Utdanningsdirektoratet

# Eksamen

23.11.2017

## REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

## Nynorsk

| Eksamensinformasjon | |
|---|---|
| **Eksamenstid:** | 5 timar:<br>Del 1 skal leverast inn etter 3 timar.<br>Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar. |
| **Hjelpemiddel på Del 1:** | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar. |
| **Hjelpemiddel på Del 2:** | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. |
| **Framgangsmåte:** | Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver.<br><br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing.<br><br>Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen. |
| **Rettleiing om vurderinga:** | Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du<br><br>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing<br>– gjennomfører logiske resonnement<br>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar<br>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel<br>– forklarer framgangsmåtar og grunngir svar<br>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar<br>– vurderer om svar er rimelege |
| **Andre opplysningar:** | Kjelder for bilete, teikningar osv.:<br>• Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet |

# DEL 1
## Utan hjelpemiddel

**Oppgåve 1** (6 poeng)

Løys likningane

a) $x^2 + 2x - 8 = 0$

b) $\dfrac{5x-1}{2} + \dfrac{2x-5}{3} = 1$

c) $\lg(x^2) + 2 = 4$

**Oppgåve 2** (6 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $\dfrac{2a^7(a^{-1}b^2)^3}{(2ab)^2}$

b) $\dfrac{2x}{x^2-1} - \dfrac{1}{x-1}$

c) $4\lg(2x) - \lg(x^2) - 2\lg\left(\dfrac{x}{2}\right)$

**Oppgåve 3** (2 poeng)

Løys likningssettet

$$\begin{bmatrix} x^2 + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{bmatrix}$$

## Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$x^2 + 2x \geq 3$$

## Oppgåve 5 (3 poeng)

Til ein fotballkamp blei det selt 1400 billettar. Supporterane til heimelaget kjøpte fire gonger så mange billettar som supporterane til bortelaget.

Kor mange billettar blei selde til supporterane til heimelaget? Grunngi svaret.

## Oppgåve 6 (6 poeng)

Ein nøkkelboks er ein boks med plass til nøklar. Nokre slike boksar har kodelås.


For éin type nøkkelboks blir det laga ein kode ved å stille inn fire tal. Kvart tal blir valt blant tala 0 til 9. Eit tal kan veljast fleire gonger. Tala må vere stilte inn i ei bestemt rekkefølgje.

a) Kor mange ulike kodar finst det for denne typen nøkkelboks?

For ein annan type nøkkelboks blir det laga ein kode ved å velje ei bestemt mengd forskjellige tal blant tala 0 til 9. Tala treng ikkje å vere stilte inn i ei bestemt rekkjefølgje.

b) Kor mange ulike kodar finst for denne typen nøkkelboks dersom koden skal bestå av fire forskjellige tal?

c) Kor mange tal må koden bestå av for at talet på moglege kodar skal bli størst mogleg? Kor mange moglege kodar er det da?

## Oppgåve 7 (3 poeng)

Ein fotballklubb skal byggje eit fotballstadion. For å tilfredsstille Norges Fotballforbunds reglar[1], må tribunane ha ein kapasitet på minst 1000 tilskodarar. Av dei må minst 800 vere sitjeplassar, og høgst 40 % av plassane kan vere ståplassar.

La $x$ vere talet på sitjeplassar og $y$ talet på ståplassar.

Set opp ulikskapar som beskriv situasjonen ovanfor.

## Oppgåve 8 (8 poeng)

Når du skal sende ein rull med Posten, må rullen ikkje vere for stor. Posten stiller desse krava til størrelsen på rullen:

| |
|---|
| *Lengda kan vere inntil 90 cm. Lengde + dobbel diameter må ikkje vere over 104 cm.* |

La $x$ vere radien, og la $y$ vere lengda (i cm) på ein rull som skal sendast.

a) Bruk opplysningane over til å forklare at $x$ og $y$ må tilfredsstille ulikskapane

$$0 < y \leq 90 \quad \text{og} \quad 4x + y \leq 104$$

b) Grunngi at ein rull som skal sendast, må ha radius mindre enn 26 cm.

Vi ønskjer å lage ein rull der summen av lengda og to gonger diameter er 104 cm.

c) Vis at volumet $V$ må tilfredsstille

$$V(x) = 104\pi x^2 - 4\pi x^3$$

d) Kva for radius vil gi størst volum?

[1] https://www.fotball.no/lov-og-reglement/klubblisens/tl-og-obos/kriterier/infrastrukturkriterier/#73455

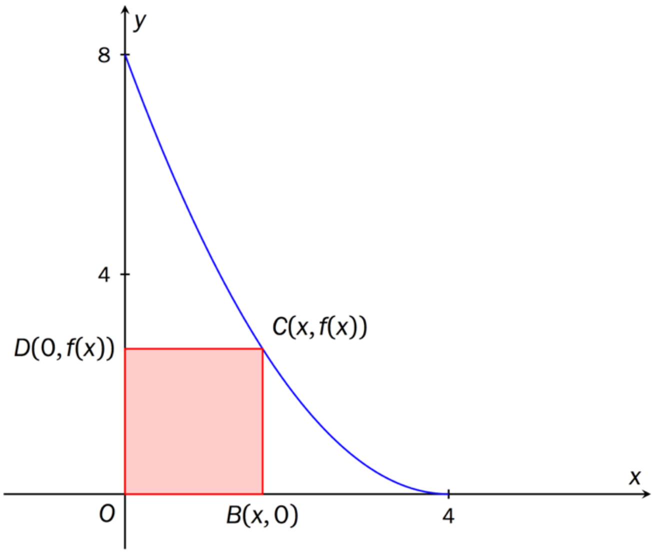
# DEL 2
## Med hjelpemiddel

**Oppgåve 1** (5 poeng)

Funksjonen $f$ er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2 \quad , \quad 0<x<4$$

Under grafen til $f$ er det teikna inn eit rektangel $OBCD$, slik som figuren nedanfor viser.




a) Vis at arealet til rektangelet er gitt ved

$$A(x)=\frac{1}{2}x^3-4x^2+8x \quad , \quad 0<x<4$$

b) Bruk CAS til å bestemme $x$ slik at arealet til rektangelet blir 4.

c) Bruk CAS til å bestemme $x$ slik at arealet til rektangelet blir størst mogleg.
Kva er det største arealet rektangelet kan ha?

## Oppgåve 2 (7 poeng)

Tabellen nedanfor viser samanhengen mellom lengde og vekt av laks i eit vassdrag.

| Lengde (i cm) | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vekt (i gram) | 1402 | 1905 | 2494 | 3202 | 3806 | 4600 | 5610 | 6760 | 8041 |

a) Bruk regresjon til å bestemme ein potensfunksjon $g$ som viser vekta til ein laks som funksjon av lengda på laksen.

I eit anna vassdrag viser det seg at ein god modell $f$ for vekta (i gram) til ein $x$ cm lang laks er gitt ved

$$f(x) = 0{,}015x^{2{,}93} \quad , \quad 50 \leq x \leq 130$$

b) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til $f$.

c) Kor mykje veg ein laks som er 100 cm lang, ifølgje modellen $f$?

d) Kor lang er ein laks som veg 15 kg, ifølgje modellen $f$?

## Oppgåve 3 (5 poeng)

Jakob har ei speleliste med 20 songar på mobilen sin. Fire av songane på spelelista er med artisten Kygo. Programmet speler av songane i tilfeldig rekkjefølgje (shuffle) med tilbakelegging. Det vil seie at den same songen kan bli spelt av fleire gonger etter kvarandre.

a) Forklar at sannsynet alltid er $p = 0{,}2$ for at neste song som blir spelt, er med Kygo.

b) Jakob vil høyre på fem avspelingar frå spelelista. Bestem sannsynet for at nøyaktig to av songane han speler, er med Kygo.

c) Kor mange avspelingar må han høyre på for at sannsynet for å få høyre minst éin song med Kygo skal vere større enn 90 %?

## Oppgåve 4 (7 poeng)

Ei bedrift produserer to typar sofaer, A og B. La $x$ vere talet på sofaer av type A og $y$ talet på sofaer av type B som blir produserte per dag. Sofaene må innom tre avdelingar før dei er ferdige.

- Produksjonen av éin sofa av type A tek 1 time i avdeling I, 2 timar i avdeling II og 2 timar i avdeling III.
- Produksjonen av éin sofa av type B tek 3 timar i avdeling I, 3 timar i avdeling II og 1 time i avdeling III.

- Avdeling I har ein maksimal kapasitet på 14 timar per dag.
- Avdeling II har ein maksimal kapasitet på 16 timar per dag.
- Avdeling III har ein maksimal kapasitet på 12 timar per dag.

a) Forklar at opplysningane ovanfor gir oss ulikskapane

$$\begin{aligned} x+3y &\le 14 \\ 2x+3y &\le 16 \\ 2x+y &\le 12 \\ x &\ge 0 \\ y &\ge 0 \end{aligned}$$

Skraver det området i planet som er avgrensa av desse ulikskapane.

Fortenesta i kroner når bedrifta produserer og sel $x$ einingar av type A og $y$ einingar av type B, er gitt ved

$$F(x,y) = 4500x + 6000y$$

b) Kor stor er fortenesta på éin sofa av type A og på éin sofa av type B?

c) Kor mange einingar av type A og type B må bedrifta produsere per dag for at fortenesta skal bli størst mogleg?

Leiinga i bedrifta har funne ut at det er ressursar til å utvide kapasiteten i éi av dei tre avdelingane med 1 time.

d) I kva for avdeling bør dei auke kapasiteten?

# Bokmål

| Eksamensinformasjon | |
|---|---|
| **Eksamenstid:** | 5 timer:<br>Del 1 skal leveres inn etter 3 timer.<br>Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer. |
| **Hjelpemidler på Del 1:** | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler. |
| **Hjelpemidler på Del 2:** | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. |
| **Framgangsmåte:** | Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver.<br><br>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling.<br><br>Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen. |
| **Veiledning om vurderingen:** | Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du<br><br>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse<br>– gjennomfører logiske resonnementer<br>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner<br>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler<br>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar<br>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger<br>– vurderer om svar er rimelige |
| **Andre opplysninger:** | Kilder for bilder, tegninger osv.:<br>• Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet |

# DEL 1
## Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (6 poeng)
Løs likningene

a) $x^2+2x-8=0$

b) $\dfrac{5x-1}{2}+\dfrac{2x-5}{3}=1$

c) $\lg(x^2)+2=4$

### Oppgave 2 (6 poeng)
Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{2a^7(a^{-1}b^2)^3}{(2ab)^2}$

b) $\dfrac{2x}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}$

c) $4\lg(2x)-\lg(x^2)-2\lg\left(\dfrac{x}{2}\right)$

### Oppgave 3 (2 poeng)
Løs likningssettet

$$\begin{bmatrix} x^2+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{bmatrix}$$

## **Oppgave 4** (2 poeng)

Løs ulikheten

$$x^2 + 2x \geq 3$$

## **Oppgave 5** (3 poeng)

Til en fotballkamp ble det solgt 1400 billetter. Supporterne til hjemmelaget kjøpte fire ganger så mange billetter som supporterne til bortelaget.

Hvor mange billetter ble solgt til hjemmelagets supportere? Begrunn svaret.

## **Oppgave 6** (6 poeng)

En nøkkelboks er en boks med plass til nøkler. Noen slike bokser har kodelås.


For én type nøkkelboks lages en kode ved å stille inn fire tall. Hvert tall velges blant tallene 0 til 9. Et tall kan velges flere ganger. Tallene må være stilt inn i en bestemt rekkefølge.

a) Hvor mange ulike koder finnes for denne typen nøkkelboks?

For en annen type nøkkelboks lages en kode ved å velge et bestemt antall forskjellige tall blant tallene 0 til 9. Tallene trenger ikke å være stilt inn i en bestemt rekkefølge.

b) Hvor mange ulike koder finnes det for denne typen nøkkelboks dersom koden skal bestå av fire forskjellige tall?

c) Hvor mange tall må koden bestå av for at antall mulige koder skal bli størst mulig? Hvor mange mulige koder er det da?

## **Oppgave 7** (3 poeng)

En fotballklubb skal bygge et fotballstadion. For å tilfredsstille Norges Fotballforbunds regler[2], må tribunene ha en kapasitet på minst 1000 tilskuere. Av disse må minst 800 være sitteplasser, og høyst 40 % av plassene kan være ståplasser.

La $x$ være antall sitteplasser og $y$ antall ståplasser.

Sett opp ulikheter som beskriver situasjonen ovenfor.

## **Oppgave 8** (8 poeng)

Når du skal sende en rull med Posten, må rullen ikke være for stor. Posten stiller følgende krav til størrelsen på rullen:

> *Lengden kan være inntil 90 cm. Lengde + dobbel diameter må ikke være over 104 cm.*

La $x$ være radien, og la $y$ være lengden (i cm) på en rull som skal sendes.

a) Bruk opplysningene ovenfor til å forklare at $x$ og $y$ må tilfredsstille ulikhetene

$$0 < y \leq 90 \quad \text{og} \quad 4x + y \leq 104$$

b) Begrunn at en rull som skal sendes, må ha radius mindre enn 26 cm.

Vi ønsker å lage en rull der summen av lengden og to diametere er 104 cm.

c) Vis at volumet $V$ må tilfredsstille

$$V(x) = 104\pi x^2 - 4\pi x^3$$

d) Hvilken radius vil gi størst volum?

[2] https://www.fotball.no/lov-og-reglement/klubblisens/tl-og-obos/kriterier/infrastrukturkriterier/#73455

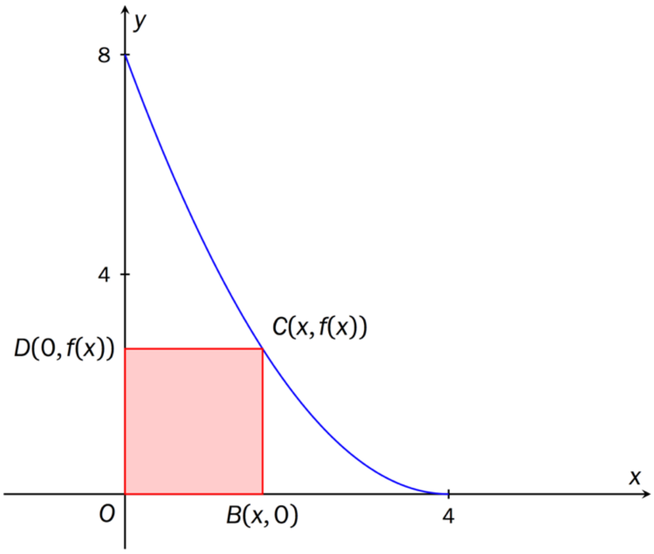
## DEL 2
### Med hjelpemidler

**Oppgave 1** (5 poeng)

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2 \quad , \quad 0<x<4$$

Under grafen til *f* er det tegnet inn et rektangel *OBCD*, slik som figuren nedenfor viser.




a) Vis at arealet til rektangelet er gitt ved

$$A(x)=\frac{1}{2}x^3-4x^2+8x \quad , \quad 0<x<4$$

b) Bruk CAS til å bestemme *x* slik at arealet til rektangelet blir 4.

c) Bruk CAS til å bestemme *x* slik at arealet til rektangelet blir størst mulig.
Hva er det største arealet rektangelet kan ha?

## **Oppgave 2** (7 poeng)

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom lengde og vekt av laks i et vassdrag.

| Lengde (i cm) | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Vekt (i gram) | 1402 | 1905 | 2494 | 3202 | 3806 | 4600 | 5610 | 6760 | 8041 |

a) Bruk regresjon til å bestemme en potensfunksjon $g$ som viser vekten til en laks som funksjon av lengden på laksen.

I et annet vassdrag viser det seg at en god modell $f$ for vekten (i gram) til en $x$ cm lang laks er gitt ved

$$f(x) = 0{,}015x^{2{,}93} \qquad , \qquad 50 \leq x \leq 130$$

b) Bruk graftegner til å tegne grafen til $f$.

c) Hvor mye veier en laks som er 100 cm lang, ifølge modellen $f$ ?

d) Hvor lang er en laks som veier 15 kg, ifølge modellen $f$ ?

## **Oppgave 3** (5 poeng)

Jakob har en spilleliste med 20 sanger på mobilen sin. Fire av sangene på spillelisten er med artisten Kygo. Programmet spiller av sangene i tilfeldig rekkefølge (shuffle) med tilbakelegging. Det vil si at samme sang kan bli spilt av flere ganger etter hverandre.

a) Forklar at sannsynligheten alltid er $p = 0{,}2$ for at neste sang som blir spilt, er med Kygo.

b) Jakob vil høre på fem avspillinger fra spillelisten. Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av sangene han spiller, er med Kygo.

c) Hvor mange avspillinger må han høre på for at sannsynligheten for å få høre minst én sang med Kygo skal være større enn 90 %?

## Oppgave 4 (7 poeng)

En bedrift produserer to typer sofaer, A og B. La $x$ være antall sofaer av type A og $y$ antall sofaer av type B som blir produsert per dag. Sofaene må innom tre avdelinger før de er ferdige.

- Produksjonen av én sofa av type A tar 1 time i avdeling I, 2 timer i avdeling II og 2 timer i avdeling III.
- Produksjonen av én sofa av type B tar 3 timer i avdeling I, 3 timer i avdeling II og 1 time i avdeling III.

- Avdeling I har en maksimal kapasitet på 14 timer per dag.
- Avdeling II har en maksimal kapasitet på 16 timer per dag.
- Avdeling III har en maksimal kapasitet på 12 timer per dag.

a) Forklar at opplysningene ovenfor gir oss ulikhetene

$$\begin{aligned} x+3y &\le 14 \\ 2x+3y &\le 16 \\ 2x+y &\le 12 \\ x &\ge 0 \\ y &\ge 0 \end{aligned}$$

Skraver det området i planet som er avgrenset av disse ulikhetene.

Fortjenesten i kroner når bedriften produserer og selger $x$ enheter av type A og $y$ enheter av type B, er gitt ved

$$F(x,y) = 4500x + 6000y$$

b) Hvor stor er fortjenesten på én sofa av type A og på én sofa av type B?

c) Hvor mange enheter av type A og type B må bedriften produsere per dag for at fortjenesten skal bli størst mulig?

Ledelsen i bedriften har funnet ut at det er ressurser til å utvide kapasiteten i én av de tre avdelingene med 1 time.

d) I hvilken avdeling bør de øke kapasiteten?

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet