

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$

b) $g(x) = 3 \cdot (x^2 - 2)^4$

c) $h(x) = x \cdot \ln(x^2 + 3)$

Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x \cdot e^{-x} \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$.

Oppgave 3 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - kx + 6 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem k slik at divisjonen $f(x) : (x - 1)$ går opp.

I resten av oppgaven bruker vi denne k -verdien.

b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.

c) Løs ulikheten $f(x) \geq 0$.

Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\lg(a^2 \cdot b^3) + \lg\left(\frac{1}{b^2}\right) - \lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 5 (7 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^4 + 4x^3, \quad x \in \langle -2, 4 \rangle$$

- a) Bestem eventuelle nullpunkter til f .
- b) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- c) Bestem eventuelle vendepunkter på grafen til f .
- d) Lag en skisse av grafen til f .

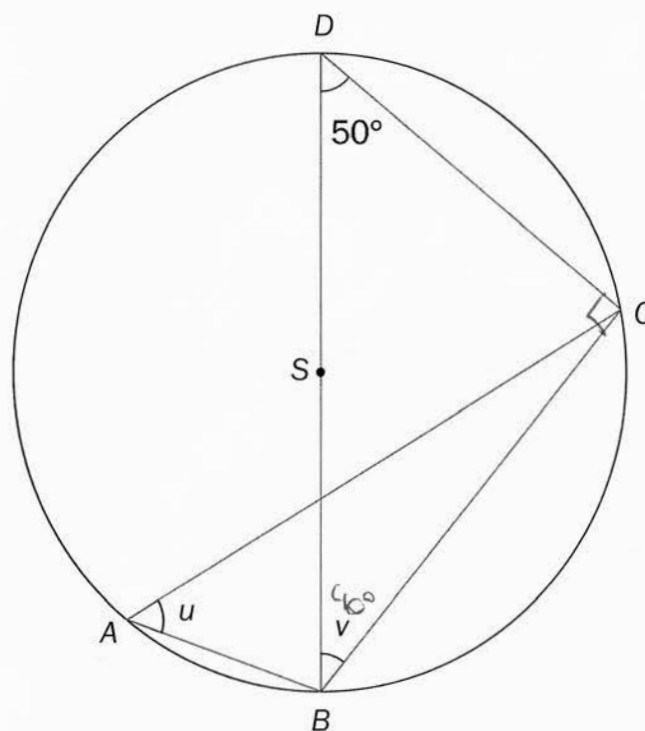
Oppgave 6 (3 poeng)

Skissen viser en sirkel med sentrum i S .

Punktene A , B , C og D ligger på sirkelen.
 BD er en diameter.

Vi setter $\angle BDC = 50^\circ$, $\angle BAC = u$ og
 $\angle CBD = v$.

Bruk et geometrisk resonnement til å
bestemme størrelsen på vinklene u og v .



Oppgave 7 (4 poeng)

På en skole er 60 % av elevene jenter. 70 % av jentene og 55 % av guttene har blå øyne. Vi trekker ut en tilfeldig valgt elev ved skolen.

- a) Bestem sannsynligheten for at eleven har blå øyne.
- b) Eleven som er trukket ut, har ikke blå øyne. Bestem sannsynligheten for at eleven er en gutt.

Oppgave 8 (5 poeng)

- a) Konstruer en $\triangle ABC$ slik at $AB = 10,0$ cm, $BC = 7,0$ cm og $AC = 11,0$ cm.

En skjæringssetning sier at halveringslinjene til de tre vinklene i trekanten skjærer hverandre i ett punkt.

- b) Demonstrer denne setningen ved å konstruere halveringslinjene til vinklene i $\triangle ABC$.

Halveringslinjene skjærer hverandre i punktet S .

- c) Konstruer normalene fra S ned på hver av sidekantene i $\triangle ABC$. Fotpunktene til normalene kaller vi D , E og F .
- d) Forklar at $SD = SE = SF$. Konstruer den innskrevne sirkelen i $\triangle ABC$.

Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$$\lg(x+2)^2 = \lg x^4$$

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

I 1960 var folketallet på jorden 3,0 milliarder. I 2013 var folketallet 7,1 milliarder. En god modell for utviklingen av folketallet er funksjonen f gitt ved

$$f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$$

der c og k er konstanter og tiden t er antall år etter 1960.

- Bestem konstantene c og k .
- Når vil folketallet passere 10 milliarder ifølge denne modellen?
- Forklar at folketallet stiger med en fast prosent hvert år ifølge modellen. Bestem denne faste, årlige prosenten.

Oppgave 2 (6 poeng)

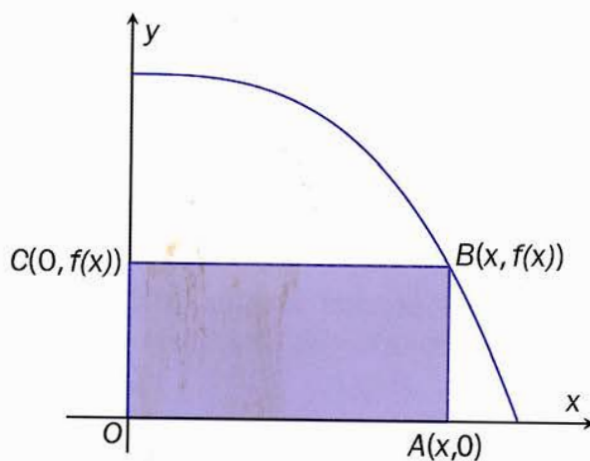
I et koordinatsystem er punktene $A(-1, 0)$, $B(7, -1)$ og $C(5, 8)$ gitt.

- Bestem \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CA} og $\angle ACB$.
- Bestem arealet til $\triangle ABC$.
- Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til et punkt E på x -aksen slik at $\overrightarrow{CE} \perp \overrightarrow{AB}$

Oppgave 3 (5 poeng)

På figuren nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 4 - 0,125x^3, \quad 0 < x < 2\sqrt[3]{4}$$



Rektangelet $OABC$ er laget slik at B ligger på grafen til f .

- a) Vis at arealet G til rektangelet kan skrives som

$$G(x) = 4x - 0,125x^4$$

- b) Bestem x slik at rektangelet får areal lik 5,0.
c) Bestem det største arealet rektangelet kan ha.

Oppgave 4 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 9x + 28, \quad D_f = \mathbb{R}$$

- a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f .

En linje skjærer grafen til f i punktene $(-3, -8)$ og $(2, 2)$.

- b) Bestem det tredje skjæringspunktet mellom grafen til f og linjen. Hva blir summen av x -koordinatene til de tre skjæringspunktene?

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

En linje ℓ går gjennom punktene $(s, g(s))$ og $(t, g(t))$.

- c) Bruk CAS til å bestemme likningen for linjen ℓ , uttrykt ved s , t , a , b og c .
- d) Bruk CAS til å bestemme x -koordinaten til det tredje skjæringspunktet mellom grafen til g og linjen ℓ . Bestem summen av x -koordinatene til de tre skjæringspunktene.