Løsningsforslag for eksamen i matematikk 1T våren 2017 – del 1

Oppgave 1

$$\frac{0{,}72 * 10^{8}}{60 * 10^{-8}} = \frac{72 * 10^{6}}{60 * 10^{-8}} = \frac{72}{60} * 10^{6-(-8)} = \mathbf{1{,}2 * 10^{14}}$$

Oppgave 2

$$4^{0} + 2^{-3} * (2^{3})^{2} = 1 + \frac{1}{2^{3}} * (8)^{2} = 1 + \frac{64}{8} = 1 + 8 = \mathbf{9}$$

Oppgave 3

$$\sqrt{20} + \sqrt{5} - \frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2}} = \left(\sqrt{4} * \sqrt{5}\right) + \sqrt{5} - \sqrt{80}$$
$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{20} * \sqrt{4}$$
$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5} * \sqrt{4} * \sqrt{4}$$
$$= 2\sqrt{5} + \sqrt{5} - 4\sqrt{5} = \mathbf{-\sqrt{5}}$$

Oppgave 4

$\boldsymbol{Likning\ 1}$: $x^{2} + y^{2} = 4 \iff x = \sqrt{4 - y^{2}} \iff x = \sqrt{(2 + y)(2 - y)}$

$\boldsymbol{Likning\ 2}$: $x + 2 = y$

Setter inn likning 2 i likning 1;

$x = \sqrt{(2 + (x + 2))(2 - (x + 2)}$

$x = \sqrt{(x + 4)(-x)}$

$(x)^{2} = \left(\sqrt{-x^{2} - 4x}\right)^{2}$

$x^{2} = -x^{2} - 4x$

$2x^{2} + 4x = 0$

$\frac{-4 \pm \sqrt{4^{2} - 4 * 2 * 0}}{2 * 2} = \frac{-4 \pm 4}{2 * 2} = \{-2{,}0\ \}$

Løsning med $\boldsymbol{x = -2}$	**Løsning med $\boldsymbol{x = 0}$**
II: $x + 2 = y$ $y = -2 + 2 = 0$	***II:*** $x + 2 = y$ $y = 0 + 2 = 2$

$$\boldsymbol{L = \{\ \{-2, 0\}, \{0, 2\}\ \}}$$

Oppgave 5

$\lg\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0$

$10^{\lg\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)} = 10^0$

$x^2 + \frac{3}{4} = 1$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}}$

$x = \pm\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm\left(\frac{1^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}}\right) = \pm\left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}\right) = \pm\left(\frac{1}{2}\right)$

$\boldsymbol{L = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}}$

Oppgave 6

$\frac{1}{x} + \frac{x-5}{x-1} - \frac{2x-6}{x^2-x}$ Ser at felles nevner må være $x^2 - x = x(x-1)$

$\frac{1(x-1)}{x(x-1)} + \frac{(x-5)x}{(x-1)x} - \frac{2x-6}{x^2-x}$

$\frac{x-1}{x^2-x} + \frac{x^2-5x}{x^2-x} - \frac{2x-6}{x^2-x} = \frac{x-1+(x^2-5x)-(2x-6)}{x^2-x} = \frac{x^2-6x+5}{x^2-x}$

Nullpunktsfaktoriserer teller;

$\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-(4*1*5)}}{2*1} = \frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2} = \frac{6\pm4}{2} = \{1, 5\}$

Vi kan da skrive uttrykket som;

$\frac{x^2-6x+5}{x^2-x} = \frac{(x-1)(x-5)}{x(x-1)} = \boldsymbol{\frac{x-5}{x}}$

Oppgave 7

a)

Verdiene markert i rødt er de vi får vite av oppgaven. Resten fylles inn.

	$Nettavis$	$\overline{Nettavis}$	**Sum**
$Papiravis$	0,32	0,18	**0,5**
$\overline{Papiravis}$	0,48	**0,02**	0,5
Sum	**0,8**	0,2	1

b)
Vi ser på krysstabellen for å finne svar på denne. Siden 32 % av alle elevene leser både aviser på nett og papiraviser, vil det også være 32 % for å trekke en av disse elevene når vi trekker fra alle.

$$P(Nettavis \cap Papiravis) = 0{,}32 = \mathbf{32\%}$$

c)
Vi ser av krysstabellen at 80% av elevene på skolen leser nettavis. Vi ser videre at 48% av elevene leser nettavis, men ikke papiravis. Da kan vi uttrykke sannsynligheten følgende;

$$P\left(Nettavis \cap \overline{Papiravis}\right) = \frac{0{,}48}{0{,}8} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \mathbf{60\%}$$

Oppgave 8

Bruker Pythagoras teorem for rettvinklede trekanter;
$hypotenus^2 = katet_1^2 + katet_2^2$
Vi vet av oppgaven at $katet_1 = 20$, og vi setter $hypotenus = x$, da vi vil vite den lengste siden (hypotenusen). Følgende settes $katet_2 = x - 2$.

$(x)^2 = (20)^2 + (x-2)^2$
$x^2 = 400 + x^2 - 4x + 4$
$4x = 404$
$x = \mathbf{101}$ **Den lengste siden i trekanten er altså 101**

Oppgave 9

a)
Den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet er $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Vi ser av intervallet at $\Delta x = 2$. Δy er $f(0) - f(-2)$.

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$
$f(0) = 0^3 + 3 * 0^2 - 2 * 0 - 3 = -3$
$f(-2) = (-2)^3 + 3 * (-2)^2 - (2 * -2) - 3 = -8 + 12 + 4 - 3 = 5$

$$Gjennomsnittig\ vekstfart = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3-5}{2} = -\frac{8}{2} = \mathbf{-4}$$

b)

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 2$

$f'(-2) = 3 * (-2)^2 + (6 * -2) - 2 = 12 - 12 - 2 = \mathbf{-2}$

Oppgave 10

a)

Ser av grafen at $f(x) > 0$ når x er 4 eller høyere.
Derfor er løsningen $\boldsymbol{L = \langle 4, \rightarrow \rangle}$.

b)

Ser av grafen at $f'(x) > 0$ i intervallene $\langle \longleftarrow, 1 \rangle$ og $\langle 3, \longrightarrow \rangle$.
Derfor er løsningen $\boldsymbol{L = \langle \longleftarrow, 1 \rangle \cup \langle 3, \longrightarrow \rangle}$.

Oppgave 11

a)

Bruker abc-formelen til finne nullpunktene til $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

$$\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - (4 * 1 * 3)}}{2 * 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$$

Nullpunktene til $\boldsymbol{f(x)}$ er $\mathbf{(1, 0)}$ og $\mathbf{(3, 0)}$