Løsningsforslag eksamen 1P våren 2017

Del 1

Oppgave 1

$$\frac{15L}{2dL}=\frac{150dL}{2dL}=75$$

Jeg kan fylle 75 beger med saft

Oppgave 2

$$\frac{x}{150}=\frac{1000}{125}$$
$$x=\frac{1000}{125}\cdot 150$$
$$x=8\cdot 150$$
$$x=1200$$

Dersom prisen har fulgt indeksen, kostet varen 1200 kroner i 2016

Alternativ løsning (oppgaven kan "angripes" og løses på mange ulike måter):

$$\frac{x}{1000}=\frac{150}{125}\Rightarrow x=\frac{150}{125}\cdot 1000=\frac{6}{5}\cdot 1000=\frac{6000}{5}=1200$$

Oppgave 3

a)

$x=15$ gir $y=\frac{9}{5}\cdot 15+32=9\cdot 3+32=27+32=59$

15°C tilsvarer 59°F

b)

$$x=\frac{9}{5}x+32$$
$$5x=9x+160$$
$$9x-5x=-160$$
$$x=\frac{-160}{4}$$
$$\underline{\underline{x=-40}}$$

Løsningen forteller meg at $-40°C$ tilsvarer $-40°F$, så for akkurat denne temperaturen er antallet grader likt i de to skalaene.

Oppgave 4

a)

Oslo-Gardermoen				
Antall personer	1	2	3	4
Beløp å betale per person (kroner)	780	390	260	195

$$260 \cdot 3 = 780\,,\ \frac{780}{2} = 390 \text{ og } \frac{780}{4} = 195$$

b)

Siden det er en fast pris på drosjeturen, uavhengig av hvor mange som er med, vil pris per person og antall reisende være omvendt proporsjonale.

Dette er brukt for å finne verdiene til tabellen over.

$$1 \cdot 780 = 2 \cdot 390 = 3 \cdot 260 = 4 \cdot 195 = 780$$

Vi ser at produktet av antall reisende og pris per person er konstant.

Oppgave 5

$$f(x) = -x^2 + 4$$

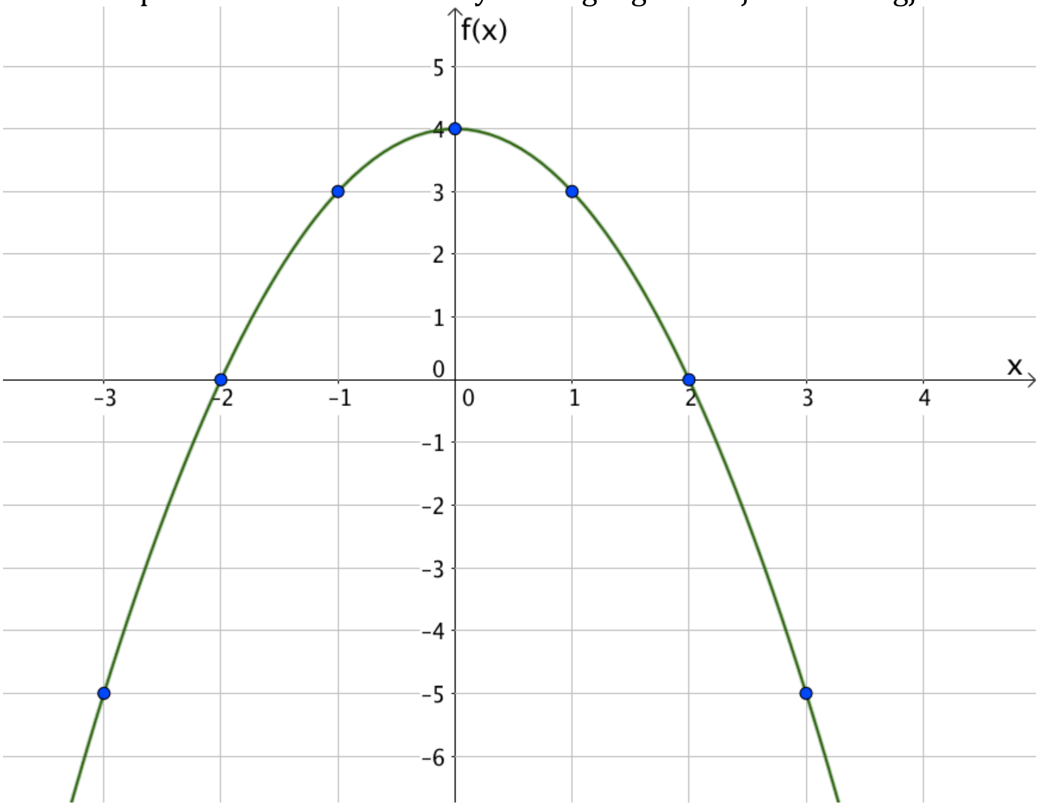
a)

$$f(-3) = -(-3)^2 + 4 = -9 + 4 = -5$$
$$f(-2) = -(-2)^2 + 4 = -4 + 4 = 0$$
$$f(-1) = -(-1)^2 + 4 = -1 + 4 = 3$$
$$f(0) = -(0)^2 + 4 = 4$$
$$f(1) = -(1)^2 + 4 = -1 + 4 = 3$$
$$f(2) = -(2)^2 + 4 = -4 + 4 = 0$$
$$f(3) = -(3)^2 + 4 = -9 + 4 = -5$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

Kommentar: Grafen til en andregradsfunksjon vil alltid være symmetrisk om en symmetrilinje som er parallell med y-aksen og går gjennom topp- eller bunnpunktet. Det kan være kjekt å sjekke at dette stemmer for verdiene vi får, som en siste kontroll på at vi har regnet ut riktige verdier.

b)
Markerer punktene i et koordinatsystem og tegner en jevn kurve gjennom dem.



NB! Selv om vi har fått oppgitt konkrete verdier til verditabellen vår, er det ikke oppgitt et avgrenset definisjonsområde. Vi trenger derfor ikke å ta hensyn til dette når vi tegner grafen.

Oppgave 6

Ser at det kan være lurt å starte med å regne ut lengden av den korteste kateten til den rettvinklede trekanten.

$\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$, så den korteste kateten er 5 meter

Regner ut omkrets:

$$27 + 13 + 12 + (12 - 4) + (27 - 5 - 12) + \frac{4\pi}{2} \approx 70 + 2 \cdot 3 = 76$$

Regner ut areal:

$$\frac{5 \cdot 12}{2} + 12^2 + (27 - 5 - 12)(12 - 8) + \frac{\pi \left(\frac{4}{2}\right)^2}{2} = 30 + 144 + 40 + 2\pi \approx 214 + 6 = 220$$

<u>Omkretsen av området er omtrent 76 meter, mens arealet er omtrent 220 kvadratmeter</u>

Kommentar: Årsaken til at jeg uttrykker lengder litt "rart", som for eksempel (27-5-12) istedenfor å bare skrive 10, er at det da kan være lettere å finne igjen den konkrete lengden på figuren. Tilfellet i denne kommentaren viser til lengste side i rektangelet som ikke er kvadratet.

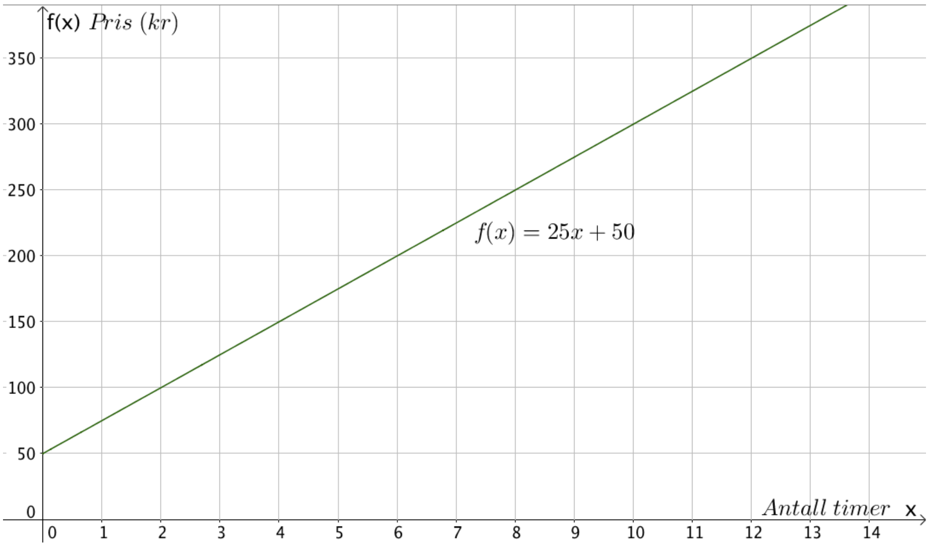
Oppgave 7

Turistkontoret i en by leier ut sykler. Når man leier en sykkel her, betaler man en fast pris på 50 kroner i tillegg til at man betaler 25 kroner per time man leier sykkelen.

$f(x)$ er prisen man betaler for å leie sykkelen i x timer.

$$\underline{\underline{f(x) = 25x + 50}}$$

Graf:



Oppgave 8

a)

Krysstabell:

	Leser på nett	Leser ikke på nett	Totalt
Leser papiraviser	32	18	50
Leser ikke papiraviser	48	2	50
Totalt	80	20	100

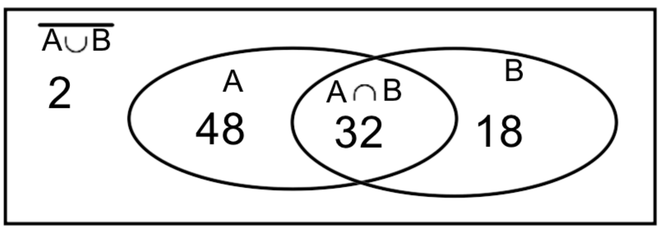
(Verdiene i krysstabellen tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

Venn-diagram:

Definerer hendelsene

A: Leser på nett

B: Leser papiravis



(Verdiene i Venn-diagrammet tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

NB! I en besvarelse holde det med én av delene, men jeg viser begge her.

b)

$$P(\text{Eleven leser både aviser på nett og papiraviser}) = \frac{32}{100} = \underline{\underline{32\%}}$$

c)

$$P(\text{Eleven leser ikke papiraviser} \mid \text{eleven leser aviser på nett}) = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \underline{\underline{60\%}}$$

Oppgave 9

a)

Siden 7,5 dL utgjør 5 deler av totalen, vil én del tilsvare $\frac{7{,}5dL}{5} = 1{,}5dL$.

Jeg skal tilsette to deler rød maling og $2 \cdot 1{,}5dL = 3{,}0dL$.

<u>Jeg må tilsette 3,0 dL rød maling</u>

b)

$2+5=7$, så det er til sammen 7 deler. Da vil én del tilsvare $\frac{21L}{7} = 3L$.

Jeg skal ha to deler rød maling i den ferdige blandingen og $2 \cdot 3L = 6L$.

<u>Jeg trenger 6 liter rød maling for å lage 21 liter ferdig blanding</u>

c)

I den nye blandingen skal jeg ha 3 ganger så mye blå maling, som rød.
I den "gamle" blandingen har jeg mindre enn 3 ganger så mye blå maling som rød, så det er blå maling jeg må tilsette.

De 6 literne med rød maling jeg allerede har i blandingen, skal utgjøre én del av den nye blandingen. I den nye blandingen skal det da være $3 \cdot 6L = 18L$ med blå maling.

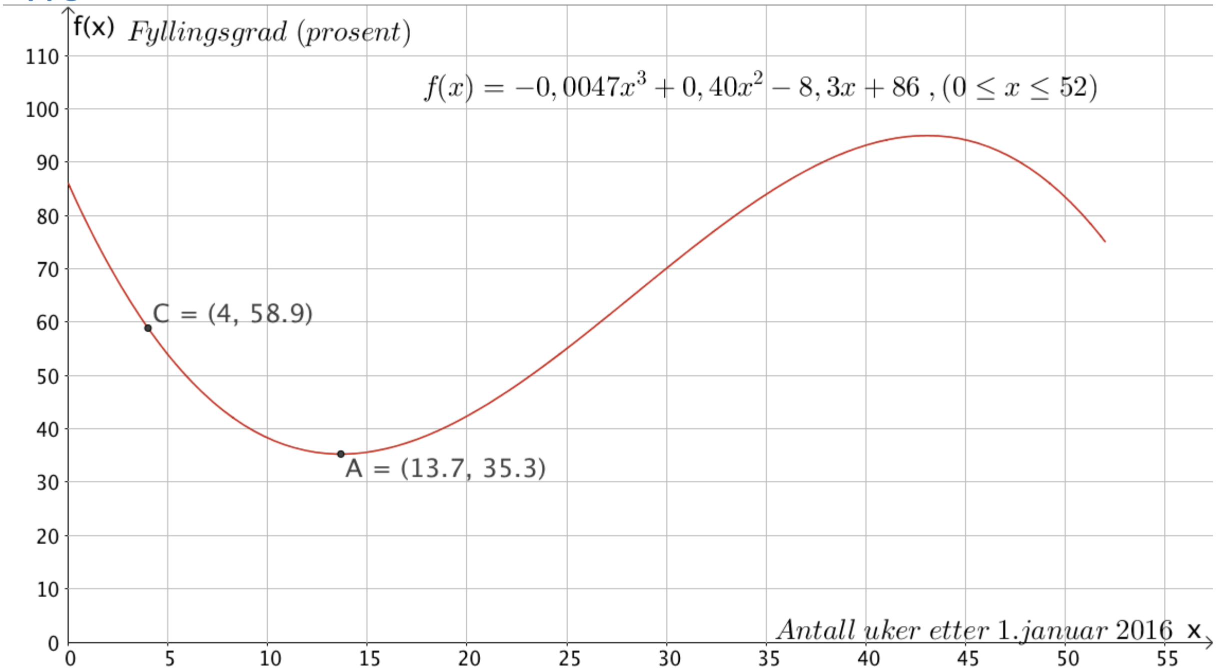
Jeg har allerede $21L - 5L = 15L$ blå maling i blandingen, så jeg må tilsette ytterligere 3 liter for å få 18 liter.

<u>Jeg må tilsette 3 liter blå maling til blandingen for at forholdet skal gå fra 2:5 til 1:3</u>

Alternativ: Jeg avgjør at det er blå maling som skal tilsettes på samme måte som over. Da vet jeg at én av fire deler tilsvarer 6 liter. Altså at den nye blandingen vil inneholde 24 liter maling til sammen. Da må jeg tilsette tre liter maling – og jeg har allerede konstatert at det må være snakk om blå maling.

Del 2

Oppgave 1



a) Bruker kommandoen *" Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]"* og tegner grafen til *f*. (se bilde over)

b) Bruker kommandoen *" Ekstremalpunkt[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]"* og finner ekstremalpunktene på grafen til *f*. Lar bunnpunktet *A* være markert på grafen.
(se bilde over)

<u>Grafen til *f* har bunnpunkt (13,7 ,35,5)</u>

<u>Koordinatene forteller at fyllingsgraden var 35,3% etter 13,7 uker</u>

(altså om kvelden 4.april – men så nøyaktig trenger vi ikke være)

c)

Skriver $(4, f(4))$ i inntastingsfeltet og får punktet *C* (se bilde over)

Ser av funksjonsuttrykket at $f(0) = 86$

$$86 - 58,9 = 27,1$$

$$og$$

$$\frac{27,1}{86} = 0,315 = 31,5\%$$

<u>Fyllingsgraden avtok de fire første ukene med 27,1 prosentpoeng, som tilsvarer 31,5 %</u>

Oppgave 2

a)

$$V = \pi \cdot \left(\frac{320mm}{2}\right)^2 \cdot 535mm = 43027252{,}98mm^3 \approx 43dm^3$$

<u>Volumet av den sylinderformede beholderen er omtrent 43 liter</u>

b)

$$\pi \cdot \left(\frac{3{,}2dm}{2}\right)^2 \cdot h = 40dm^3$$

$$h = \frac{40dm^3}{\pi \cdot 2{,}56dm^2}$$

$$h = 4{,}97dm$$

<u>Vannet vil stå 497 mm høyt i beholderen</u>

c)

Radius i halvkula er lik radius i sylinderen, altså 200mm.
Da er høyden til sylinderdelen $755mm - 200mm = 555mm$

Gjør om lengdene til desimeter før jeg regner ut volumet.

$$V = \pi \cdot (2{,}0dm)^2 \cdot 5{,}55dm + \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot (2{,}0dm)^3}{3} = 86{,}5dm^3$$

<u>Volumet av pedalbøtten med lokk er 86,5 liter</u>

Oppgave 3

a)

$$\frac{32kr}{6 \cdot 22g} \cdot 200g = \frac{32kr}{132g} \cdot 200g = 48{,}48kr$$

<u>En boks med 200 gram leverpostei ville kostet 48,48 kroner om prisen per gram var lik som for porsjonspakningene</u>

b)

$\dfrac{\frac{32kr}{132g}}{\frac{24kr}{200g}} = 2{,}02$, som er vekstfaktor ved en økning på 102 %.

<u>Leverposteien i porsjonspakninger er 102 % dyrere per gram, sammenlignet med leverposteien i boks</u>

Oppgave 4

a)

Både ΔABD og ΔCDE er rettvinklede trekanter.
Siden $CD \parallel AB$, vil begge disse linjestykkene danne to like store vinkler med linjestykket BE.

Når vi vet at to av tre vinkler er like store i to trekanter, vet vi samtidig at den siste vinkelen er like stor i de to trekantene.

Vi kan da konkludere med at ΔABD og ΔCDE er formlike. <u>Som skulle forklares</u>

b)

Regner ut lengden av *BD* ved hjelp av Pythagoras´ setning: $BD = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

Bruker så formlikheten til å finne lengden av *DE*:

$$\frac{DE}{\sqrt{5}} = \frac{0,75}{1,0} \Rightarrow DE = 0,75 \cdot \sqrt{5}$$

$$BD + DE = \sqrt{5} + 0,75 \cdot \sqrt{5} = 1,75 \cdot \sqrt{5} = 3,9$$

<u>Stigen er 3,9 meter lang</u>

Oppgave 5

a)

$200 \cdot \dfrac{2}{5} = 80$, så det er 80 kartonger med lettmelk som ikke har tett kork.

$100 \cdot \dfrac{1}{4} = 25$, så det er 25 kartonger med helmelk som ikke har tett kork

$$P(\text{Kartongen har ikke tett kork}) = \frac{80+25}{200+100} = \frac{105}{300} = \frac{35}{100} = \underline{\underline{35\%}}$$

b)

$$P(\text{Kartongen inneholder lettmelk} \mid \text{Kartongen har ikke tett kork}) = \frac{80}{80+25} = \frac{80}{105} = \underline{\underline{\frac{16}{21} = 0,762 = 76,2\%}}$$

Kommentar: Dette er en typisk situasjon hvor man kan bruke total sannsynlighet og Bayes´ setning, men det er ikke pensum i 1P.

Oppgave 6

	A	B
1	**Inndata**	
2	Brutto månedslønn	kr 42 700,00
3	Pensjonsinnskudd	2 %
4	Fagforeningskontingent	kr 400,00
5	Skattetrekk	31 %
6		
7	**Lønnsberegning**	
8	Brutto månedslønn	kr 42 700,00
9	Pensjonsinnskudd	kr 854,00
10	Fagforeningskontingent	kr 400,00
11	Trekkgrunnlag	kr 41 446,00
12	Skattetrekk	kr 12 848,26
13	Netto månedslønn	kr 28 597,74
14		

Formler:

	A	B
1	**Inndata**	
2	Brutto månedslønn	42700
3	Pensjonsinnskudd	0,02
4	Fagforeningskontingent	400
5	Skattetrekk	0,31
6		
7	**Lønnsberegning**	
8	Brutto månedslønn	=B2
9	Pensjonsinnskudd	=B3*B2
10	Fagforeningskontingent	=B4
11	Trekkgrunnlag	=B8-B9-B10
12	Skattetrekk	=B5*B11
13	Netto månedslønn	=B11-B12
14		

<u>Marte har en netto månedslønn på 28 597,74 kroner</u>

Oppgave 7

a)

Terje: $(220000kr - 164100kr)\cdot 0{,}0093 = 519{,}87$

Lise:

$(230950kr - 164100kr)\cdot 0{,}0093 + (520000kr - 230950kr)\cdot 0{,}0241 = 7587{,}81$

<u>Terje må betale 519,87 kroner i trinnskatt, mens Lise må betale 7587,81 kroner</u>

b)

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt	164100			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt på trinn
4	Trinnskatt (trinn 1)	0,93 %	kr 164 100	kr 230 950	kr 0,00
5	Trinnskatt (trinn 2)	2,41 %	kr 230 950	kr 565 400	kr 0,00
6					
7	Samlet trinnskatt	kr 0,00			
8					

Formler:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt	164100			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt på trinn
4	Trinnskatt (trinn 1)	0,0093	164100	230950	=HVIS(B1<D4;(B1-C4)*B4;(D4-C4)*B4)
5	Trinnskatt (trinn 2)	0,0241	230950	565400	=HVIS(B1>C5;(B1-C5)*B5;0)
6					
7	Samlet trinnskatt	=E4+E5			
8					

Kontrollerer svarene fra a)

Terje:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt	220000			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt på trinn
4	Trinnskatt (trinn 1)	0,93 %	kr 164 100	kr 230 950	kr 519,87
5	Trinnskatt (trinn 2)	2,41 %	kr 230 950	kr 565 400	kr 0,00
6					
7	Samlet trinnskatt	kr 519,87			
8					

Lise:

	A	B	C	D	E
1	Personinntekt	520000			
2					
3		Prosentsats	Fra	Til	Skatt på trinn
4	Trinnskatt (trinn 1)	0,93 %	kr 164 100	kr 230 950	kr 621,71
5	Trinnskatt (trinn 2)	2,41 %	kr 230 950	kr 565 400	kr 6 966,11
6					
7	Samlet trinnskatt	kr 7 587,81			
8					

Ser at svarene i a) stemmer

Oppgave 8

a)

Hvis du holder en fart på 90 km/h, bruker du 1 time på 9 mil.
Da vil du bruke en niendedel av en time på én mil.

$$\frac{60\,\text{min}}{9} = \frac{20\,\text{min}}{3} = 6\,\text{min} + \frac{2}{3}\,\text{min} = 6\,\text{min} + \frac{2}{3}\cdot 60s = 6\,\text{min} + 40s$$, <u>som skulle vises</u>

b)

Hvis du holder en fart på 110 km/h, bruker du 1 time på 11 mil.
Da vil du bruke en ellevtedel av en time på én mil.

$$\frac{60\,\text{min}}{11} = 5\,\text{min} + \frac{5}{11}\,\text{min} = 5\,\text{min} + \frac{5}{11}\cdot 60s \approx 5\,\text{min} + 27s$$

$$6\,\text{min} + 40s - 5\,\text{min} + 27s = 1\,\text{min} + 13s$$, <u>som skulle vises</u>

c)

Jeg sparer 1 min og 13 s per mil. Hvor mange mil må jeg kjøre for at dette samlet blir 15 minutter?

$$\frac{15\,\text{min}}{1\,\text{min} + 13s} = \frac{900s}{73s} \approx 12{,}3$$

<u>Jeg må kjøre ca.123 km for å spare 15 minutter ved å øke farten fra 90km/h til 110km/h</u>