Løsningsforslag eksamen 2P-Y våren 2017

Del 1

Oppgave 1

Gjennomsnitt: $\dfrac{5\cdot0+6\cdot1+2\cdot2+2\cdot3+1\cdot4}{16}=\dfrac{0+6+4+6+4}{16}=\dfrac{20}{16}=\dfrac{5}{4}=1,25$

Median:
Vi tenker oss at vi stiller elevene i stigende rekkefølge ut fra antall søsken. Ser at elev nummer 8 og 9 begge har 1 søsken, så medianen er 1.

Typetall: Det er flest elever, seks stykker, som har 1 søsken.

Variasjonsbredde: $4-0=4$

Gjennomsnittet er 1,25, medianen er 1, typetallet er 1 og variasjonsbredden er 4

Oppgave 2

$$\frac{25}{125}=\frac{1}{5}=20\%$$

20 % av elevene tok buss til skolen denne dagen

Oppgave 3

$$5^0\cdot2^3\cdot8^{-2}\cdot\left(4^{-1}\right)^{-3}=1\cdot8\cdot\frac{1}{8^2}\cdot4^{(-1)(-3)}=\frac{1}{8}\cdot4^3=\frac{\left(2^2\right)^3}{8}=\frac{\left(2^3\right)^2}{8}=\frac{8^2}{8}=\underline{\underline{8}}$$

Oppgave 4

$$1,5dL=\frac{10L}{100}\cdot1,5$$

Setter inn antallet vannmolekyler istedenfor 10L i telleren i brøken over og regner ut verdien av uttrykket på høyre side i likningen.

$$\frac{3,0\cdot10^{25}}{100}\cdot1,5=\frac{1,5\cdot3,0\cdot10^{25}}{100}=\frac{4,5\cdot10^{25}}{1\cdot10^2}=4,5\cdot10^{25-2}=4,5\cdot10^{23}$$

$\underline{\underline{\text{Det er omtrent } 4,5\cdot10^{23} \text{ vannmolekyler i 1,5 dL vann}}}$

Oppgave 5

a)
Siden Per her antar at verdien stiger med et fast beløp per år, har vi en lineær modell.
$\underline{\underline{f(x)=80000x+1200000}}$

Her blir det veldig store tall, så vi kan alternativt si at verdien i millioner kroner etter x år er gitt ved

$$\underline{\underline{f(x) = 0{,}08x + 1{,}2}}$$

b)
Siden Kari her antar at verdien vil stige med en fast prosent hvert år, har vi en eksponentiell modell.

$$\underline{\underline{g(x) = 1200000 \cdot 1{,}08^x}}$$

På samme måte som i forrige deloppgave, kan vi her si at verdien i millioner kroner etter x år er gitt ved

$$\underline{\underline{g(x) = 1{,}2 \cdot 1{,}08^x}}$$

c)
Ingen av Per sine antakelser tilsier at verdiveksten kommer til å avta slik at verdien etter hvert stabiliserer seg rundt en spesiell verdi, så vi kan utelukke graf *C*.

Graf *B* er en rett linje, så den svarer til situasjonen i deloppgave a)

Graf *A* stiger, og vil fortsette å stige. Den stiger også mer og mer når *x* øker, noe som svarer godt til situasjonen i deloppgave b).

<u>Graf *B* kan være grafen til *f* og graf *A* kan være grafen til *g*</u>

Oppgave 6

a)

Poengsum	Frekvens	Relativ frekvens	Klassemidtpunkt
$[0,30\rangle$	100	0,1	15
$[30,50\rangle$	100	0,1	40
$[50,70\rangle$	600	0,6	60
$[70,100\rangle$	200	0,2	85

b)

$$\frac{100 \cdot 15 + 100 \cdot 40 + 600 \cdot 60 + 200 \cdot 85}{1000} = 1{,}5 + 4 + 36 + 17 = 58{,}5$$

<u>Gjennomsnittlig poengsum er 58,5</u>

Her kan vi alternativt multiplisere relativ frekvens med klassemidtpunkt for hver klasse og legge sammen disse produktene.

c)
Om vi stiller opp alle deltakerne i stigende rekkefølge ut fra antall oppnådde poeng, vil poengsummen til deltaker nummer 1763 være medianen.

Vi ser at denne må ligge i intervallet $\left[50,70\right\rangle$.
Dette intervallet starer med person nummer 1263, så medianen er poengsummen til person nummer 500 innenfor dette intervallet, altså $\frac{1}{4}$ inn i intervallet.

<u>Medianen for poengsummene er 55</u>

Oppgave 7

a)
Det legges til to pinner hver gang man lager neste figur i mønsteret, så antall pinner i figur 4 er 9.
Omkretsen til figur 4 vil bestå av 6 pinner.
$6 \cdot 2{,}5 = 15$

<u>Jeg trenger 9 pinner til figur 4 og omkretsen av figuren er 15 cm</u>

b)
Antall pinner er én høyere enn det dobbelte av leddnummeret.

Eks. Figur 2 har $2 \cdot 2 + 1 = 5$ pinner og figur 3 har $2 \cdot 3 + 1 = 7$ pinner

Sier at $P(n)$ er antall pinner i figur *n*

$$\underline{\underline{P(n) = 2n + 1}}$$

Her kan vi alternativt si at mønsteret utvikler seg til en tallfølge med alle oddetallene som er større enn 1. Alle disse oddetallene kan generelt uttrykkes som $2n+1$*, der n er et heltall som er større eller lik 1.*

c)
Når vi skal finne antall pinner som utgjør omkretsen, må vi trekke et antall pinner fra det totale antallet pinner figuren består av. Det antallet vi må trekke fra er én lavere enn ledd nummeret.

Eks.
Antall pinner som utgjør omkrets i figur 3 er
$P(3) - (3-1) = 2 \cdot 3 + 1 - 2 = 6 + 1 - 2 = 5$
Antall pinner som utgjør omkrets i figur 4 er
$P(4) - (4-1) = 2 \cdot 4 + 1 - 3 = 8 + 1 - 3 = 6$

Antall pinner som utgjør omkretsen av figur *n*, uttrykt ved *n*, blir
$2n + 1 - (n-1) = 2n + 1 - n + 1 = n + 2$

Omkretsen uttrykt ved *n* blir da $2{,}5(n+2) = \underline{\underline{2{,}5n + 5}}$

Vi kan eventuelt her se at omkretsen øker lineært og finne et funksjonsuttrykk ved hjelp av to punkter, for eksempel (2,10) og (4,15)

d)

$$
\begin{aligned}
2,5n + 5 &= 105 \\
2,5n &= 105 - 5 \\
2,5n &= 100 \\
n &= \frac{100}{2,5} \\
n &= 40
\end{aligned}
$$

Det er figur nummer 40 som har omkrets på 105 cm.

$$P(40) = 2 \cdot 40 + 1 = 80 + 1 = 81$$

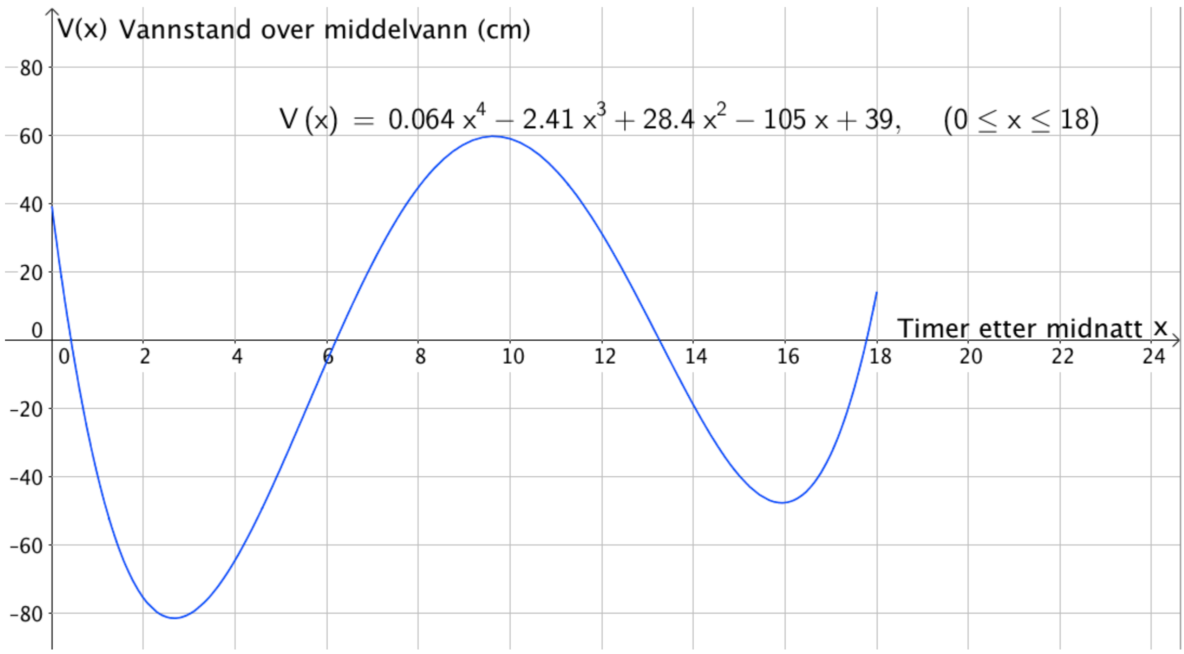
<u>Figuren med omkrets 105 cm består av 81 pinner</u>

Del 2

Oppgave 1

a)

Bruker kommandoen *" Funksjon[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]"* og tegner grafen til *V*



b)

Skriver inn $V(1)$ og $V(12)$ i inntastingsfeltet, og får tallene *a* og *b* i algebrafeltet

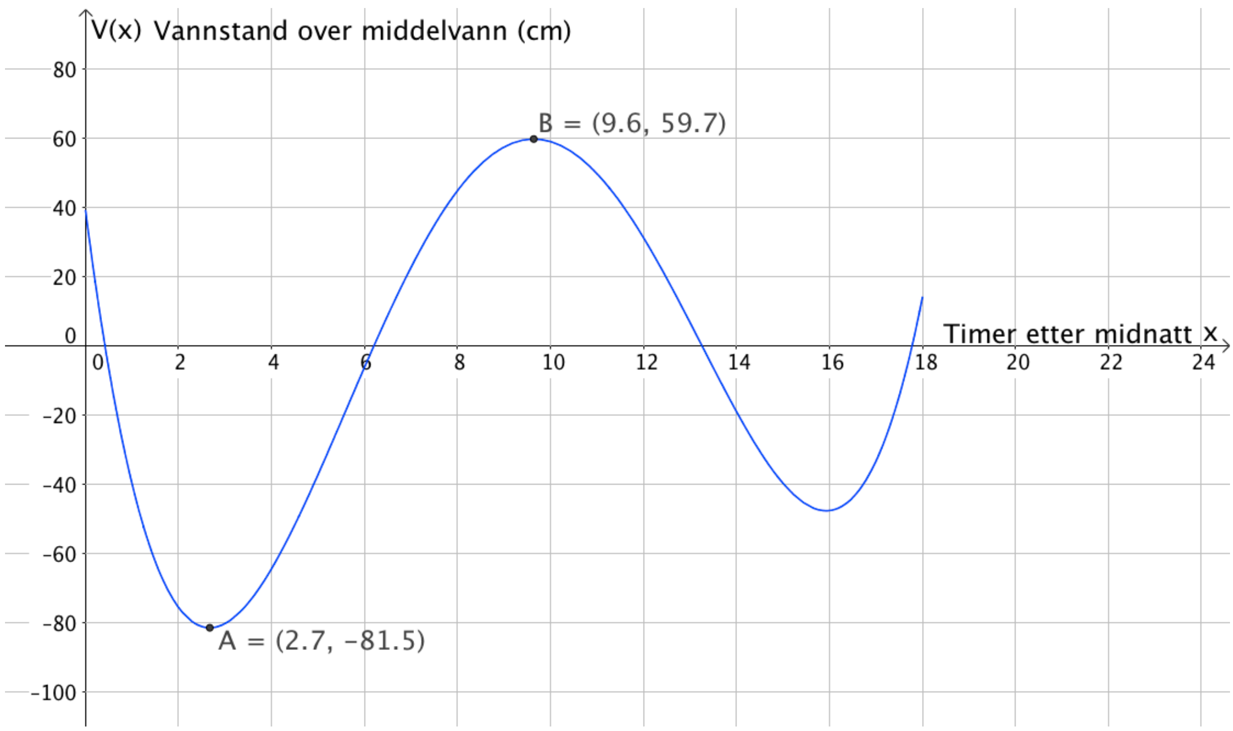
(se neste side)

Tall
a = −39.946
b = 31.224

Vi ser at vannstanden er ca. 40 cm under middelvann én time etter midnatt og at den er ca. 31 cm over middelvann 12 timer etter midnatt.

Som skulle vises

c)
Bruker ekstremalpunkt-knappen og finner topp- og bunnpunkt



Grafen har to bunnpunkt, men det er *A* som gir oss laveste vannstand.

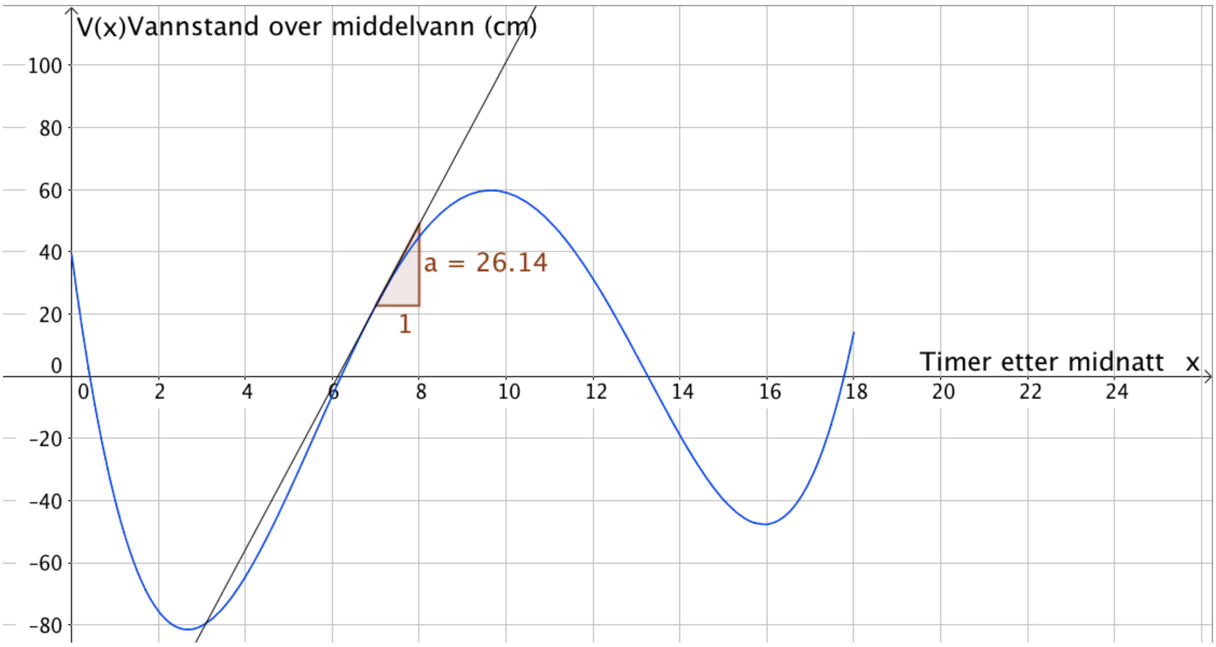
$$59,7-(-81,5)=59,7+81,5=141,2$$

Den største forskjellen i vannstand fra midnatt til kl.18.00 var 141,2 cm

Det er mulig å få GeoGebra til å regne dette ut for oss.
Da skriver vi $V\left(x(A)\right)-V\left(x(B)\right)$ *inntastingsfeltet og får svaret i algebrafeltet.*

d)
Bruker kommandoen *"Tangent[<Punkt>, <Funksjon>]"* og tegner tangenten i punktet $(7,V(7))$. Finner stigningstallet til denne tangenten ved hjelp av knappen "stigning"

(se bilde neste side)



<u>Den momentane vekstfarten er 26,14 cm per time kl.07.00</u>

Svaret forteller at vannstanden økte med 26,14 cm per time kl.07.00

Oppgave 2

$$x \cdot 1{,}15 = 3703000$$

$$x = \frac{3703000}{1{,}15}$$

$$x = 3220000$$

<u>Prisantydningen var 3 220 000 kroner</u>

Oppgave 3

$$x \cdot 1{,}0425^{20} = 1724180$$

$$x = \frac{1724180}{1{,}0425^{20}}$$

$$x = 750000{,}1153 \approx 750000$$

<u>Ida arvet 750 000 kroner</u>

Oppgave 4

Ola bor like ved et lite fjell. Det er en fin sykkelvei opp fjellet, som Ola bruker til trening. Han sykler opp fjellet med en jevn hastighet, før han snur og sykler hjem igjen – Da også med jevn hastighet. Siden det er nedoverbakke på hjemturen, bruker han litt mindre tid enn han bruker opp fjellet.

Grafen kan beskrive en av Ola sine sykkelturer, der *y* er avstanden hjemmefra, mens *x* forteller hvor lenge han har vært ute på sykkeltur.

Oppgave 5

a)

$$\text{Frekvens} = \text{Histogramhøyde} \cdot \text{Klassebredde}$$

$$1 \cdot 10 + 6 \cdot 30 + 2 \cdot 20 = 10 + 180 + 40 = 230$$

Det var til sammen 230 elever i 1P-gruppene. <u>Som skulle vises</u>

Vi finner altså det samlede arealet av histogrammet

b)

Legger sammen produktene av frekvens og klassebredde for hver klasse og deler denne summen på det totale antallet elever.

$$\frac{10 \cdot 5 + 180 \cdot 25 + 40 \cdot 50}{230} = \frac{6550}{230} \approx 28,5$$

<u>Den gjennomsnittlige poengsummen var 28,5 poeng</u>

Oppgave 6

$$T(x) = -0,0065x + 12 \;,\; 0 \le x \le 1400$$

a)

$$-0,0065x + 12 = 5$$

$$x = \frac{5-12}{-0,0065}$$

$$x = 1076,9$$

<u>Jeg vil være 1077 meter over Spiterstulen når temperaturen er 5°C</u>

b)

$2469 - 1106 = 1363$, så toppen Galdhøpiggen ligger 1363 høyere enn Spiterstulen.

$$T(1363) = -0,0065 \cdot 1363 + 12 = 3,1405 \approx 3,1$$

<u>Temperaturen på toppen av Galdhøpiggen var 3,1°C denne dagen</u>

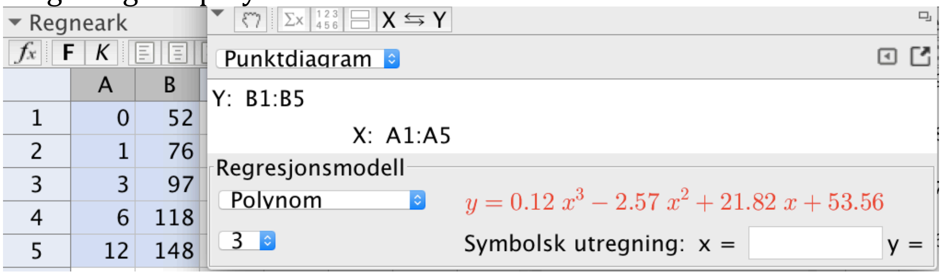
c)

$$\frac{3,1405 - 12,0}{2469 - 1106} \cdot 100 = \frac{-8,8595}{1363} \cdot 100 = -0,65$$

<u>Temperaturen synker med 0,65°C per 100 meter stigning denne dagen</u>

Oppgave 7

a)
Legger inn verdiene i regnearket i GeoGebra og gjennomfører en regresjonsanalyse. Velger 3.gradspolynom.



	A	B
1	0	52
2	1	76
3	3	97
4	6	118
5	12	148

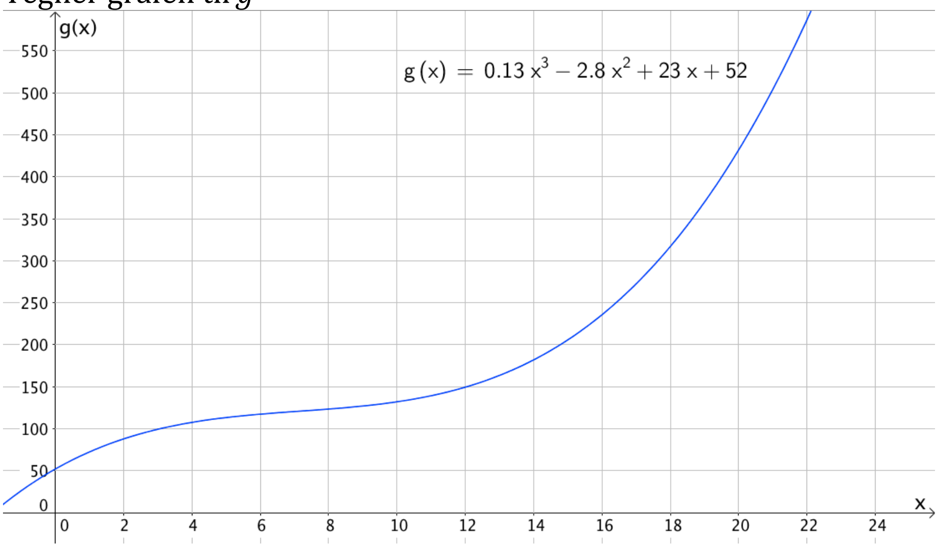
$$\underline{\underline{f(x)=0{,}12x^3-2{,}57x^2+21{,}82x+53{,}56}}$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{g(12)-g(7)}{12-7}&=\frac{0{,}13\cdot 12^3-2{,}8\cdot 12^2+23\cdot 12+52-\left(0{,}13\cdot 7^3-2{,}8\cdot 7^2+23\cdot 7+52\right)}{5}\\&=\frac{149{,}44-120{,}39}{5}\\&=\frac{29{,}05}{5}\\&=5{,}81\end{aligned}$$

<u>Espens gjennomsnittlige vekstfart fra han var 7 år til han bli 12 år, var 5,81 cm per år</u>

c)
Tegner grafen til g



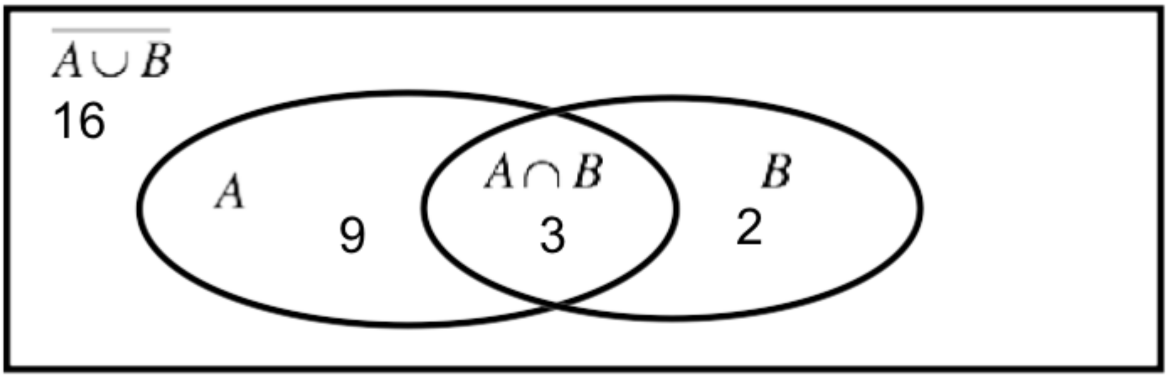
Ser at grafen bare fortsetter å vokse, og at vekstfarten er stadig økende. Dette passer dårlig med innholdet i sitatet. Funksjonen g kan ikke brukes til å bestemme høyden til Espen etter at han har fylt 12 år.

Oppgave 8

a)
Krysstabell

	Jente	Gutt	Totalt
Ønsker å studere i utlandet	3	2	5
Ønsker ikke å studere i utlandet	9	16	25
Totalt	12	18	30

Venn-diagram:
Definerer hendelsene A: Eleven er jente og B: Eleven ønsker å studere i utlandet



Tar med både krysstabell og Venn-diagram i løsningsforslaget, men man trenger kun én av delene i en besvarelse.

b)

$$P(\text{ingen av de to ønsker å studere i utlandet}) = \frac{25}{30} \cdot \frac{24}{29} = \frac{600}{870} = \underline{\underline{68{,}0\%}}$$

c)
Hendelsen å trekke én gutt og én jente som ønsker å studere i utlandet, kan skje på to måter. Enten først gutt, så jente – eller omvendt.

$$P(\text{én gutt og én jente som ønsker å studere i utlandet}) = 2 \cdot \frac{2}{30} \cdot \frac{3}{29} = \frac{12}{870} = \underline{\underline{1{,}4\%}}$$

Oppgave 9

	A	B	C	D	E	F	G
1	Dato	Elise	Ådne	Til sammen			
2	31.12.17	kr 20 550,00	kr 25 687,50	kr 46 237,50			
3	31.12.18	kr 21 115,13	kr 26 393,91	kr 47 509,03			
4	31.12.19	kr 21 695,79	kr 27 119,74	kr 48 815,53			
5	31.12.20	kr 22 292,43	kr 27 865,53	kr 50 157,96			
6	31.12.21	kr 22 905,47	kr 28 631,83	kr 51 537,30			
7	31.12.22	kr 23 535,37	kr 29 419,21	kr 52 954,58			
8	31.12.23	kr 24 182,59	kr 30 228,24	kr 54 410,83			
9	31.12.24	kr 24 847,61	kr 31 059,51	kr 55 907,12			
10	31.12.25	kr 25 530,92	kr 31 913,65	kr 57 444,57			
11	31.12.26	kr 26 233,02	kr 32 791,28	kr 59 024,30			
12	31.12.27	kr 26 954,43	kr 33 693,04	kr 60 647,46			
13	31.12.28	kr 27 695,68	kr 34 619,59	kr 62 315,27			
14	31.12.29	kr 28 457,31	kr 35 571,63	kr 64 028,94			
15	31.12.30	kr 29 239,88	kr 36 549,85	kr 65 789,74			
16	31.12.31	kr 30 043,98	kr 37 554,97	kr 67 598,95			
17	31.12.32	kr 30 870,19	kr 38 587,74	kr 69 457,92			
18	31.12.33	kr 31 719,12	kr 39 648,90	kr 71 368,02			
19	31.12.34	kr 32 591,39	kr 40 739,24	kr 73 330,64			
20	31.12.35	kr 33 487,66	kr 41 859,57	kr 75 347,23			
21	31.12.36	kr 34 408,57	kr 43 010,71	kr 77 419,28			
22							
23						Elise sine samlede renter	kr 14 408,57
24						Ådne sine samlede renter	kr 18 010,71
25						**Samlede renter til sammen**	**kr 32 419,28**

Formler:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Dato	Elise	Ådne	Til sammen			
2	43100	=20000*1,0275	=25000*1,0275	=B2+C2			
3	43465	=B2*1,0275	=C2*1,0275	=B3+C3			
4	43830	=B3*1,0275	=C3*1,0275	=B4+C4			
5	44196	=B4*1,0275	=C4*1,0275	=B5+C5			
6	44561	=B5*1,0275	=C5*1,0275	=B6+C6			
7	44926	=B6*1,0275	=C6*1,0275	=B7+C7			
8	45291	=B7*1,0275	=C7*1,0275	=B8+C8			
9	45657	=B8*1,0275	=C8*1,0275	=B9+C9			
10	46022	=B9*1,0275	=C9*1,0275	=B10+C10			
11	46387	=B10*1,0275	=C10*1,0275	=B11+C11			
12	46752	=B11*1,0275	=C11*1,0275	=B12+C12			
13	47118	=B12*1,0275	=C12*1,0275	=B13+C13			
14	47483	=B13*1,0275	=C13*1,0275	=B14+C14			
15	47848	=B14*1,0275	=C14*1,0275	=B15+C15			
16	48213	=B15*1,0275	=C15*1,0275	=B16+C16			
17	48579	=B16*1,0275	=C16*1,0275	=B17+C17			
18	48944	=B17*1,0275	=C17*1,0275	=B18+C18			
19	49309	=B18*1,0275	=C18*1,0275	=B19+C19			
20	49674	=B19*1,0275	=C19*1,0275	=B20+C20			
21	50040	=B20*1,0275	=C20*1,0275	=B21+C21			
22							
23						e samlede renter	=B21-20000
24						e samlede renter	=C21-25000
25						**enter til sammen**	**=G23+G24**

Datoene har fått en litt "rar formatering" i formelarket. Det er nok fordi jeg bare skrev dem uten å definere som dato. Er uansett uvesentlig for oppgaven.

a)
Regnearket på forrige side viser hvor mye Elise og Ådne vil ha i banken hvert år fram til og med 31.desember 2036

b)
Det vil gå omtrent 17 år før de to til sammen har mer enn 70 000 kroner i banken.
Det vil skje i løpet av 2033. (se bilder forrige side)

c)
Elise og Ådne vil til sammen få omtrent 32 400 kroner i renter i løpet av de 20 årene
(Se bilder forrige side)