sentrum i B og radius R
- en halvsirkel med sentrum i C og radius r
- en kvart sirkel med sentrum i A og radius $2R$

De to halvsirklene tangerer hverandre i punktet D. Punktet D ligger på linjen gjennom B og C.

a) Bruk Pytagoras' setning til å vise at $r = \dfrac{2}{3}R$

b) Bruk CAS til å bestemme arealet av det blå området på figuren uttrykt ved R.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet