# Løsningsforslag eksamen 1T våren 2017

## Del 1

### Oppgave 1

$$\frac{0,72\cdot 10^{8}}{60\cdot 10^{-8}}=\frac{72\cdot 10^{6}}{6\cdot 10^{-7}}=12\cdot 10^{6-(-7)}=12\cdot 10^{13}=\underline{\underline{1,2\cdot 10^{14}}}$$

### Oppgave 2

$$4^{0}+2^{-3}\cdot\left(2^{3}\right)^{2}=1+\frac{1}{2^{3}}\cdot 2^{3\cdot 2}=1+\frac{2^{6}}{2^{3}}=1+2^{6-3}=1+2^{3}=1+8=\underline{\underline{9}}$$

### Oppgave 3

$$\sqrt{20}+\sqrt{5}-\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2}}=\sqrt{4\cdot 5}+\sqrt{5}-\sqrt{\frac{160}{2}}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}-\sqrt{80}=3\sqrt{5}-\sqrt{16\cdot 5}=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=\underline{\underline{-\sqrt{5}}}$$

### Oppgave 4

I. $x^{2}+y^{2}=4$
II. $x+2=y$

Likning II innsatt i I gir

$$\begin{aligned}
x^{2}+(x+2)^{2}&=4\\
x^{2}+x^{2}+4x+4&=4\\
2x^{2}+4x&=0\\
2x(x+2)&=0\\
&\Updownarrow\\
x=0 &\vee x=-2
\end{aligned}$$

Disse løsningene, innsatt i likning II, gir
$y=0+2=2\vee y=-2+2=0$

$$\underline{\underline{x=-2\wedge y=0\quad\text{eller}\quad x=0\wedge y=2}}$$

*Kommentar:*
*Vi kan se at likning I er likningen til en sirkel med sentrum i origo med radius 2.*
*Likning II er likningen til ei rett linje som krysser y-aksen i (0,2) og har stigningstall 1.*
*Har vi dette i bakhodet, kan vi forutse løsningene før vi løser likningssystemet.*
*(Sirkellikningen er ikke pensum i 1T, så kan ikke forventes at kandidaten ser dette)*

## Oppgave 5

Siden $x^2 > 0$, trenger jeg ikke å "bekymre" meg for ugyldige løsninger.

$$\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)=0$$

$$10^{\lg\left(x^2+\frac{3}{4}\right)}=10^0$$

$$x^2+\frac{3}{4}=1$$

$$x^2=1-\frac{3}{4}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{x=\pm\frac{1}{2}}}$$

## Oppgave 6

$$\frac{1}{x}+\frac{x-5}{x-1}-\frac{2x-6}{x^2-x}=\frac{1(x-1)}{x(x-1)}+\frac{x(x-5)}{x(x-1)}-\frac{2x-6}{x(x-1)}$$

$$=\frac{x-1+x^2-5x-2x+6}{x(x-1)}$$

$$=\frac{x^2-6x+5}{x(x-1)}$$

$$=\frac{(x-1)(x-5)}{x(x-1)}$$

$$=\underline{\underline{\frac{x-5}{x}}}$$

## Oppgave 7

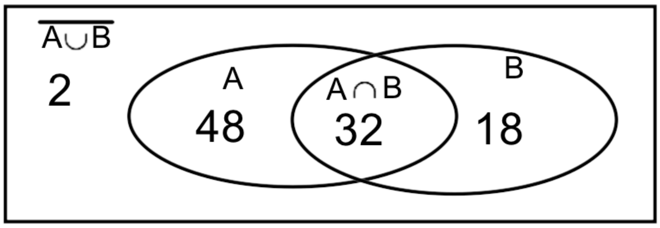
**a)**

***Krysstabell:***

| | Leser på nett | Leser ikke på nett | Totalt |
|---|---|---|---|
| Leser papiraviser | 32 | 18 | 50 |
| Leser ikke papiraviser | 48 | 2 | 50 |
| Totalt | 80 | 20 | 100 |

(Verdiene i krysstabellen tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

***Venn-diagram:***
Definerer hendelsene
A: Leser på nett
B: Leser papiravis




(Verdiene i Venn-diagrammet tilsvarer prosentvis andel av elevene på skolen)

*NB! I en besvarelse holde det med én av delene, men jeg viser begge her.*

**b)**

$$P(\text{Eleven leser både aviser på nett og papiraviser}) = \frac{32}{100} = \underline{\underline{32\%}}$$

**c)**

$$P(\text{Eleven leser ikke papiraviser} \mid \text{eleven leser aviser på nett}) = \frac{48}{80} = \frac{6}{10} = \underline{\underline{60\%}}$$

## Oppgave 8

Dette er en rettvinklet hvor katetene har lengden 20 og $x$, mens hypotenusen har lengde $x+2$

Pythagoras´ setning gir:

$$x^2 + 20^2 = (x+2)^2$$
$$x^2 + 400 = x^2 + 4x + 4$$
$$4x + 4 = 400$$
$$x + 1 = 100$$
$$x = 99$$

Den lengste kateten har lengden 99 og hypotenusen har lengden $99 + 2 = 101$

<u>Lengden til den lengste siden i trekanten er 101</u>

## Oppgave 9

**a)**

$$\frac{f(0)-f(-2)}{0-(-2)} = \frac{-3-\left((-2)^3+3\cdot(-2)^2-2(-2)-3\right)}{2} = \frac{-3-(-8+12+4-3)}{2} = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

<u>Den gjennomsnittlige vekstfarten er -4 i intervallet [-2,0]</u>

**b)**

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 2$$

*og*

$$f'(-2) = 3\cdot(-2)^2 + 6(-2) - 2 = 3\cdot 4 - 12 - 2 = -2$$

$\underline{\underline{\text{Den momentane vekstfarten til } f \text{ er } -2 \text{ når } x = -2}}$

## Oppgave 10

**a)** Ser at grafen ligger over *x*-aksen når $x > 4$

$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ når } x > 4}}$

**b)** $f'(x)$ er positiv i de intervallene hvor grafen stiger

$\underline{\underline{f'(x) > 0 \text{ når } x \in \langle \leftarrow, 1\rangle \cup \langle 3, \rightarrow\rangle}}$

## Oppgave 11

**a)**

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ x^2 - 4x + 3 &= 0 \\ (x-3)(x-1) &= 0 \\ &\text{gir} \\ x = 1 &\vee x = 3 \end{aligned}$$

<u>*f* har nullpunkter (1,0) og (3,0)</u>

**b)**

Symmetrilinja til grafen til *f* er parallell med *y*-aksen og krysser *x*-aksen midt mellom nullpunktene. Så vi har $\ell : x = 2$

Grafen til *f* er en parabel som vender den hule siden opp og er symmetrisk om symmetrilinja. Symmetrilinja går også gjennom bunnpunktet på grafen, så grafen må ha et bunnpunkt i $(2, f(2)) = (2, -1)$. Vet også at grafen krysser *y*-aksen i (0,3).
Markerer bunnpunktet og nullpunktene og tegner grafen til *f* symmetrisk om $\ell$.
(Se bilde neste side)

**c)**

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \\ 2x - 4 &= 2 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

og vi vet at $f(3)=0$

Da kan vi si at

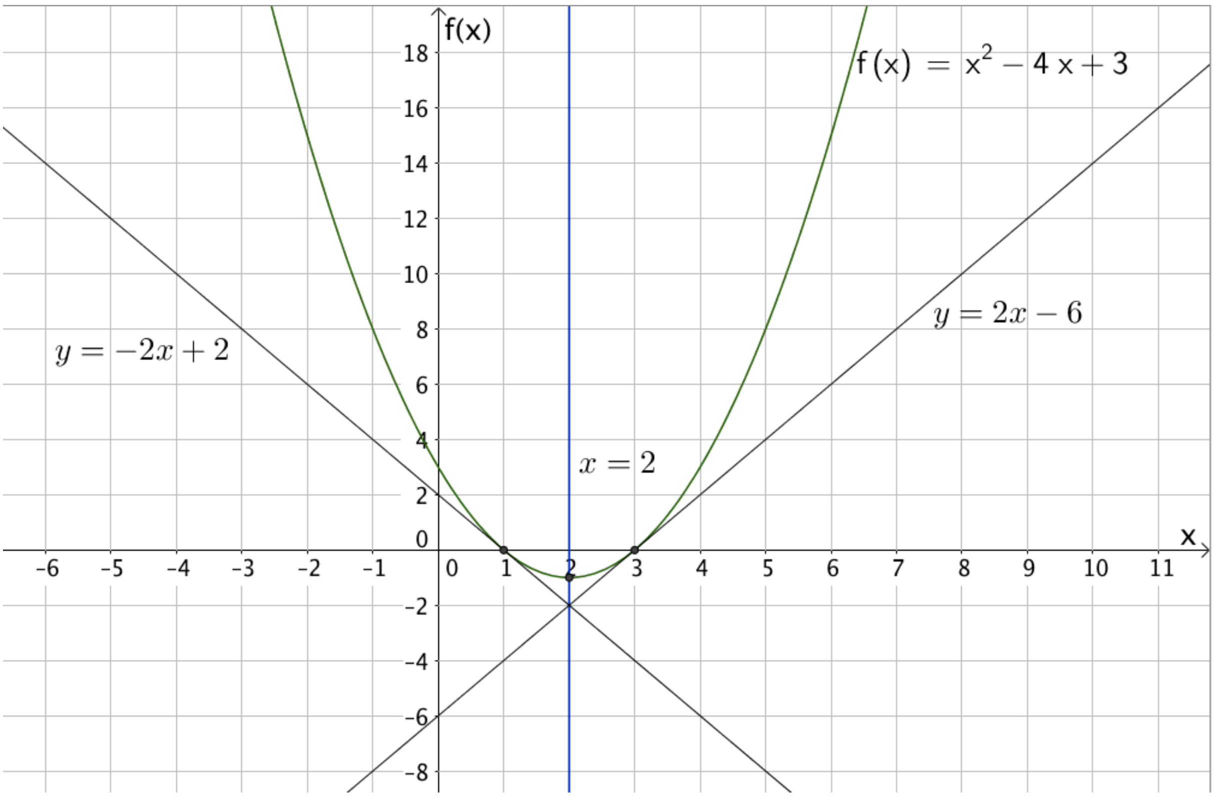
$$ax+b=y$$
$$2\cdot 3+b=0$$
$$b=-6$$

Likningen til tangenten er $\underline{\underline{y=2x-6}}$ (se bilde under)

**d)**

Legger linjalen i skjæringspunktet mellom tangenten fra deloppgave c) og linja $\ell$ og legger den langs grafen til *f* slik at jeg kan skissere en tangent.

Ser at likningen til denne tangenten er $\underline{\underline{y=-2x+2}}$ (se bilde under)




**e)**

Hvis likningen min i forrige deloppgave stemmer, skal vi ha $f'(1)=-2$

$f'(1)=2\cdot 1-4=2-4=-2$, så det stemmer.

Konstantleddet skal være 2, så setter inn punktet (2,-1) og stigningstallet -2 i likningen og sjekker hva jeg får.

$-2\cdot 2+b=-2 \Rightarrow b=-2+4=2$

<u>Likningen er riktig</u>

## Oppgave 12

**a)**

$$PQ=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$$

Sinus til en vinkel er lik forholdet mellom motstående katet og hypotenus

Det gir $\sin(30°)=\dfrac{1}{2}$, <u>som skulle vises</u>

Cosinus til en vinkel er lik forholdet mellom hosliggende katet og hypotenus

Det gir $\cos(30°)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, <u>som skulle vises</u>

$\tan u=\dfrac{\sin u}{\cos u}$, så $\tan(30°)=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{1\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, <u>som skulle vises</u>

**b)**

Bruker arealsetningen

$$A_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\cdot\sin(30°)=4\cdot\frac{1}{2}=\underline{\underline{2}}$$

**c)**

Bruker cosinussetningen

$$(BC)^2=(AB)^2+(AC)^2-2\cdot AB\cdot AC\cdot\cos(\angle A)$$

$$=2^2+4^2-2\cdot 2\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=4+16-8\sqrt{3}$$

$$=20-8\sqrt{3}$$

$$=4\left(5-2\sqrt{3}\right)$$

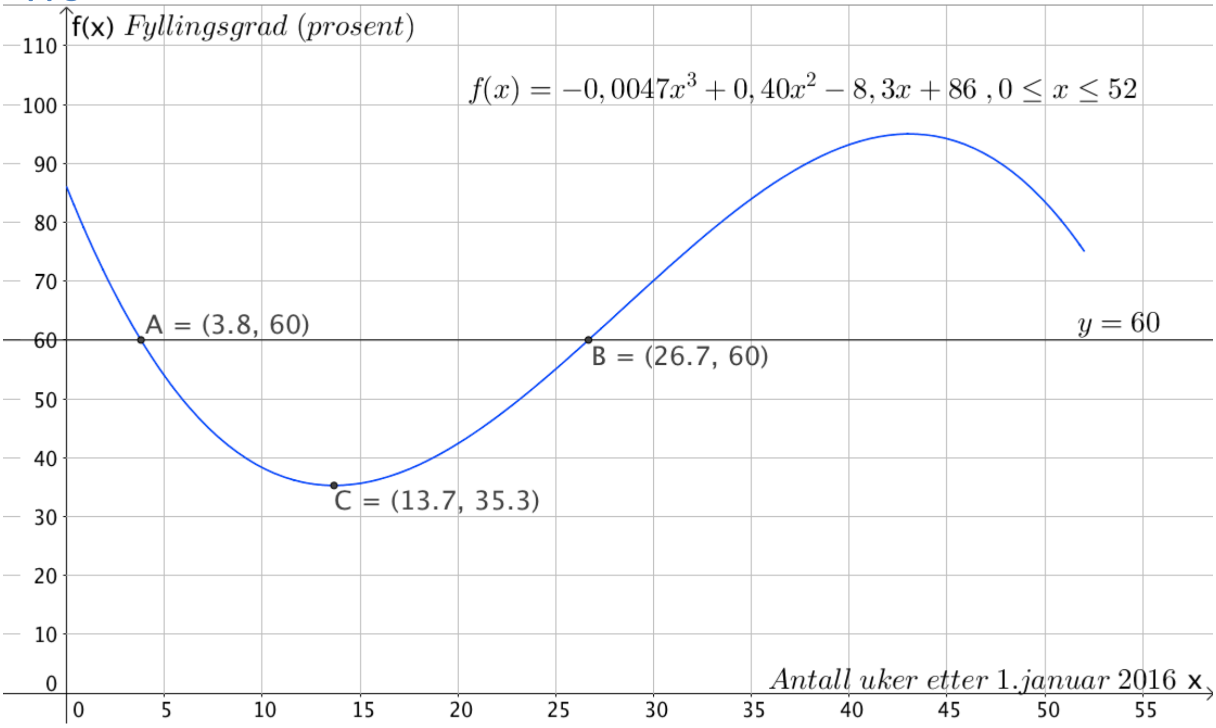
*så*

$$BC=\sqrt{4\left(5-2\sqrt{3}\right)}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5-2\sqrt{3}}=2\sqrt{5-2\sqrt{3}}$$

<u>Som skulle vises</u>

# Del 2

## Oppgave 1




**a)**
Bruker kommandoen *" Funksjon[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]"* og tegner grafen til *f* (se bilde over)

**b)**
Tegner linja $y = 60$ og finner skjæringspunktene mellom denne og grafen til *f* ved hjelp av *skjæring mellom to objekt*. Får punktene A og B. (se bilde over)

$$3,8 - 0 = 3,8 \text{ , } 52 - 26,7 = 25,3 \text{ og } 3,8 + 25,3 = 29,1$$

<u>Fyllingsgraden var over 60 % i omtrent 29 uker</u>

**c)**
Finner bunnpunktet på grafen til *f* ved hjelp av knappen *ekstremalpunkt*.
Får punktet C (se bilde over)

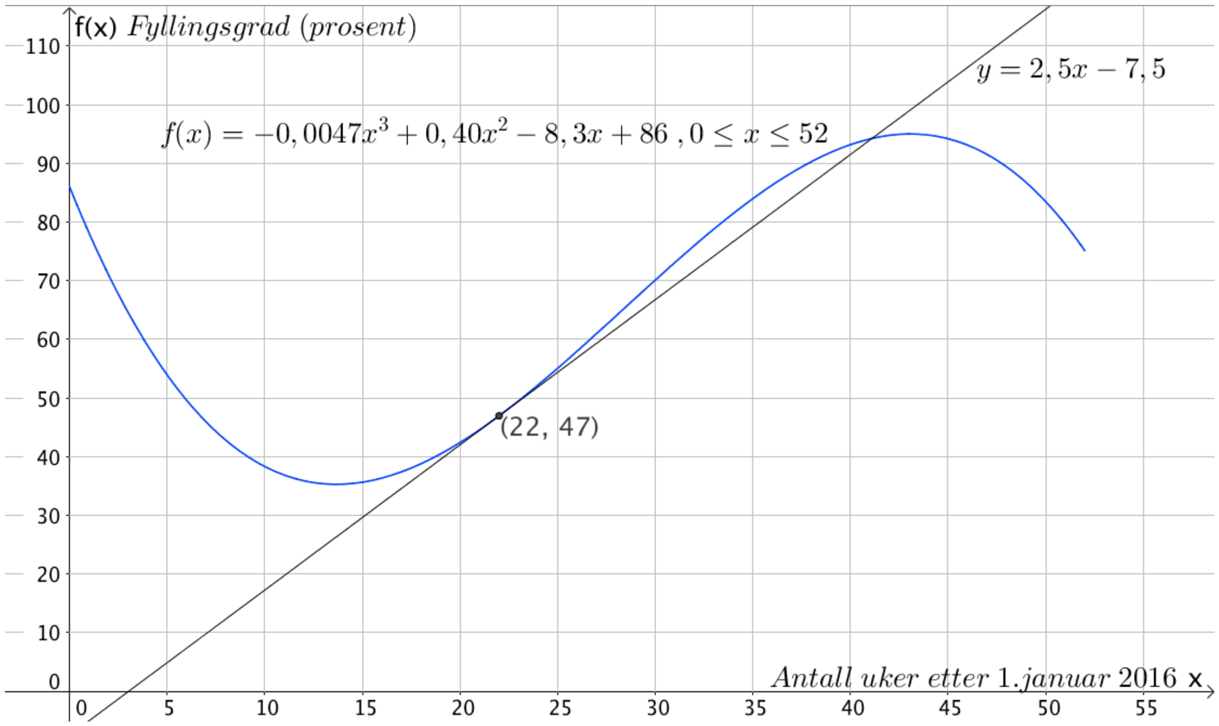
<u>Fyllingsgraden er lavest etter 13,7 uker. Da er fyllingsgraden på 35,3 %</u>

*Dette vil være om kvelden 4.april 2016, men så nøyaktige behøver vi nok ikke å være her.*

**d)**
Bruker kommandoen *" Tangent[ <Punkt>, <Funksjon> ]"* og tegner tangenten.
(se bilde øverst neste side)

Likningen til tangenten er $\underline{\underline{y = 2,5x - 7,5}}$.

<u>Stigningstallet forteller at fyllingsgraden økte med 2,5 prosentpoeng i uke 22 i 2016</u>




## Oppgave 2

Setter opp et likningssett jeg kan løse i CAS.
Kaller prisen for en barnebillett for *b* og prisen for en voksenbillett for *v*

CAS

| | |
|---|---|
| 1 | 2*v+3*b=520<br>→ $3b + 2v = 520$ |
| 2 | v=b+40<br>→ $v = b + 40$ |
| 3 | {$1, $2}<br>Løs: $\{\{b = 88, v = 128\}\}$ |

<u>En barnebillett koster 88 kroner og en voksenbillett koster 128 kroner</u>

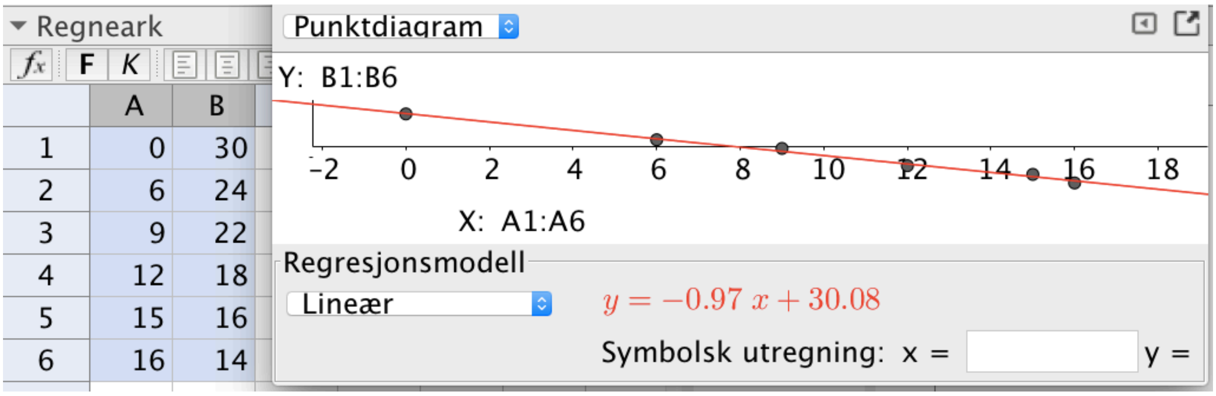
## Oppgave 3

**a)**

Bruker punktene (0,30), (6,24), (9,22), (12,18), (15,16) og (16,14)

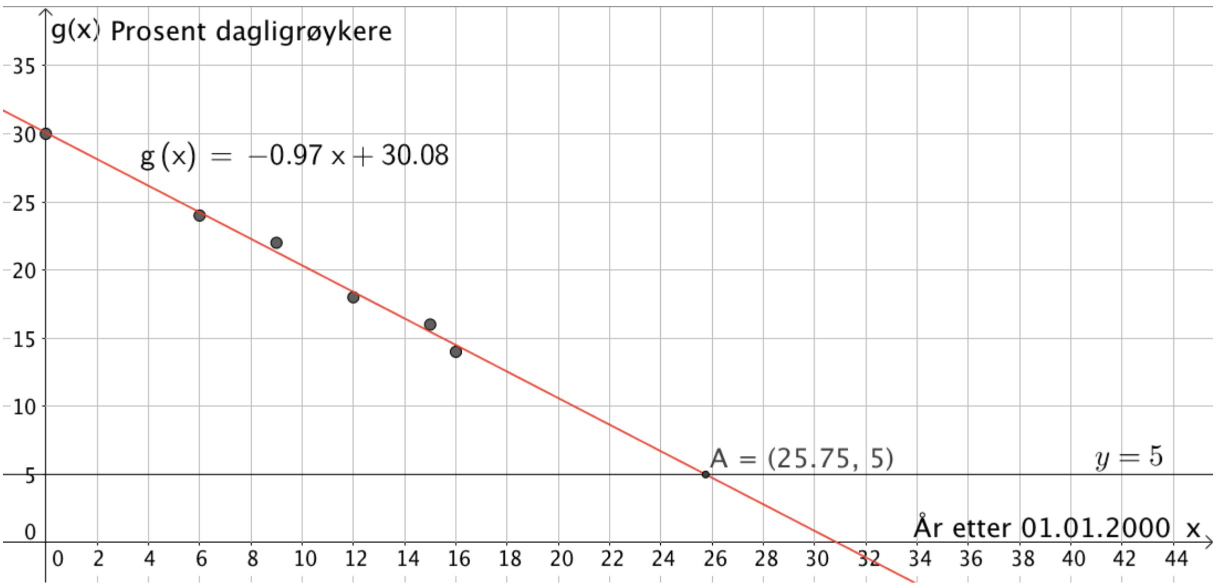
Legger inn verdiene i regnearket og gjennomfører regresjonsanalyse. Velger lineær modell.

(se neste side)




Den lineære modellen er $\underline{\underline{g(x) = -0{,}97x + 30{,}08}}$

**b)**
Tegner grafen til *g* sammen med linja $y = 5$ i et koordinatsystem og finner skjæringspunktene mellom disse ved hjelp av *skjæring mellom to objekt*.
Får punktet A. (se bilde under)




<u>Andelen dagligrøykere vil, i følge modellen, være 5 % i overgangen høst/vinter i 2025</u>

## Oppgave 4

**a)**

$200 \cdot \frac{2}{5} = 80$, så det er 80 kartonger med lettmelk som ikke har tett kork.

$100 \cdot \frac{1}{4} = 25$, så det er 25 kartonger med helmelk som ikke har tett kork

$$P(\text{Kartongen har ikke tett kork}) = \frac{80+25}{200+100} = \frac{105}{300} = \frac{35}{100} = \underline{\underline{35\%}}$$

**b)**

$$P(\text{Kartongen inneholder lettmelk} \mid \text{Kartongen har ikke tett kork}) = \frac{80}{80+25} = \frac{80}{105} = \frac{16}{21} = \underline{\underline{0,762 = 76,2\%}}$$

*Kommentar: Dette er en typisk situasjon hvor man kan bruke total sannsynlighet og Bayes´ setning, men det er ikke pensum i 1T. Men du vil møte på det i R1.*

## Oppgave 5

Bruker cosinussetningen

CAS

| | |
|---|---|
| 1 | $(7s)^2=(3s^2)^2+(5s)^2-2*5s*3s^2*\cos(60°)$ |
| | Løs: $\left\{s = -1, s = 0, s = \frac{8}{3}\right\}$ |

Må ha $s > 0$, så $s = \underline{\underline{\frac{8}{3}}}$

## Oppgave 6

**a)**

CAS

| | |
|---|---|
| 1 | $f(x):=x^3-2*a*x^2+a^2*x$ |
| | $\rightarrow$ $f(x) := -2\,a\,x^2 + a^2\,x + x^3$ |
| 2 | $f(a)$ |
| | $\rightarrow$ $0$ |
| 3 | $f'(x)=0$ |
| | Løs: $\left\{x = a, x = \frac{1}{3}\,a\right\}$ |
| 4 | $f'(x)$ |
| | $\rightarrow$ $-4\,a\,x + a^2 + 3\,x^2$ |

Ser i linje 2 at $f(a) = 0$, så grafen til *f* har et nullpunkt i $P(a,0)$.

I linje 3 ser vi at grafen til *f* har et stasjonært punkt når $x = a$, altså i punktet $P(a,0)$.

Som skulle vises

I linje 3 på bildet over, ser vi at grafen til *f* har to stasjonære punkt. Siden det er snakk om en tredjegradsfunksjon, vet vi da at dette ikke kan være terrassepunkter.

Dersom grafen til en tredjegradsfunksjon har terrassepunkt, vil dette være det eneste stasjonære punktet.

I linje 4 på bildet over, ser vi at grafen til den deriverte av *f* vil være en parabel som vender den hule siden opp. (Andregradskoeffisienten er positiv).

Vi vet allerede at denne har to nullpunkter, så den må skifte fortegn for to ulike *x*-verdier. Den vil skifte fra negativ til positiv i det nullpunktet som har høyest *x*-verdi.

Siden vi vet at $a > 0$, vet vi samtidig at $a > \frac{1}{3}a$.

Den deriverte vil altså skifte fortegn fra negativ til positiv i $P(a,0)$.

<u>Det stasjonære punktet *P* er altså et bunnpunkt</u>

## Oppgave 7

**a)**
Løser i CAS

| CAS | |
|---|---|
| 1 | AB:=R<br>→ $\mathbf{AB := R}$ |
| 2 | AC:=2R−r<br>→ $\mathbf{AC := 2R - r}$ |
| 3 | BC:=R+r<br>→ $\mathbf{BC := R + r}$ |
| 4 | Løs[AB²+AC²=BC², r]<br>→ $\left\{\mathbf{r = \frac{2}{3} R}\right\}$ |

<u>Som skulle vises</u>

**b)**
Arealet av det blå området er differansen mellom arealet til kvartsirkelen og det samlede arealet av de to halvsirklene.

Bytter ut $r$ med $\frac{2}{3}R$ for radien til halvsirkelen med sentrum i *C*.

▸ CAS

| | |
|---|---|
| 1 | (pi*(2R)²)/4−pi*R²/2−pi*(2R/3)²/2 <br> $\rightarrow\ \frac{5}{18}\ R^2\ \pi$ |

Arealet av det blå området er $\frac{5\pi}{18}R^2$