Utdanningsdirektoratet

Forslag til ny eksamensordning med kommentarer

2012

MAT0010 Matematikk
10. årstrinn (Elever)

Del 1

Forslag til ny eksamens-ordning fra våren 2015:

Del 1: 2 timer

Del 2: 3 timer

Nye minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Regneark
- Graftegner
- Dynamisk geometriprogram

Skole:	Kandidatnr.:	Del 1 + ___________ ark fra Del 2

Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut *samtidig*. Del 1 skal du levere innen 2 timer. Del 2 skal du levere innen 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Ingen hjelpemidler er tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Framgangsmåte og forklaring:	Del 1 har 20 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene. Skriv med penn når du krysser av eller fører inn svar i Del 1. I regneruter skal du vise hvordan du kommer fram til svaret. Ved konstruksjon skal du bruke passer, linjal og blyant. Bruk egne kladdeark når du besvarer Del 1. På flervalgsoppgavene setter du bare ett kryss per spørsmål. **Eksempel:** Hvilken verdi har uttrykket $3\cdot(1+2\cdot2)^2$? 35 ○ 50 ○ 62 ○ 75 ⊗
Veiledning om vurderingen:	Poengsummen i Del 1 er 27, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Bilde på forsiden: • *Hjelpemidler på Del 1* (Kilde: Utdanningsdirektoratet)

DEL 1: 2 timer. Maks 27 poeng.
Hjelpemidler: Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler

Oppgave 1 (2 poeng)

Regn ut

a) $373+147=$ ________

b) $373-147=$ ________

c) $51\cdot 73=$ ________

d) $464:8=$ ________

Oppgave 2 (2 poeng)

Gjør om

a) 3 h 24 min = ________ h

b) 1 600 mm = ________ m

c) 4,5 L = ________ mL

d) 20 t = ________ kg

Oppgave 3 (1 poeng)

Regn ut

a) $3-2(2-1)^2=$ ________

b) $-3^2+(1-3)^2$ ________

Oppgave 4 (2 poeng)

Regn ut og forkort brøken

a) $\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=$ ________

b) $\frac{3}{2}-\frac{3}{4}=$ ________

c) $\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}=$ ________

d) $6:\frac{4}{5}=$ ________

Oppgave 5 (1,5 poeng)

Løs likningene

a) $3x-8=4-3x$

b) $2(x-2)=3x-\frac{9}{2}$

Løs oppgave 5 a) her:

Løs oppgave 5 b) her:

Oppgave 6 (1 poeng)

Rune har en kabel som er rullet opp på en trommel. Trommelen har en diameter på 47,0 cm, og kabelen går 40 ganger rundt trommelen. Rune trenger 55,0 m kabel.

Gjør overslag, og finn ut om det er nok kabel på trommelen.

Løs oppgave 6 her:

Kilde: Utdanningsdirektoratet

Oppgave 7 (1,5 poeng)

En vare selges i to forskjellige butikker. Prisen er den samme i begge butikkene.
I butikk A settes prisen opp med 20 %. I butikk B settes prisen først opp med 10 % og så etter noen dager med 10 % av prisen som varen har da.

Marit påstår at varen fremdeles koster det samme i begge butikkene etter prisøkningene.
Forklar Marit hvorfor dette ikke er riktig. Bruk gjerne et eksempel når du forklarer.

Løs oppgave 7 her:

Oppgave 8 (1 poeng)

Kilde: Utdanningsdirektoratet

På hvor mange forskjellige måter kan vi bytte rekkefølge på fire bilder som henger på en vegg?

Svar: ____________ forskjellige måter

Oppgave 9 (1,5 poeng)

Løs likningssettet enten med addisjonsmetoden eller med innsettingsmetoden.

$$\begin{bmatrix} -2x + y = 7 \\ -4x + y + 5 = 0 \end{bmatrix}$$

Løs oppgave 9 her:

Oppgave 10 (1 poeng)

På en matematikkprøve ble disse karakterene gitt på besvarelsene:

2 1 3 4 5 5 3 6 4 3

a) En besvarelse blir plukket ut tilfeldig. Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig besvarelse har fått karakteren 5.

Svar: ___________________

b) Fra alle besvarelsene blir to besvarelser tilfeldig plukket ut. Bestem sannsynligheten for at begge besvarelsene har fått karakteren 5.

Svar: ___________________

Oppgave 11 (3 poeng)


Kilde: www.utdanningsmagasinet.no (07.09.2009)

I $\triangle ABC$ er $AB = 8{,}0\,\text{cm}$, $\angle A = 45^\circ$ og $\angle B = 60^\circ$.

Konstruer $\triangle ABC$.

$\triangle ABC$ er en del av $\square ABCD$ der $CD = 8{,}0\,\text{cm}$ og $\angle CAD = 75^\circ$.

Konstruer $\square ABCD$.

Lag hjelpefigur og skriv konstruksjonsforklaring.

Løs oppgave 11 her:

Hjelpefigur:

Konstruksjonsforklaring:

Konstruksjon:

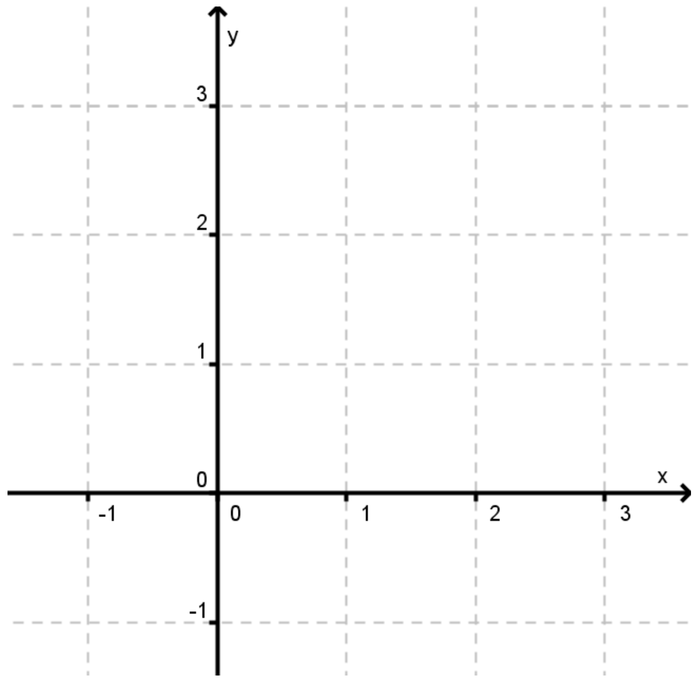
Oppgave 12 (1 poeng)

Tegn grafene til funksjonene
f og g i koordinatsystemet:

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = -x + 2$$

Sett navn på grafene.



Oppgave 13 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $2(x+3y)-(x+y)$

b) $\dfrac{9a^2+3a}{3a}$

Løs oppgave 13 a) her:

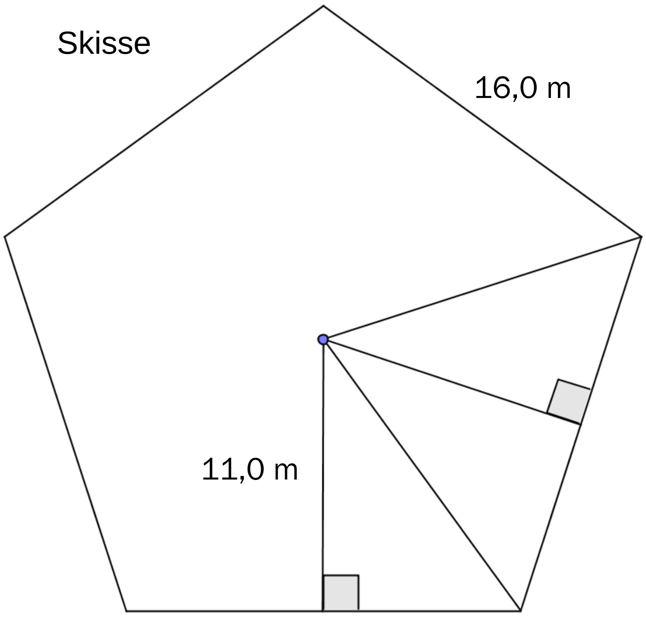
Løs oppgave 13 b) her:

Oppgave 14 (1,5 poeng)

Nedenfor ser du en skisse av en femkant (pentagon) med like lange sider. Vi kan dele opp femkanten i rettvinklede trekanter.

a) Tegn alle de rettvinklede trekantene i femkanten nedenfor.

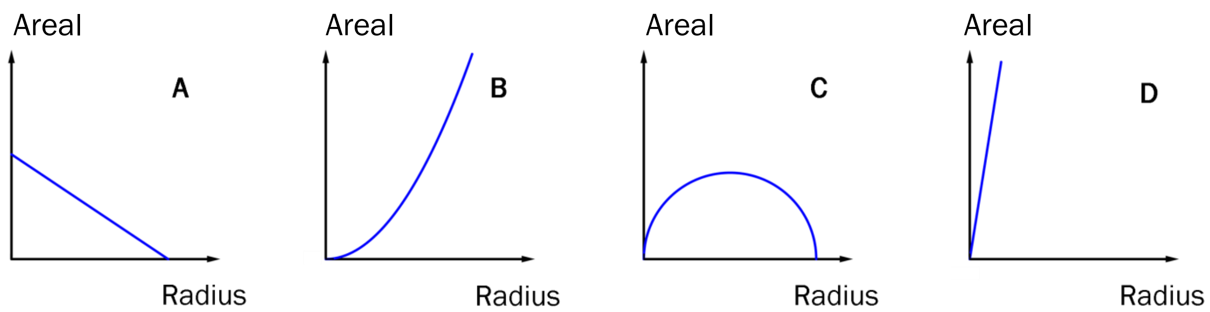
b) Regn ut omkretsen og arealet av femkanten.



Løs oppgave 14 b) her:

Oppgave 15 (1 poeng)

Hvilken av grafene nedenfor viser sammenhengen mellom areal og radius til en sirkel?



Graf A ○ Graf B ○ Graf C ○ Graf D ○

Oppgave 16 (0,5 poeng)

Dersom 4 cm på et kart tilsvarer 60 km i virkeligheten, da er målestokken for kartet:

1 : 1 500	1 : 15 000	1 : 150 000	1 : 1 500 000
O	O	O	O

Oppgave 17 (1 poeng)

En vannflaske har form som en sylinder.
Høyden er 18,3 cm, og diameteren er 5,1 cm.

Omtrent hvor mye vann kan flasken romme?

Kilde: Vosswater.com (10.05.09)

Løs oppgave 17 her:

Oppgave 18 (0,5 poeng)

En bil kjører med gjennomsnittsfart 80 km/h. På 45 min kjører bilen

36 km	60 km	80 km	107 km
O	O	O	O

Oppgave 19 (0,5 poeng)

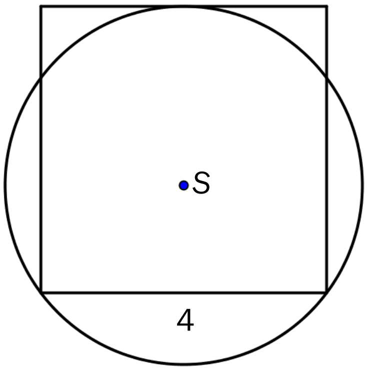
Formelen $A = \frac{g \cdot h}{2}$ kan omformes til

$g = \frac{2 \cdot h}{A}$	$g = \frac{h}{2A}$	$g = \frac{A+h}{2}$	$g = \frac{2A}{g}$
O	O	O	O

Oppgave 20 (1,5 poeng)

Kvadratet har side 4. Regn ut radius i sirkelen med sentrum i *S*.

Skisse



Løs oppgave 20 her:

Blank side.

Utdanningsdirektoratet

Forslag til ny eksamensordning med kommentarer

2012

MAT0010 Matematikk
10. årstrinn (Elever)

Del 2

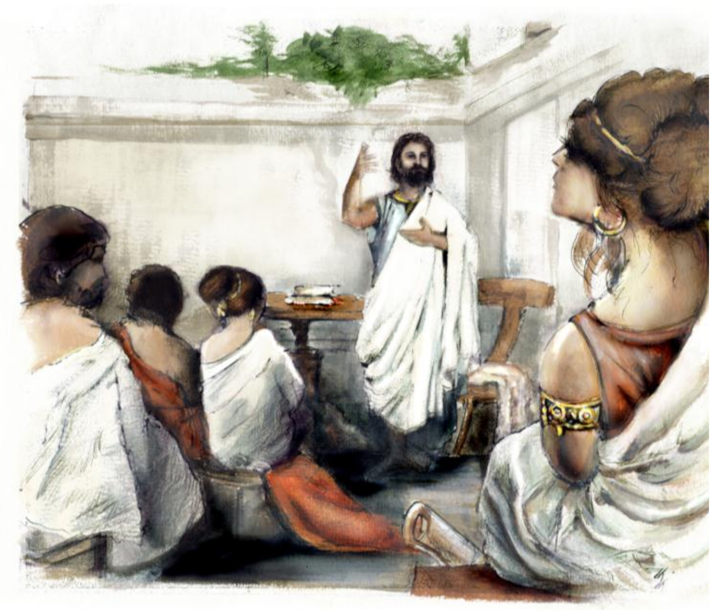
Forslag til ny eksamens-ordning fra våren 2015:

Del 1: 2 timer

Del 2: 3 timer

Nye minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Regneark
- Graftegner
- Dynamisk geometriprogram



Pytagoreerne

Eksamenskarakterer

CO_2-utslipp

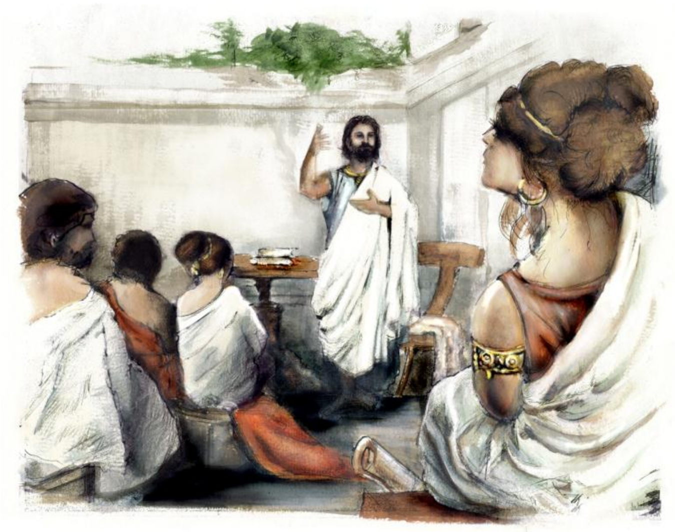
Ptolemaios

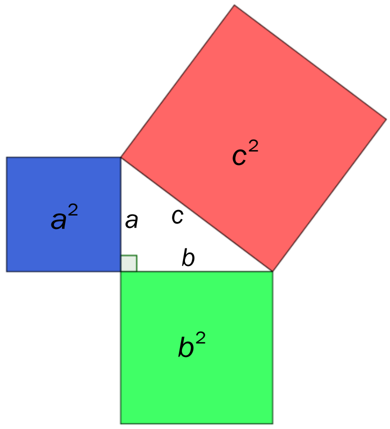
Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut *samtidig*. Del 1 skal du levere innen 2 timer. Del 2 skal du levere innen 5 timer.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Når en oppgave er merket med «REGNEARK» eller «GRAFTEGNER» eller «DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM», skal du bruke datamaskin med dette digitale verktøyet for å løse oppgaven. Når en oppgave ikke er merket, kan du selv velge metode og verktøy. Før Del 1 er levert inn, er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Framgangsmåte og forklaring:	Del 2 har 9 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene. Del 2 kan føres på papir. Dersom du velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra regneark, graftegner og dynamisk geometriprogram følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen. Du kan også velge å bare bruke datamaskin, samle alle løsninger i ett dokument og levere hele Del 2 som utskrift. Del 2 kan gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.
Veiledning om vurderingen:	Poengsummen i Del 2 er 40, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Bilder på forsiden: • *Pytagoreerne* (Kilde: Utdanningsdirektoratet. Tegner: Ann Christin Strand) • *Eksamenskarakterer,* CO_2 *– utslipp* og *Ptolemaios* (Kilde: Se oppgavene i Del 2)

DEL 2: 3 timer. Maks 40 poeng.
Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon

Pytagoreerne (ca. 500 f.Kr.)





Pytagoras og hans hemmelige samfunn er mest berømt for å ha bevist det vi i dag kaller Pytagoras-setningen.

Pytagoras-setningen

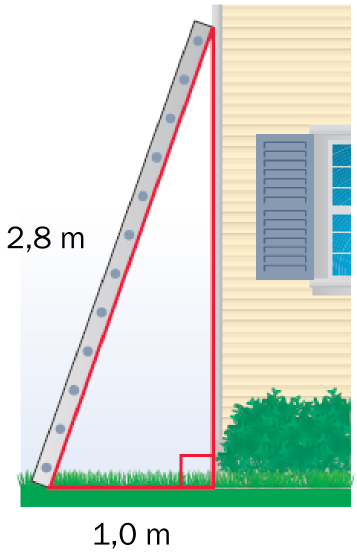
I en rettvinklet trekant med sidene a, b og c, er $a^2+b^2=c^2$.

En trekant med sidene a, b og c, og der $a^2+b^2=c^2$, er rettvinklet.

Oppgave 1 (2 poeng)

En stige er 2,8 m. På bakken står stigen 1,0 m fra husveggen. Se skissen til høyre.

Bestem hvor langt opp på husveggen stigen når.



Oppgave 2 (2 poeng)

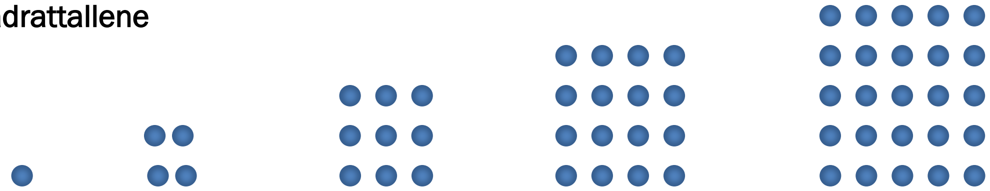
En trekant har sidene 4,5 m, 8,0 m og 9,0 m.

Avgjør om trekanten er rettvinklet.

Oppgave 3 (7 poeng) REGNEARK

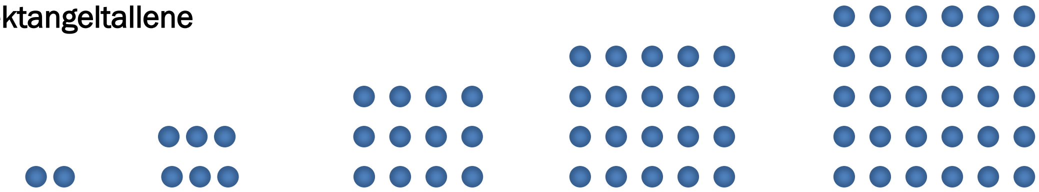
Pytagoreerne kjente til mange typer tall:

Kvadrattallene



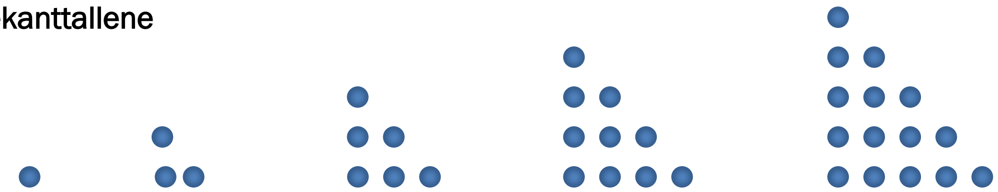
osv.

Rektangeltallene



osv.

Trekanttallene



osv.

	A	B	C	D
1	Naturlig tall	Kvadrattall	Rektangeltall	Trekanttall
2	N	n^2	$n(n+1)$	
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
•	•			
•	•			
•	•			
22	20			
23	SUM			

a) Fyll ut kolonne A, B, og C i et regneark som vist ovenfor, slik at de 20 første naturlige tallene, kvadrattallene og rektangeltallene framkommer.

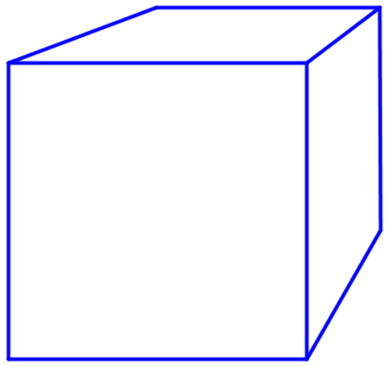
b) Bestem en formel for trekanttallene, og fyll ut kolonne D i regnearket.
Summer alle kolonnene.

c) Hvilke tall får du dersom du summerer to påfølgende trekanttall? Vis med 3 eksempler.

Oppgave 4 (2 poeng)

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Kuben eller terningen var viktig for pytagoreerne. Nedenfor ser du en kube som er tegnet i ettpunktsperspektiv.



Tegn en liknende kube i ettpunktsperspektiv. Husk å tegne inn

- horisontlinjen
- forsvinningspunktet
- alle perspektivlinjene

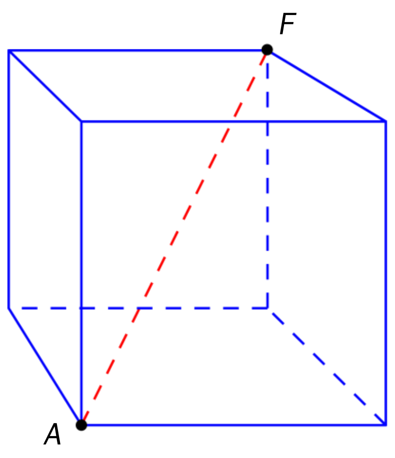
Oppgave 5 (6 poeng)

Nedenfor ser du en skisse av en kube.

a) Bestem volumet og overflaten av en kube med side 2,0 m.

b) Bestem siden i en kube med volum $27{,}0\ \text{m}^3$. Begrunn svaret ditt.

c) Kuben til høyre har et volum på $1{,}0\ \text{m}^3$. Bestem avstanden mellom de to hjørnepunktene A og F.

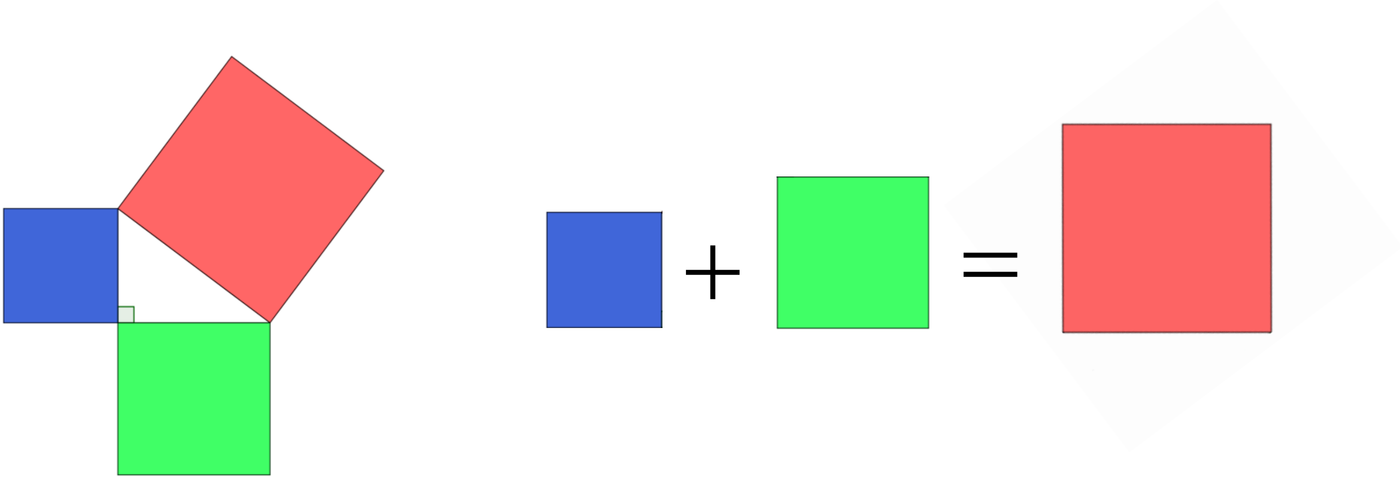


Skisse

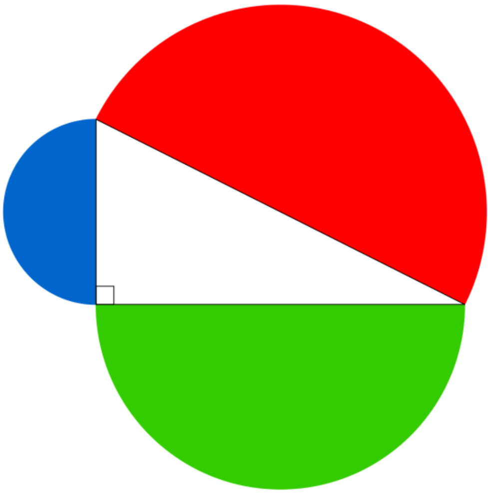
Oppgave 6 (4 poeng)

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Pytagoras-setningen gir at summen av arealet av det blå kvadratet og det grønne kvadratet på figuren nedenfor er lik arealet av det røde kvadratet.



I denne oppgaven skal vi undersøke om denne egenskapen også gjelder en rettvinklet trekant med halvsirkler i stedet for kvadrater. Se figuren nedenfor.



a) Tegn en rettvinklet trekant med halvsirkler slik skissen ovenfor viser. Velg mål selv.

b) Undersøk om arealet av den blå og den grønne halvsirkelen til sammen er lik arealet av den røde halvsirkelen.

Eksamenskarakterer

Oppgave 7 (7 poeng) REGNEARK

Kilde: static.vg.no/…/image/2009/5/18/student_art.jpg (12.04.2011)

Våren 2012 var klasse 10B oppe til sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk. Klasse 10B fikk disse karakterene:

5	2	3	1	5	4	2	4	1	4
5	5	1	2	3	6	6	4	2	5

a) Lag en frekvenstabell, og presenter karakterfordelingen i et stolpediagram.

b) Bestem median, typetall og gjennomsnitt for karakterene i klassen.

c) En elev klaget på karakteren. Etter klagebehandlingen ble karakteren satt ned fra 5 til 4.

Hvordan vil dette endre median, typetall og gjennomsnitt for klassen?

CO_2-utslipp

Oppgave 8 (6 poeng) GRAFTEGNER

Kilde: http://www.tu.no/olje-gass/article115459.ece (14.09.2011)

Utslippet U (målt i gram) av CO_2 per kilometer for en bestemt bil er gitt ved

$$U(x) = 0{,}046x^2 - 6{,}7x + 386$$

der x er farten til bilen målt i km/h.

a) Tegn grafen til U i et koordinatsystem for $20 \leq x \leq 100$

Bestem hvor mange gram CO_2 bilen slipper ut per kilometer dersom den holder en fart på 60 km/h.

b) Bestem hastighetene som gir CO_2-utslipp per kilometer på 160 g.

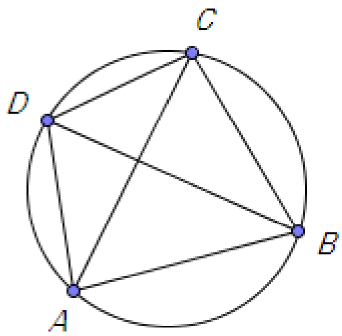
c) Bestem den farten til bilen som gir minst CO_2-utslipp.

Ptolemaios (ca. 100 e.Kr.)

Ptolemaios (ca. år 100 e.Kr.) var en gresk matematiker og astronom.

Han hadde en setning om lengder og diagonaler i en firkant som var innskrevet i en sirkel.

Ptolemaios-setningen



$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$

Kilde: www.mlahanas.de/Greeks/PtolemyAstronomy.htm (12.09.2011)

Oppgave 9 (4 poeng)

a) Tegn en sirkel med radius $r = 5{,}0$ cm. Velg tilfeldig fire punkter på sirkelen, og tegn en figur som vist ovenfor. Sett mål på diagonalene og lengdene i firkanten, og vis at Ptolemaios-setningen stemmer med firkanten du har tegnet.

Dersom $\square ABCD$ er et rektangel, blir Ptolemaios-setningen det samme som en annen kjent matematisk setning.

b) Tegn en ny sirkel med et innskrevet rektangel. La rektangelets korte sider være a, lange sider være b og diagonaler være c.

Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet. Hvilken annen kjent matematisk setning er dette?

Læreplandekning for eksempeloppgave, MAT0010 Matematikk, 10. årstrinn

	Kompetansemål 10. årstrinn[1]	Del 1	Del 2
	Hovedområde: Tal og algebra		
1	samanlikne og rekne om heile tal, desimaltal, brøkar, prosent, promille og tal på standardform, og uttrykkje slike tal på varierte måtar	1, 3, 7, alle	Alle
2	rekne med brøk, utføre divisjon av brøkar og forenkle brøkuttrykk	4	
3	bruke faktorar, potensar, kvadratrøter og primtal i berekningar	3	1, 2
4	utvikle, bruke og gjere greie for metodar i hovudrekning, overslagsrekning og skriftleg rekning med dei fire rekneartane	1, 6	
5	behandle og faktorisere enkle algebrauttrykk, og rekne med formlar, parentesar og brøkuttrykk med eitt ledd i nemnaren	6, 13, 18, 19, 21	3
6	løyse likningar og ulikskapar av første grad og enkle likningssystem med to ukjende	5, 9	
7	setje opp enkle budsjett og gjere berekningar omkring privatøkonomi		
8	bruke, med og utan digitale hjelpemiddel, tal og variablar i utforsking, eksperimentering, praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design	20	3, 6
	Hovedområde: Geometri		
9	analysere, også digitalt, eigenskapar ved to- og tredimensjonale figurar og bruke dei i samband med konstruksjonar og berekningar	11, 14, 17, 20	3, 6, 9
10	utføre og grunngje geometriske konstruksjonar og avbildingar med passar og linjal og andre hjelpemiddel	11	6, 9
11	bruke formlikskap og Pytagoras' setning i berekning av ukjende storleikar	20	1, 2, 9
12	tolke og lage arbeidsteikningar og perspektivteikningar med fleire forsvinningspunkt ved å bruke ulike hjelpemiddel		4
13	bruke koordinatar til å avbilde figurar og finne eigenskapar ved geometriske former		
14	utforske, eksperimentere med og formulere logiske resonnement ved hjelp av geometriske idear, og gjere greie for geometriske forhold som har særleg mykje å seie i teknologi, kunst og arkitektur	14	6, 9
	Hovedområde: Måling		
15	gjere overslag over og berekne lengd, omkrins, vinkel, areal, overflate, volum og tid, og bruke og endre målestokk	6, 14, 16, 17, 18, 20, 21	5, 6, 9
16	velje høvelege måleiningar, forklare samanhengar og rekne om mellom ulike måleiningar, bruke og vurdere måleinstrument og målemetodar i praktisk måling, og drøfte presisjon og måleusikkerheit	2	5
17	gjere greie for talet π og bruke det i berekningar av omkrins, areal og volum	6, 15, 17, 21	

[1] http://www.udir.no/grep/Lareplan/?laereplanid=1101832 (18.02.2011)

Læreplandekning for eksempeloppgave, MAT0010 Matematikk, 10. årstrinn, fortsatt

	Kompetansemål 10. årstrinn [2]	Del 1	Del 2
	Hovedområde: Statistikk, kombinatorikk og sannsyn		
18	gjennomføre undersøkingar og bruke databasar til å søkje etter og analysere statistiske data og vise kjeldekritikk		7
19	ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetal, gjennomsnitt og variasjonsbreidd, og presentere data med og utan digitale verktøy		7
20	finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spel	10	
21	beskrive utfallsrom og uttrykkje sannsyn som brøk, prosent og desimaltal	10	
22	vise med døme og finne dei moglege løysingane på enkle kombinatoriske problem	8	
	Hovedområde: Funksjonar		
23	lage, på papiret og digitalt, funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekst	12, 15	8
24	identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og enkle kvadratiske funksjonar, og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane	12, 15	8

[2] http://www.udir.no/grep/Lareplan/?laereplanid=1101832 (18.02.2011)

Formler med mer for Del 1 MAT0010 Matematikk 10. årstrinn

Formler, ferdigheter og kunnskap som framkommer i oversikten nedenfor, må eksamens-kandidatene kunne utenat under Del 1 av eksamen.

Formler, ferdigheter og kunnskap som forutsettes kjent på Del 1 av eksamen
Utvalget nedenfor angir ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del 1 av eksamen
Tall og algebra
• addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon, hoderegning og overslagsregning
• den lille multiplikasjonstabellen
• finne kvadratrot av enkle tall som gir heltallige løsninger
• grunnleggende brøkregning for alle regningsartene
• prosentregning, regning med desimaltall, hele tall, tall på standardform, primtall og potenser, uttrykke tall på ulike måter (tallrepresentasjon)
• algebra og parentesregning, tallregning
• formelregning, formelmanipulering
• oppstilte/uoppstilte likninger med én og to ukjente
Geometri
• formel for Pytagoras-setningen
• formler knyttet til formlikhet, sirkelen og π (pi)
• forsvinningspunkt, perspektivtegning
• grunnleggende konstruksjon med passer og linjal, koordinatsystem, avbildinger (speiling, rotasjon), parallellforskyvning og symmetri
Måling
• grunnleggende måleenheter, vei-fart-tid-formel, målestokk, sammensatte enheter
• omgjøring av måleenheter
• vinkelsum i trekant og firkant, ulike typer trekanters vinkler og egenskap
• formler for areal og omkrets av sirkel, trekant, kvadrat, rektangel, trapes, parallellogram
• overflaten til en sylinder
• formler for volum av rette prismer og en sylinder
Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk
• grunnleggende sannsynlighet, sannsynlighetsbegrepet
• kjenne innholdet i begrepet utfallsrom
• kunne uttrykke sannsynlighet som brøk, prosent og desimaltall for enkle tall
• enkel kombinatorikk
• kunne beregne median, typetall, gjennomsnitt og variasjonsbredde for enkle tall
• kunne framstille og lese av diagrammer som stolpe-, sektor- og linjediagram og tabeller
Funksjoner
• kjenne til egenskapene til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære (stigningstall og konstantledd) og enkle kvadratiske funksjoner
• bruke disse funksjonene i praktiske situasjoner
• beherske ulike representasjoner (funksjonsuttrykk – graf – verditabell – tekst/situasjon)

Kommentarer til eksempeloppgaven MAT0010 Matematikk 10. årstrinn etter ny modell

I disse kommentarene til eksempeloppgaven etter forslaget til ny eksamensordning i MAT0010 Matematikk 10. årstrinn finner du informasjon om struktur, innhold og digitale verktøy. Essensen i forslaget er å bygge videre på dagens ordning med økt bruk av digitale verktøy.

Sentralt gitt skriftlig eksamen i MAT0010 Matematikk 10. årstrinn er todelt og varer i 5 timer.

1. Del 1 av eksamen

1.1 Struktur i Del 1 av eksamen

Del 1 varer i 2 timer.

Oppgavene i Del 1 av eksamen nummereres fortløpende som «Oppgave 1», «Oppgave 2» og så videre. Hver oppgave kan inneholde 1–3 delspørsmål.

1.2 Hjelpemidler på Del 1 av eksamen

Tillatte hjelpemidler er vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.

1.3 Innhold i Del 1 av eksamen

I Del 1 vil det legges vekt på kunnskaper og kompetanse om fagets metoder, symbol- og formalismekompetanse, algoritmer, matematiske ferdigheter, utledninger, argumentasjon, drøfting, resonnement og så videre, i henhold til kompetansemålene i læreplanen.

Oppgavene i Del 1 av eksamen vil samlet prøve alle hovedområdene i læreplanen:

- Tal og algebra
- Geometri
- Måling
- Statistikk, sannsyn og kombinatorikk
- Funksjonar

Del 1 vil inneholde oppgaver med ulik vanskegrad.

1.4 Besvarelse av Del 1 av eksamen

Del 1 er *papirbasert*. Besvarelsen skal føres med penn på skolens eksamenspapir. Det skal *ikke* brukes datamaskin under Del 1 av eksamen. Besvarelsen av Del 1 skal leveres innen 2 timer etter eksamensstart. Besvarelsen av Del 1 må ikke leveres ut igjen til eksamenskandidaten etter at den er levert inn. Besvarelsen av Del 1 skal føres direkte i oppgaveheftet for Del 1.

2. Del 2 av eksamen

2.1 Struktur i Del 2 av eksamen

Del 2 varer i 3 timer.

Oppgavene i Del 2 av eksamen nummereres fortløpende som «Oppgave 1», «Oppgave 2» og så videre. Hver oppgave kan inneholde 1–3 delspørsmål.

2.2 Hjelpemidler på Del 2 av eksamen

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Eksamenskandidatene kan når som helst starte med besvarelsen av Del 2, men de får ikke tilgang til hjelpemidlene før besvarelsen av Del 1 er levert inn.

2.3 Minstekrav til digitale verktøy på Del 2 av eksamen

Oppgavene i Del 2 forutsetter at eksamenskandidatene i MAT0010 Matematikk 10. årstrinn er kjent med og kan bruke datamaskin med følgende digitale verktøy (programvare):

- **Regneark**
- **Graftegner**
- **Dynamisk geometriprogram**

De fleste Oppgavene i Del 2 blir utformet med tanke på at de skal løses ved hjelp av digitale verktøy. Når en oppgave er merket med «GRAFTEGNER» eller «REGNEARK» eller «DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM», er det obligatorisk å bruke dette digitale verktøyet for å løse oppgaven. Når en oppgave ikke er merket, kan eksamenskandidaten selv velge metode og verktøy.

Dersom eksamenskandidaten velger et annet verktøy / en annen løsningsmetode enn det oppgaven krever, vil dette kunne gi noe uttelling.

2.4 Innhold i Del 2 av eksamen

I Del 2 vil det legges vekt på matematisk forståelse og evne til å løse sammensatte matematiske problemstillinger.

Oppgavene i Del 2 av eksamen vil samlet prøve alle hovedområdene i læreplanen:

- Tal og algebra
- Geometri
- Måling
- Statistikk, sannsyn og kombinatorikk
- Funksjonar

Del 2 vil inneholde oppgaver med ulik vanskegrad.

I Del 2 prøves også eksamenskandidatenes evne til å bruke digitale verktøy for å løse matematiske problemstillinger og presentere disse.

2.5 Besvarelse av Del 2 av eksamen

Del 2 av eksamen er enten papirbasert (utskrifter og bruk av penn) eller IKT-basert.

Papirbasert eksamen

Under Del 2 av eksamen må eksamenskandidatene ha tilgang til datamaskin der den programvaren som skal brukes, er installert. Kandidatene må også ha tilgang til skriver under hele Del 2 av eksamen.

Dersom en kandidat velger å skrive besvarelsen sin for hånd, skal utskrifter fra regneark og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen.

Det er viktig med tydelige referanser til vedlegg og en oversiktlig struktur i besvarelsen.

Kandidatene kan også velge å samle alle løsninger i ett dokument og levere hele Del 2 som utskrift. Alle svararkene fra Del 2 legges inn i Del 1.

IKT-basert eksamen

Del 2 kan også besvares som IKT-basert eksamen, jf. kapittel 6. Alle løsningene skal da samles og leveres digitalt i én fil.

3. Annet

3.1 Særskilt tilrettelegging av eksamen

For særskilt tilrettelegging av eksamen, se rundskriv Udir-4-2010. Rundskrivet er publisert på Utdanningsdirektoratets nettsider, www.udir.no

3.2 Kommunikasjon

Under eksamen har kandidatene ikke anledning til å kommunisere med hverandre eller utenforstående. Det betyr at Internett, mobiltelefoner og alle andre innretninger som tillater kommunikasjon, ikke er tillatt under eksamen.

4. Digitale verktøy ved eksamen etter 10. årstrinn

Digitale verktøy åpner for nye muligheter når vi arbeider med og presenterer matematikk. Verktøyene hjelper oss å forbinde ulike representasjoner, og dermed gjøre det lettere å se sammenhenger og forstå.

I dag er digitale matematiske verktøy kraftige og lettere tilgjengelig enn tidligere. Verktøyene støtter numeriske, statistiske, grafiske, symbolske, geometriske og tekstlige funksjonaliteter. Disse kan brukes hver for seg eller sammen. Ved å bruke disse verktøyene kan elevene utforske flere aspekter ved numeriske, grafiske, geometriske og algebraiske sammenhenger. Denne tilnærmingen gjør at elevene kan fokusere på bruk, overføringsverdi og sammenhenger. De digitale verktøyene kan gjøre tidligere vanskelig tilgjengelig matematikk lettere tilgjengelig, og gir læreren bedre muligheter for å gjøre matematikken interessant for elevene.

For å kunne velge hensiktsmessige digitale verktøy, bruke verktøyene og vurdere resultatene de gir, er det avgjørende at elevene har grunnleggende matematiske ferdigheter og kunnskaper og behersker metoder.

Det forutsettes at elevene er kjent med og kan bruke både regneark, dynamisk geometriprogramverktøy og graftegner. Det blir opp til skoler/faglærere/elever og velge hensiktsmessige varianter av disse digitale verktøyene.

Vi forutsetter at alle som skal ta eksamen i MAT0010 Matematikk 10. årstrinn, har tilgang til datamaskin med disse digitale verktøyene under Del 2 av eksamen, er kjent med bruken av verktøyene og har tilgang til skriver.

Regneark (programvare på datamaskin)
Regneark er særlig aktuelt innenfor økonomiske emner og statistikk, men også i forbindelse med tallregning og utforskning. Regneark kan erstatte den numeriske kalkulatoren.

Dynamisk geometriprogram (programvare på datamaskin)
Med dynamisk geometriprogram kan man tegne geometriske figurer som man kan endre dynamisk. *GeoGebra* er et eksempel på en slik programvare (gratis). Man kan også konstruere, speile, rotere, tegne forsvinningspunkt og så videre. Kandidatene kan også bli bedt om å lage arbeidstegninger med ulik målestokk etc.

Graftegner (programvare på datamaskin)
Med en graftegner mener vi her en digital graftegner som kandidatene kan bruke til å tegne grafer digitalt og skrive ut grafene på papir. Det forutsettes at kandidatene er kjent med en slik graftegner ved alle sentralt gitte skriftlige eksamener i matematikk både i grunnskolen og i den videregående skolen. I Del 2 av eksamen vil det innenfor hovedområdet «Funksjoner» være aktuelt å gi oppgaver der kandidatene skal tegne en graf digitalt og deretter skrive ut grafen. Det kan også være aktuelt å finne skjæringspunkter mellom grafer, og mellom en graf og koordinataksene samt topp- og bunnpunkter.

Formeleditor (programvare på datamaskin), særlig aktuell ved IKT-basert eksamen
Med dette digitale verktøyet kan kandidatene skrive og redigere matematiske formler, uttrykk, symboler og så videre. Dette kan være et nyttig verktøy, spesielt dersom Del 2 av eksamen skal gjennomføres som IKT-basert eksamen.

NB! Nødvendig programvare må være lastet ned og installert på datamaskinen før eksamen. Eksamenskandidatene skal ikke ha tilgang til Internett for å gjøre dette under eksamen.

5. Hva forventer vi at kandidatene behersker i de ulike digitale verktøyene i MAT0010 Matematikk 10. årstrinn?

Oversikten er ikke nødvendigvis uttømmende. Formålet med den er å vise eksempler på det som er viktig å mestre i de ulike digitale verktøyene for å kunne gjøre det best mulig på sentralt gitt skriftlig eksamen. Det er først og fremst matematisk kompetanse som skal vurderes, ikke teknisk kunnskap.

Regneark

- kjenne til referansesystemet i regnearket
- bruke regneark til tall/algebra og lage formler i regnearket slik at det blir dynamisk ved hjelp av relative og absolutte cellereferanser
- sette opp budsjett
- bruke regneark til å lage enkle beregningsmodeller innenfor privatøkonomi
- lage diagrammer (stolpe-, linje- og sektordiagram)
- bruke gjennomsnittsfunksjonen i regnearket
- lage formelutskrift, vise formler, eventuelt lage tekstboks som viser formler
- kopiere regnearket til et tekstbehandlingsdokument
- ta utskrift direkte fra regnearkprogrammet

Graftegner

- tegne grafer til
    - lineære funksjoner (proporsjonale og ikke proporsjonale)
    - andregradsfunksjoner (kvadratiske)
    - omvendt proporsjonale funksjoner
- finne bunnpunkter og toppunkter på en graf
- finne skjæringspunkter mellom grafer og med koordinataksene
- grafisk løsning av likningssett
- finne x- og y-verdier på grafen. Navngi et punkt på grafer.
- kopiere graftegning til tekstbehandlingsdokument og eventuelt ta utskrift
- ta utskrift av grafen direkte fra program

Dynamisk geometriprogram

- konstruksjon og tegning av geometriske figurer
- avbilde geometriske figurer
- gjøre beregninger på geometriske figurer
- lage arbeidstegninger
- lage perspektivtegninger med flere forsvinningspunkt
- speiling, rotasjon og symmetri av geometriske figurer
- analysere egenskaper ved todimensjonale figurer
- kopiere figur til tekstbehandlingsprogram
- ta utskrift av figur fra programvaren
- hente ut konstruksjonsforklaring fra programvaren

6. IKT-basert eksamen i matematikk (Del 2 av eksamen)

Skolene kan velge å gjennomføre Del 2 av eksamen i matematikk som «IKT-basert eksamen». Mens Del 1 skal besvares ved at kandidatene skriver for hånd på papir, og skolen sender besvarelsene per post til sensorene, skal en IKT-basert eksamen av Del 2 besvares ved hjelp av datamaskin. Løsningene skal samles i ett dokument som lastes opp i PGS-A og gjøres tilgjengelig for sensorene i PAS.

Dersom skolen velger IKT-basert eksamen, er det viktig å sette seg grundig inn i hvordan dette gjøres, og hvilke system- og formatkrav som gjelder. Informasjon om IKT-basert eksamen finner du her: http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-grunnskole-voksne/Gjennomfore-eksamen/

IKT-basert eksamen gjennomføres slik:

1) Kandidaten logger seg inn på Utdanningsdirektoratets prøvegjennomføringssystem (PGS) med tildelt brukernavn og passord når Del 2 av eksamen begynner.

2) Kandidaten laster ned eksamensoppgaven fra Utdanningsdirektoratets prøvegjennomføringssystem PGS-A.

3) Kandidaten besvarer eksamensoppgaven ved hjelp av datamaskin og digital programvare, og lagrer besvarelsen.

4) Kandidaten laster opp besvarelsen til PGS-A.

5) Sensorene henter besvarelsen i prøveadministrasjonssystemet PAS, der også karakterene blir satt ved fellessensuren.

Se http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-grunnskole-voksne/Gjennomfore-eksamen/

for oppdaterte brukerveiledninger for skoler, elever/privatister og sensorer.

Her tar vi i tillegg med noen punkter som viser hvordan elever/privatister som skal besvare Del 2 som IKT-basert eksamen, bør gå fram, og hvilke krav som gjelder:

- Du må ha en ***datamaskin*** med de ***digitale verktøyene*** du trenger for å besvare eksamensoppgavene.

- Du må samle alle løsningene i ett dokument. Du bør ha et ***tekstbehandlingsdokument*** som basisdokument.

- Det er nyttig å ha, og kunne bruke, en ***formeleditor*** for å kunne skrive og redigere matematiske formler, uttrykk, symboler og så videre.

- Husk å lage en topp- eller bunntekst i basisdokumentet, der du skriver skolens navn og kandidatnummeret ditt.

- Husk å nummerere oppgavene. Ta med utregninger og kommentarer. Kopier inn grafiske framstillinger, figurer og beregninger. Skriv utfyllende kommentarer til hver oppgave, slik at du besvarer oppgaven best mulig. Nedenfor finner du eksempler på hvordan du kan gjøre dette:

Oppgave 1

GRAFTEGNER

Dersom en bedrift produserer og selger x enheter av en vare, er overskuddet $O(x)$ kroner gitt ved

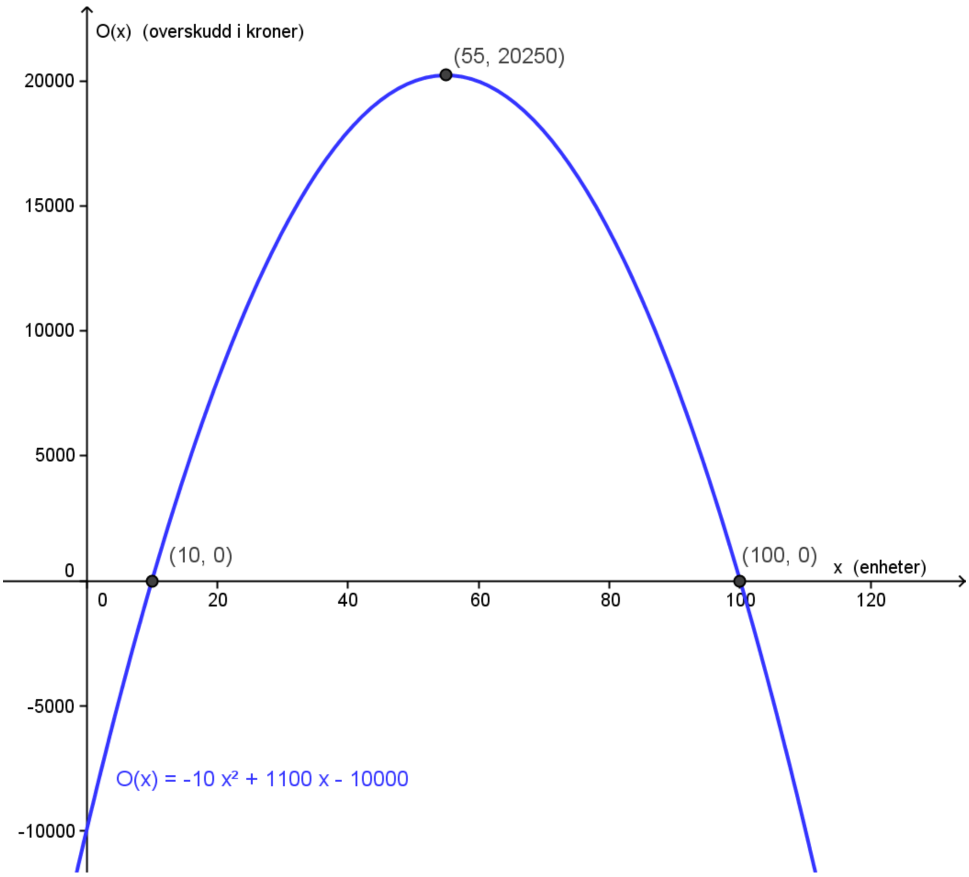
$$O(x) = -10x^2 + 1100x - 10000$$

a) Tegn grafen til O. Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig? Hvor stort er overskuddet da?

b) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for å ikke gå med underskudd?

Løsningsforslag, Oppgave 1

a)



Jeg tegner grafen til O i *GeoGebra* og bruker kommandoen «Ekstremalpunkt[O]» for å finne toppunktet. Bedriften må produsere og selge 55 enheter for at overskuddet skal bli størst mulig. Overskuddet er da på 20 250 kroner. (Se koordinatsystemet ovenfor.)

b) Jeg finner skjæringspunktene med x-aksen ved å bruke verktøyet «Skjæring mellom to objekt» og markere grafen og *x*-aksen.

Bedriften må produsere mellom 10 og 100 enheter for å ikke gå med underskudd.
(Se koordinatsystemet ovenfor.)

- Når du er ferdig, må du huske å lagre og laste opp besvarelsen din i PGS-A.

- Det finnes mange ulike typer digitale verktøy i matematikk, og mange ulike filformater. PGS godtar ikke alle filformater. Det kan være en fordel å bruke et tekstbehandlingsdokument som basisdokument og så kopiere fra andre digitale verktøy og inn i dette dokumentet, som vist ovenfor. **NB! Alle eksamensbesvarelser i matematikk bør lagres i PDF-format.**

- Følgende filformater kan benyttes i forbindelse med IKT-basert eksamen: doc, pdf, rtf, xls, ods, odt, xlsx, docx, sxc, sxw, html, txt.
  Det er lagt inn en kontroll i PGS-A som gjør at andre typer filformater blir avvist.

- Besvarelsen kan være på maksimalt 10 MB. Dersom filen er større, må den pakkes («zippes»). Følgende formater kan benyttes til slik pakking: tar, 7z, z, gz, rar, tar, zip

Ved IKT-basert eksamen i matematikk må HELE besvarelsen samles i én fil og leveres som IKT-basert eksamen. Eksamenskandidatene kan altså ikke levere Del 2 delvis på papir og delvis som IKT-basert eksamen, eller levere besvarelsen i flere filer.

7. Hvordan kan kandidatene dokumentere matematisk kompetanse ved hjelp av digitale verktøy?

Det er viktig at kandidatene dokumenterer og begrunner løsningsmetoder og svar også ved bruk av digitale verktøy. De siste årene har det skjedd en omfattende utvikling av digitale matematiske verktøy for bruk i skolen, og det er derfor nødvendig å revurdere hva vi mener med å dokumentere og begrunne matematisk kompetanse ved bruk av slike verktøy.

Kravene til eksamenskandidatenes kunnskaper og ferdigheter er i det store og hele de samme som tidligere. Det er fortsatt kandidatenes evne til å forstå, analysere og dokumentere løsninger av matematiske problemer som skal vurderes. Men «veien» fram til løsningene» har endret seg.

Verden, både i og utenfor skolen, har i større grad blitt digital. Dette må få konsekvenser også for matematikkfaget. Og – forhåpentlig vil konsekvensene være positive! For – kan det være riktig at det bare er regning på papir som er en intellektuell aktivitet, mens regning på en datamaskin ikke er annet enn tankeløs tastetrykking? Eller er det kanskje slik at vi ved å bruke datamaskin og programvare på en hensiktsmessig måte kan se og forstå matematiske sammenhenger bedre? Når vi «matematiserer», gjelder det først å stille de riktige spørsmålene. Videre formulerer vi matematiske problemer fra en virkelig verden (konseptualisering). Så utfører vi beregninger og bruker matematiske metoder. Til slutt overfører vi de matematiske formuleringene og resultatene tilbake til den virkelige verden for å verifisere matematikken. Kanskje må vi justere den matematiske modellen, eller lage en ny. I denne prosessen vil det ofte være hensiktsmessig å bruke digitale verktøy. Den sentralt gitte, skriftlige eksamen forsøker å ta hensyn til dette så langt det er mulig innenfor rammene som er gitt.

I dag er de digitale matematiske verktøyene kraftigere, bedre, mer brukervennlige og mer tilgjengelige enn tidligere. Verktøyene støtter numeriske, statistiske, grafiske, symbolske og geometriske funksjonaliteter. Disse kan brukes hver for seg eller sammen. Dermed kan vi utforske flere aspekter ved numeriske, grafiske, geometriske og algebraiske sammenhenger. Denne tilnærmingen gjør at elevene kan fokusere på bruk, overføringsverdi og sammenhenger. De digitale verktøyene kan gjøre tidligere vanskelig tilgjengelig matematikk lettere tilgjengelig, og gir læreren bedre muligheter for å gjøre matematikken interessant for elevene og bruke realistiske data og eksempler. Det er derfor en naturlig utvikling at eksamen i større grad forutsetter at digitale verktøy er kjent for eksamenskandidatene.

Beregningene, matematikkens «maskineri», er midler på veien til målet, men ikke et mål i seg selv. De siste årene har vi fått stadig kraftigere digitale verktøy som kan utføre selve beregningene for oss. Ved å bruke disse verktøyene kan flere få ta del i matematikken og se at matematikk er mer enn bare beregninger.

I Del 2 av eksamen er det viktig at kandidatene viser matematisk forståelse og kompetanse ved å analysere problemer, redegjøre for den løsningsmetoden som er brukt, og tolke, vurdere og presentere resultatene. Det finnes digitale verktøy som kan løse algebraiske problemer «trinn for trinn». Dette er en av flere grunner til å ikke kreve slike «trinn for trinn»-løsninger i Del 2 av eksamen. I forbindelse med vurderingen av eksamensbesvarelsen av Del 2 vil det være viktigere å gi uttelling for analysen, framgangsmåten og dokumentasjonen i problemløsningen enn for algebraiske «trinn for trinn»-løsninger. Algebraiske «trinn for trinn»-løsninger prøves i Del 1 av eksamen.

Oppgavene i Del 2 er formulert så presist som mulig, slik at selve problemet kommer klart fram. Disse oppgavene inneholder ikke lenger formuleringer som «Regn ut …» eller «Bestem ved regning …», men «Tegn …» eller «Bestem …» sammen med et eventuelt krav til hvilket digitalt verktøy som skal benyttes. Dersom en oppgave i Del 2 er merket med «GRAFTEGNER», skal kandidatene løse oppgaven «grafisk». Dersom en oppgave er merket med «REGNEARK», må kandidatene bruke regneark og løse oppgaven «algebraisk». Dersom en oppgave er merket med «DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM», må kandidatene bruke dynamisk geometriprogram for å tegne (der alle kommandoer i programmet er tillatt å bruke), eller konstruere dersom de ønsker det. Når en oppgave ikke er merket, må kandidatene selv avgjøre hvilken løsningsmetode og hvilket verktøy det er mest hensiktsmessig å bruke.

Ved bruk av digitale verktøy må den matematiske forståelsen dokumenteres. I en god besvarelse bør disse kravene være oppfylt:

1) Det matematiske problemet er tilstrekkelig analysert
Før selve problemløsningen bør kandidatene vurdere hvilke metoder det er hensiktsmessig å benytte. Resultatet av disse vurderingene kan være en løsningsmodell i form av en likning eller et likningssystem eller en funksjon. Kandidatene bør deretter vurdere løsningsmetoden med hensyn til det forventede antall løsninger til likningen/likningssystemet, definisjonsmengde for funksjonen.

2) Bruk av løsningsmetodene framgår tydelig av besvarelsen
Kandidatene bør beskrive de enkelte trinnene i løsningsprosessen med ord eller skisser som understøtter beregningene. I besvarelsen bør kandidatene ta med utfyllende kommentarer, slik at eventuelle regne- og inntastingsfeil ikke framstår som forståelsesfeil.

3) Resultatet er korrekt og formulert slik at sensor ikke er i tvil om hva som menes
Svaret på det matematiske problemet må ikke kunne leses eller tolkes feil, og kandidatene bør angi korrekt matematisk notasjon. I mange oppgaver er det naturlig å komme med en konklusjon som direkte svarer på spørsmålene i oppgaven. Det at resultatet skal være korrekt, er naturligvis en selvfølge. Mindre regnefeil bør ikke trekke mye ned, med mindre feilen fører til et usannsynlig resultat. Kandidatene bør derfor alltid vurdere de svarene og resultatene de får, og eventuelt kommentere disse ut fra forventet svar/resultat.

Når kandidatene skal tegne grafer i et koordinatsystem, forventes det at de som minimum tar med skala og navn på akser, og at de tegner grafen innenfor et fornuftig område eller i henhold til definisjonsmengden. Kandidatene kan fritt bruke kommandoer i programvaren for å analysere grafen, for eksempel finne skjæringspunkter eller topp- og bunnpunkter. Det er da viktig at kandidatene beskriver og kommenterer det de gjør.

Digitale verktøy har ofte sin egen notasjonsform. Det er naturligvis tillatt å bruke denne i problemløsningen dersom den matematiske tankegangen kommer klart fram. Men i konklusjonen bør kandidatene «oversette» notasjonen fra det digitale verktøyet og for eksempel skrive x^2 i stedet for x^2, $\sqrt{2}$ i stedet for sqrt(2) og så videre. I sensuren bør sensor likevel være raus dersom kandidatene har brukt notasjonen fra de digitale verktøyene.

Nedenfor gir vi noen eksempler på hvilke krav til framgangsmåte og dokumentasjon av løsningene som stilles til eksamenskandidatene når de skal løse oppgaver i Del 2 av eksamen. Vi har gitt kommentarer i klammeparentes [...].

Løsningene nedenfor er eksempler på hvordan løsningene av oppgavene *kan* dokumenteres, og er ikke en entydig tolkning av begrepet «dokumentasjon».

Oppgave 1 **REGNEARK**

Synne skal kjøpe seg ny motorsykkel og får et serielån i banken. Lånebeløpet er 200 000 kroner. Hun betaler ned lånet med én termin per år i 10 år. Renten er 8 % per år. Nedenfor ser du begynnelsen på betalingsplanen fra banken.

	A	B	C	D	E
1	Lånebeløp (i kroner)	200000			
2	Rente per år	8 %			
3	Antall terminer (år)	10			
4	Avdrag per termin	20000			
5					
6	**Termin**	**Restlån**	**Rentebeløp**	**Avdrag**	**Terminbeløp**
7	1	200000	16000	20000	36000
8	2				
9	3				
10	4				
11	5				
12	6				
13	7				
14	8				
15	9				
16	10				
17	Sum				

a) Fullfør betalingsplanen. Summer også rente, avdrag og terminbeløp.

Synne vurderer økonomien sin til å være så god at hun kan betale større avdrag for hver termin. Hun kontakter banken og sier at hun ønsker å betale 25 000 kroner i avdrag hver termin.
Ta utskrift av regnearket.

b) Endre avdraget i betalingsplanen. Hvor mange terminer bruker hun nå på å nedbetale lånet? Hvor mye sparer hun totalt på renteinnbetalingen ved å øke terminbeløpet?

Løsningsforslag Oppgave 1

Digitale verktøy: *Excel 2010*

a) Fullfør betalingsplanen. Bruk formler, cellereferanser og absolutte cellereferanser, slik at det er lett å kopiere formler nedover i radene. Regnearket skal være mest mulig dynamisk.

	A	B	C	D	E
1	Lånebeløp (i kroner)	200000			
2	Rente per år	8 %			
3	Antall terminer (år)	10			
4	Avdrag pr. termin	20000			
5					
6	**Termin**	**Restlån**	**Rentebeløp**	**Avdrag**	**Terminbeløp**
7	1	200000	16000	20000	36000
8	2	180000	14400	20000	34400
9	3	160000	12800	20000	32800
10	4	140000	11200	20000	31200
11	5	120000	9600	20000	29600
12	6	100000	8000	20000	28000
13	7	80000	6400	20000	26400
14	8	60000	4800	20000	24800
15	9	40000	3200	20000	23200
16	10	20000	1600	20000	21600
17	Sum		88000	200000	288000

Formelutskrift:

	A	B	C	D	E
1	Lånebeløp (i kroner)	200000			
2	Rente per år	0,08			
3	Antall terminer (år)	10			
4	Avdrag pr. termin	20000			
5					
6	**Termin**	**Restlån**	**Rentebeløp**	**Avdrag**	**Terminbeløp**
7	1	=B1	=B7*$B$2	=$B$4	=C7+D7
8	2	=B7-D7	=B8*$B$2	=$B$4	=C8+D8
9	3	=B8-D8	=B9*$B$2	=$B$4	=C9+D9
10	4	=B9-D9	=B10*$B$2	=$B$4	=C10+D10
11	5	=B10-D10	=B11*$B$2	=$B$4	=C11+D11
12	6	=B11-D11	=B12*$B$2	=$B$4	=C12+D12
13	7	=B12-D12	=B13*$B$2	=$B$4	=C13+D13
14	8	=B13-D13	=B14*$B$2	=$B$4	=C14+D14
15	9	=B14-D14	=B15*$B$2	=$B$4	=C15+D15
16	10	=B15-D15	=B16*$B$2	=$B$4	=C16+D16
17	Sum		=SUMMER(C7:C16)	=SUMMER(D7:D16)	=SUMMER(E7:E16)

b) Siden vi har laget et dynamisk regneark, endrer vi avdragsbeløpet i regnearket til 25 000, tar bort overflødige rader og tar en ny utskrift:

	A	B	C	D	E
1	Lånebeløp (i kroner)	200000			
2	Rente per år	8 %			
3	Antall terminer (år)	10			
4	Avdrag pr. termin	25000			
5					
6	**Termin**	**Restlån**	**Rentebeløp**	**Avdrag**	**Terminbeløp**
7	1	200000	16000	25000	41000
8	2	175000	14000	25000	39000
9	3	150000	12000	25000	37000
10	4	125000	10000	25000	35000
11	5	100000	8000	25000	33000
12	6	75000	6000	25000	31000
13	7	50000	4000	25000	29000
14	8	25000	2000	25000	27000
15	9				
16	10				
17	Sum		72000	200000	272000

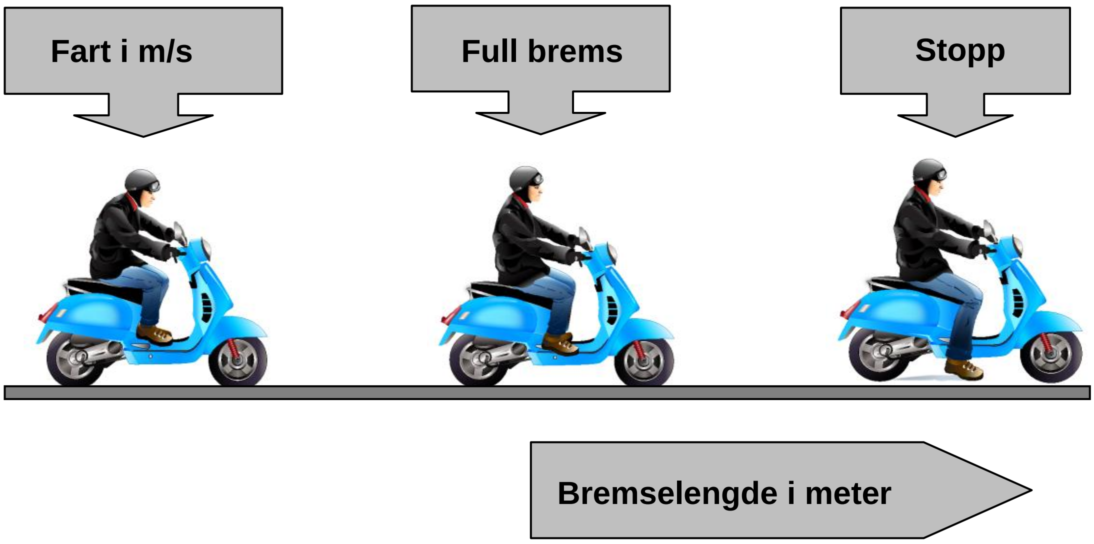
Rentebesparelse: 88 000-72 000= 16 000

<u>Hun sparer 16 000 kroner i rente på å øke avdragene og dermed redusere antall terminer.</u>

Oppgave 2

GRAFTEGNER

En scooter kjører med en viss fart. Så bremser føreren maksimalt til scooteren står stille. I løpet av oppbremsingen beveger scooteren seg. Dette kaller vi bremselengden.



For en bestemt scooter kan sammenhengen mellom farten x og bremselengden B beskrives med funksjonen

$$B(x) = 0{,}125x^2$$

a) Tegn grafen til funksjonen B for $0 \leq x \leq 12$

b) Bestem farten på scooteren når bremselengden er 10,0 m.

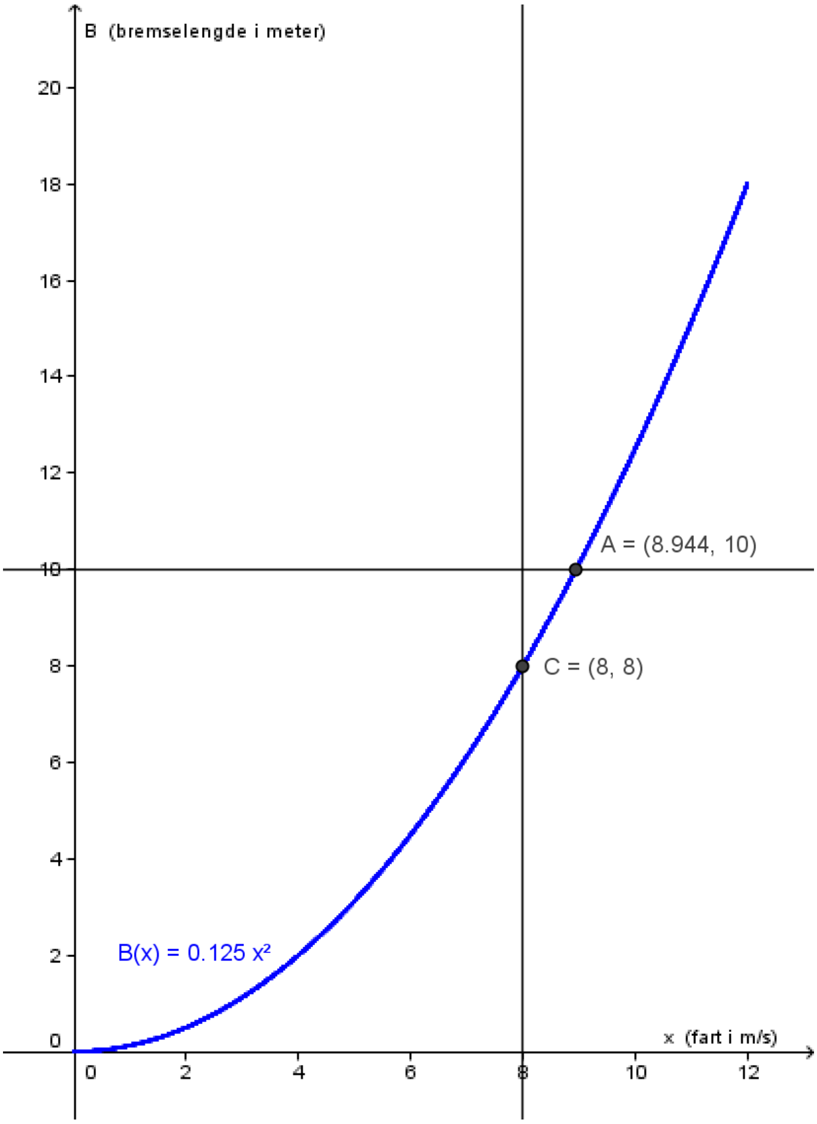
c) Bestem bremselengden for scooteren når farten er 8,0 m/s.

Løsningsforslag, Oppgave 2

Digitale verktøy: *GeoGebra*

a) Grafen til funksjonen $B(x) = 0{,}125x^2$

Det er et krav til *skala* og *navn* på aksene i koordinatsystemet, og at *grafen* framkommer for x-verdier fra 0 til 12 som nedenfor. Vi skriver inn «B(x)=Funksjon[0.125*x^2,0,12]».



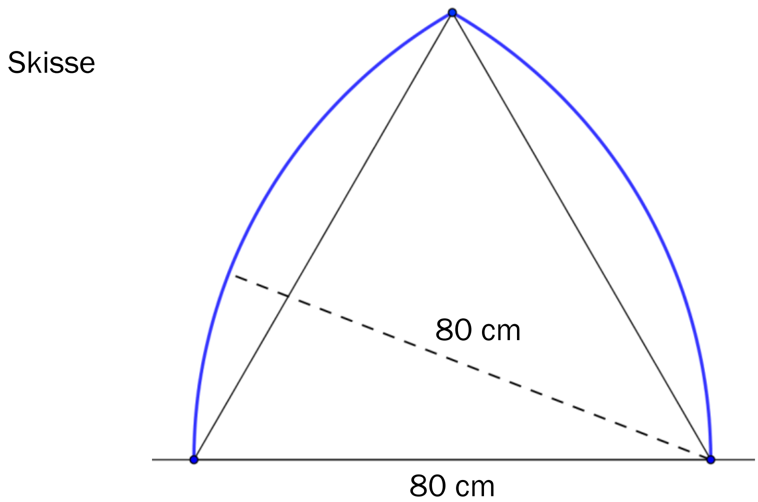
b) Av verdiene for skjæringspunktet A mellom grafen til y og linjen $y = 10$ ser vi at når bremselengden er 10,0 m, så er farten 8,9 m/s. Vi bruker her kommandoen «Skjæring mellom to objekt».

c) Av verdien for skjæringspunktet C mellom grafen til y og linjen $x = 8$ ser vi at når farten er 8 m/s, er bremselengden 8 m. Vi bruker her kommandoen «Skjæring mellom to objekt».

Oppgave 3

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Nedenfor ser du en likesidet trekant med såkalte «gotiske buer».



a) Tegn figuren ovenfor i målestokk 1 : 10.

b) Bestem arealet av figuren du har tegnet.

Løsningsforslag, Oppgave 3

Digitale verktøy: *GeoGebra*

[Når dynamisk geometriprogram brukes til å **tegne** figurer, godtas all bruk av programmets funksjoner og menyvalg, deriblant menyer for vinkelhalveringer, paralleller, sirkelbuer, normaler, og så videre.]

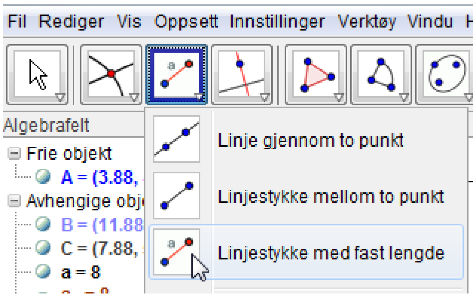
[Det er et krav til å forklare hvordan man tenker og vil løse problemet, men det er ikke nødvendig å ta med alle mellomregninger.]

[Det er også et krav at kandidatene legger ved en «konstruksjonsforklaring» eller en liknende forklaring for hva de har gjort i programvaren.]

a) Tegning av figur med gotiske buer:

Figuren skal tegnes i målestokk 1 : 10. Siden i den likesidede trekanten er derfor 8 cm.

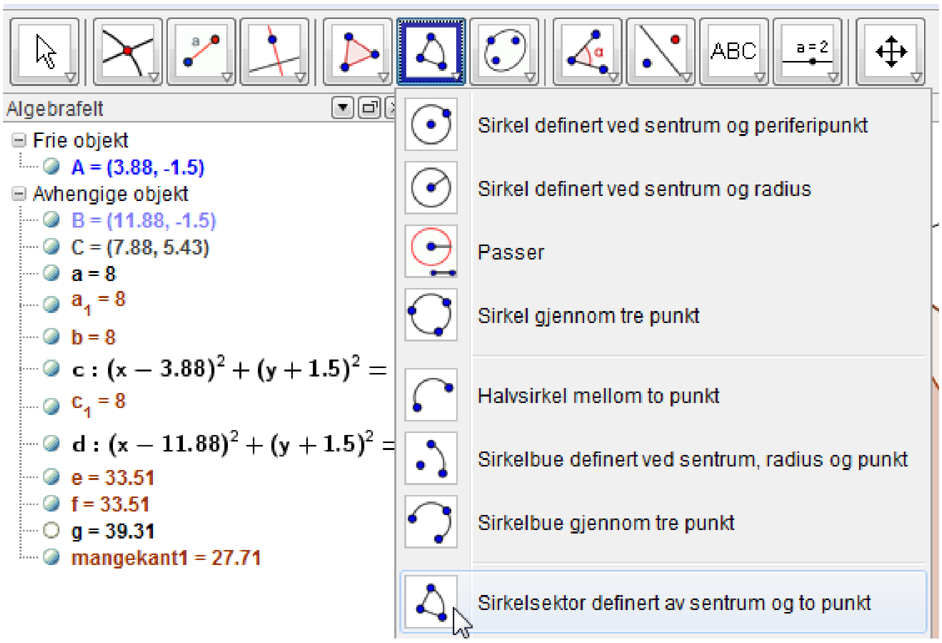
- Avsetter AB=8 ved å bruke verktøyet «Linjestykke med fast lengde». Sett på «verdi» for at lengden til linjestykket skal vises på figuren.



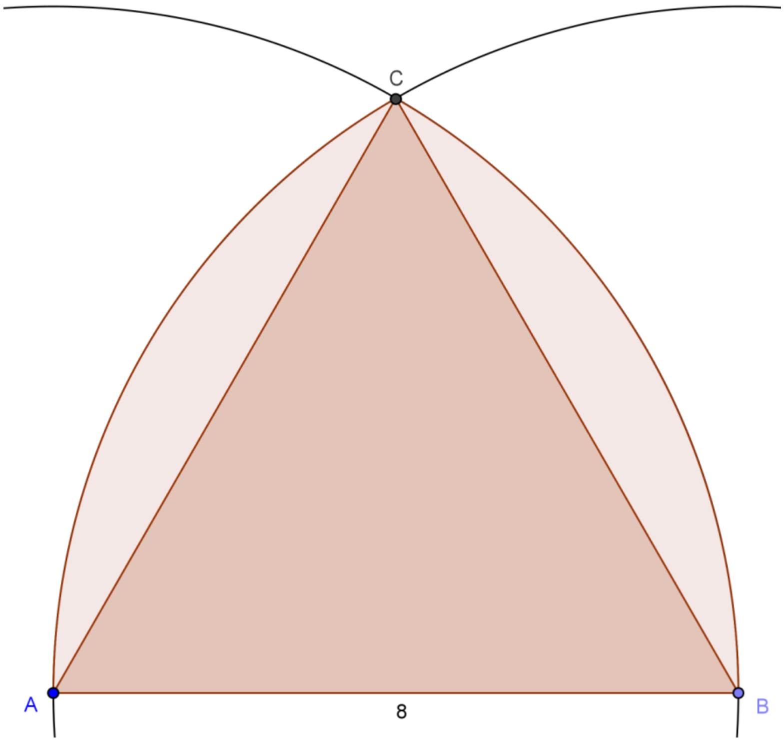
- Tegner to sirkler med sentrum i *A* og *B* og med radius = 8.

- Avsetter skjæringspunkt, *C*, til sirklene.

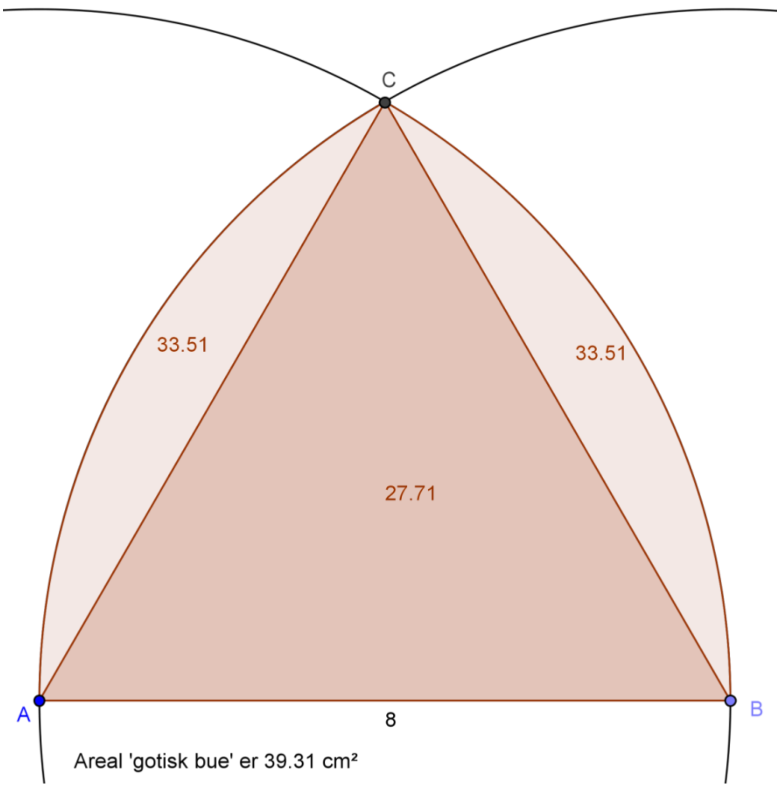
- Tegner sirkelsektorene e og f med verktøyet «Sirkelsektor definert av sentrum og to punkt».



- Tegn «Mangekant» ABC. ($\triangle ABC$)



b) Areal av figur:



Konstruksjonsforklaring til både a) og b):

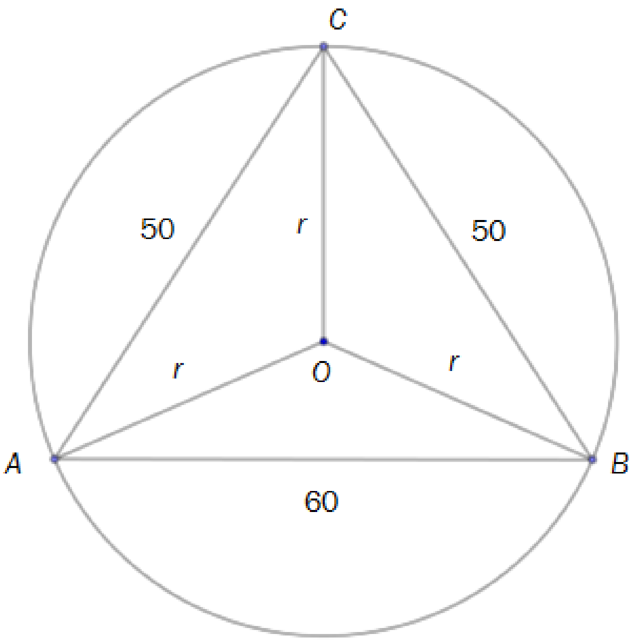
Nr.	Navn	Definisjon	Verdi
1	Punkt A		A = (3.88, -1.5)
2	Punkt B	Punkt på Sirkel[A, 8]	B = (11.88, -1.5)
3	Linjestykke a	Linjestykke [A, B]	a = 8
4	Sirkel c	Sirkel med sentrum i A og radius a	c: $(x - 3.88)^2 + (y + 1.5)^2 = 64$
5	Sirkel d	Sirkel med sentrum i B og radius a	d: $(x - 11.88)^2 + (y + 1.5)^2 = 64$
6	Punkt C	Skjæringspunkt mellom c,d	C = (7.88, 5.43)
7	Sektor e	Sirkelsektor[B, C, A]	e = 33.51
8	Sektor f	Sirkelsektor[A, B, C]	f = 33.51
9	Trekant mangekant1	Mangekant A, B, C	mangekant1 = 27.71
9	Linjestykke c_1	Linjestykke [A, B] av Trekant mangekant1	$c_1 = 8$
9	Linjestykke a_1	Linjestykke [B, C] av Trekant mangekant1	$a_1 = 8$
9	Linjestykke b	Linjestykke [C, A] av Trekant mangekant1	b = 8
10	Tall g	e + f - mangekant1	g = 39.31
11	Tekst tekst1	"Arealet av 'gotisk bue' er " + g + " cm²."	"Arealet av 'gotisk bue' er 39.31 cm²."

Ser i rad 10 på konstruksjonsforklaringen at jeg legger sammen arealene til sirkelsektorene e og f. Trekker fra arealet av der sektorene ligger oppå hverandre, altså trekanten «mangekant1». Da sitter jeg igjen med arealet til den gotiske buen.

Oppgave 4

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Skisse



Kilde: Joseph, George G., *The Crest of the Peacock, Non-European Roots of Mathematics*, Penguin Books, 1994, 118-119

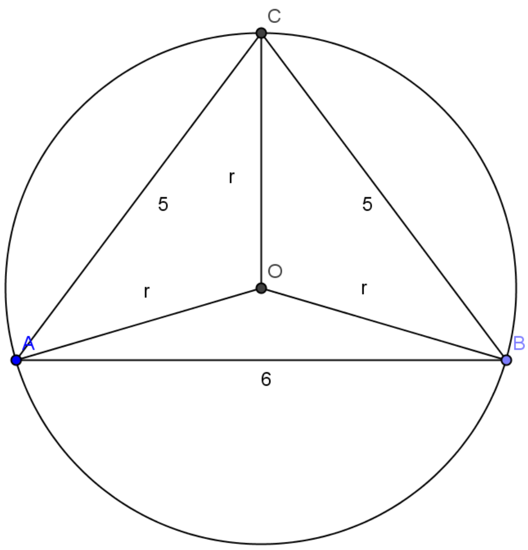
Figuren ovenfor er fra en leirtavle fra Mesopotamia (ca. 1 700 f.Kr.).

Sett målene ovenfor til millimeter, og tegn figuren.

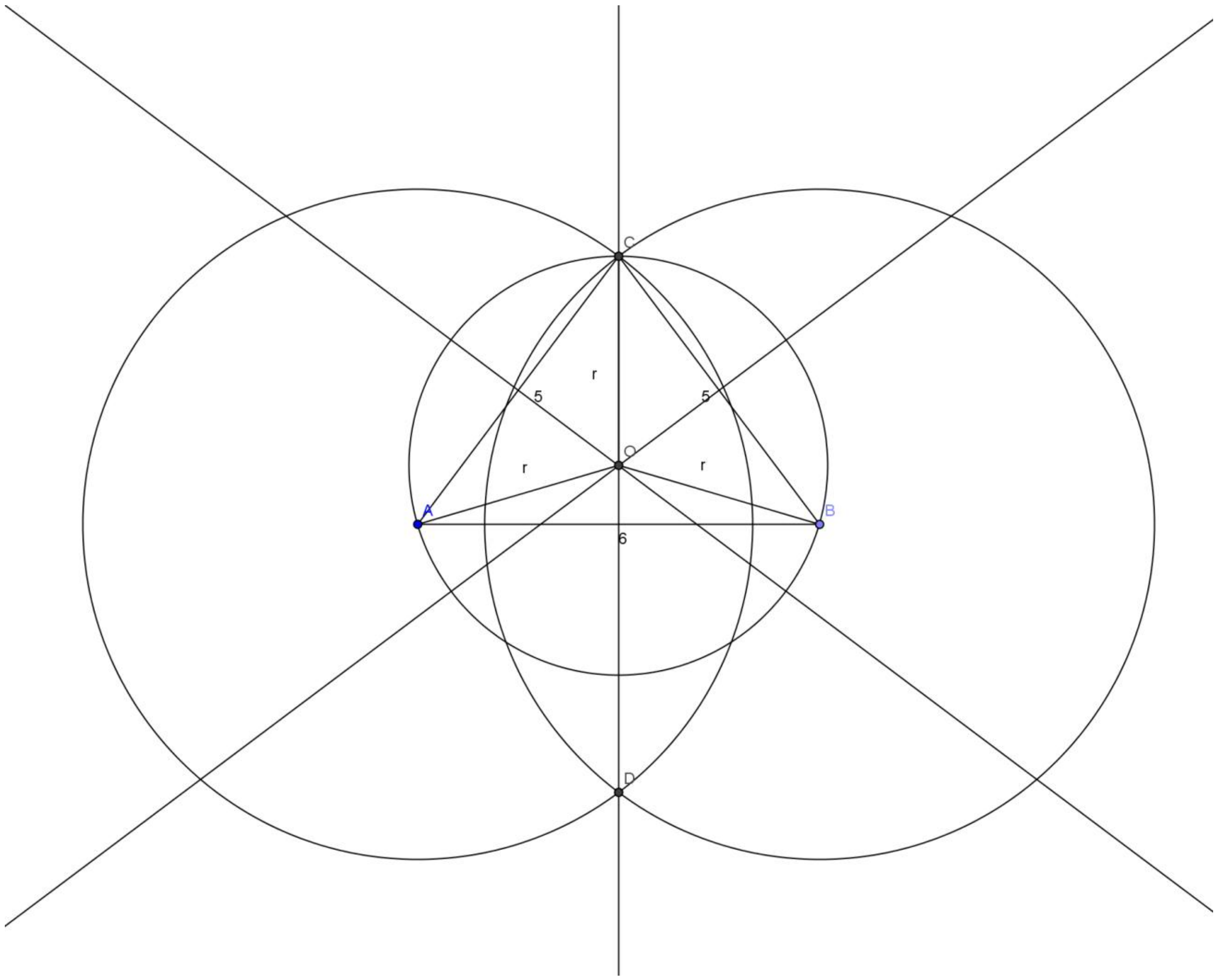
Løsningsforslag, Oppgave 4

Digitale verktøy: *GeoGebra*

Ferdig figur:



Figur med støttelinjer og sirkler:



Konstruksjonsforklaring:

Nr.	Navn	Definisjon	Verdi	Objekttekst
1	Punkt A		A = (2.86, 3.72)	
2	Punkt B	Punkt på Sirkel[A, 6]	B = (8.86, 3.72)	
3	Linjestykke a	Linjestykke [A, B]	a = 6	
4	Sirkel c	Sirkel med sentrum i A og radius 5	c: $(x - 2.86)^2 + (y - 3.72)^2 = 25$	
5	Sirkel d	Sirkel med sentrum i B og radius 5	d: $(x - 8.86)^2 + (y - 3.72)^2 = 25$	
6	Punkt C	Skjæringspunkt mellom c,d	C = (5.86, 7.72)	
6	Punkt D	Skjæringspunkt mellom c,d	D = (5.86, -0.28)	
7	Linjestykke b	Linjestykke [A, C]	b = 5	
8	Linjestykke e	Linjestykke [C, B]	e = 5	
9	Linje f	Midtnormal ut fra A,C	f: -3x - 4y = -35.96	
10	Linje g	Midtnormal ut fra C,B	g: -3x + 4y = 0.8	
11	Linje h	Midtnormal ut fra B,A	h: x = 5.86	
12	Punkt O	Skjæringspunkt mellom h,f	O = (5.86, 4.6)	
13	Linjestykke i	Linjestykke [A, O]	i = 3.13	
14	Linjestykke j	Linjestykke [O, B]	j = 3.13	
15	Linjestykke k	Linjestykke [O, C]	k = 3.13	
16	Tekst tekst1		"r"	
17	Tekst tekst2		"r"	
18	Tekst tekst3		"r"	
19	Sirkel p	Sirkel gjennom B med sentrum i O	p: $(x - 5.86)^2 + (y - 4.6)^2 = 9.77$	

8. Eksempler på andre typer oppgaver etter ny modell

Del 1

Oppgave 1

Det er totalt 9 jenter i en klasse. Sannsynligheten for å trekke en jente fra klassen tilfeldig er 75 %.

Hvor mange elever er det i klassen? Svar: ____________ elever

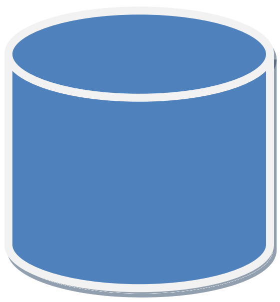
Oppgave 2

Det er totalt 9 jenter i en klasse. Sannsynligheten for å trekke en jente fra klassen tilfeldig er 75 %.

Hvor mange gutter er det i klassen? Svar: ____________ gutter

Oppgave 3

I en rett sylinder er radius $r = 2{,}0 \text{ m}$ og høyden $h = 4{,}0 \text{ m}$



Omkretsen av sylinderens bunn er ______ $\cdot\ \pi$ m

Grunnflaten i sylinderen er ______ $\cdot\ \pi$ m^2

Volumet av sylinderen er ______ $\cdot\ \pi$ m^3

Oppgave 4

I en klasse er det totalt 12 jenter og 8 gutter.

Hvor mange flere jenter må begynne i klassen dersom det skal bli 75 % sannsynlighet for å trekke en jente fra klassen tilfeldig?

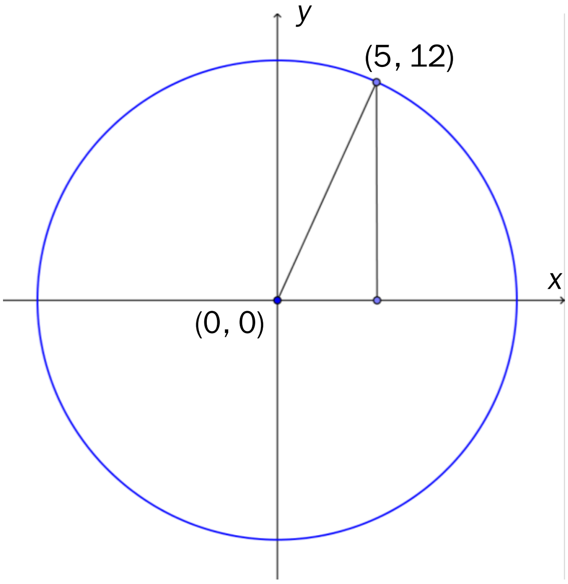
Svar: __________ flere jenter

Oppgave 5

Skriv navnet på det som mangler i forholdet: $\pi = \dfrac{\boxed{\phantom{\text{Diameter}}}}{\text{Diameter}}$

Oppgave 6

Punktet (5, 12) ligger på en sirkel med sentrum i origo (0, 0). Regn ut lengden av radius i sirkelen.

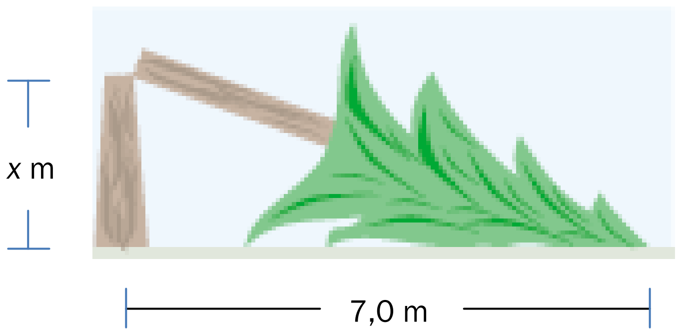


Løs oppgave 6 her:

Oppgave 7

Nedenfor ser du et tre som er knekt. Før treet knakk, var det 9,0 m høyt.

Hvor høyt opp på stammen knakk treet?



Løs oppgave 7 her:

Oppgave 8

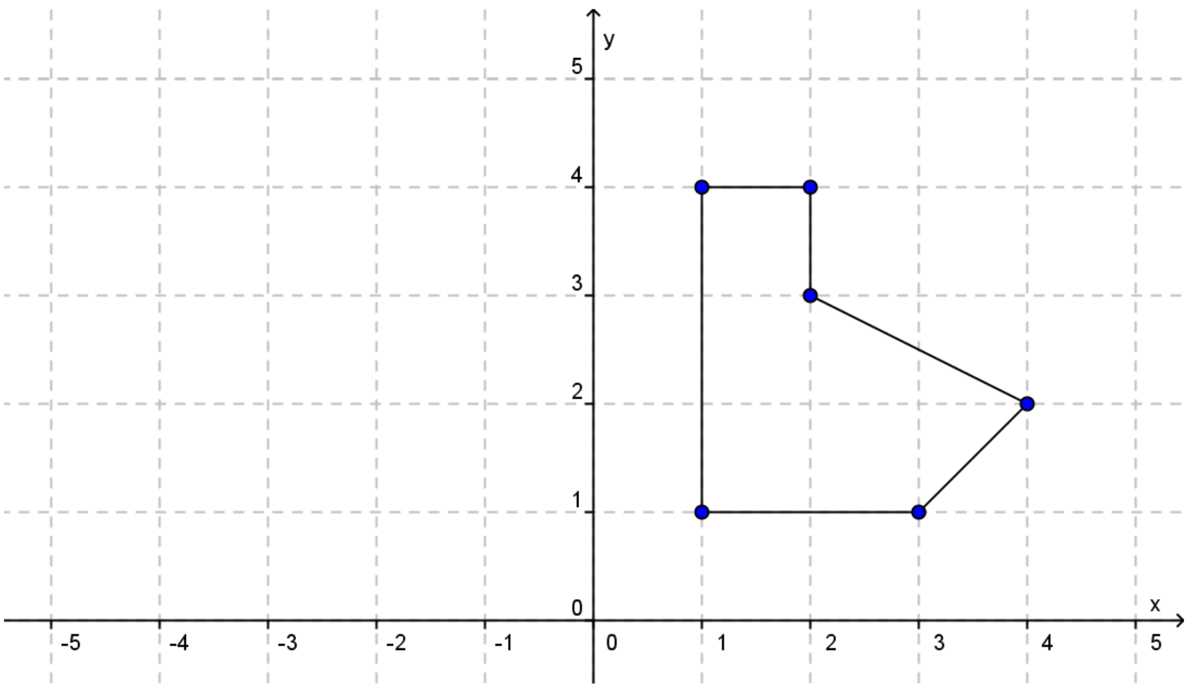
Nedenfor ser du maleriet «Nysnø i alleen» (1906) av Edvard Munch.

Tegn inn perspektivlinjer på bildet og finn forsvinningspunktet. Tegn også horisontlinjen.

Kilde: kulturkalender.origo.no (24.02.2012)

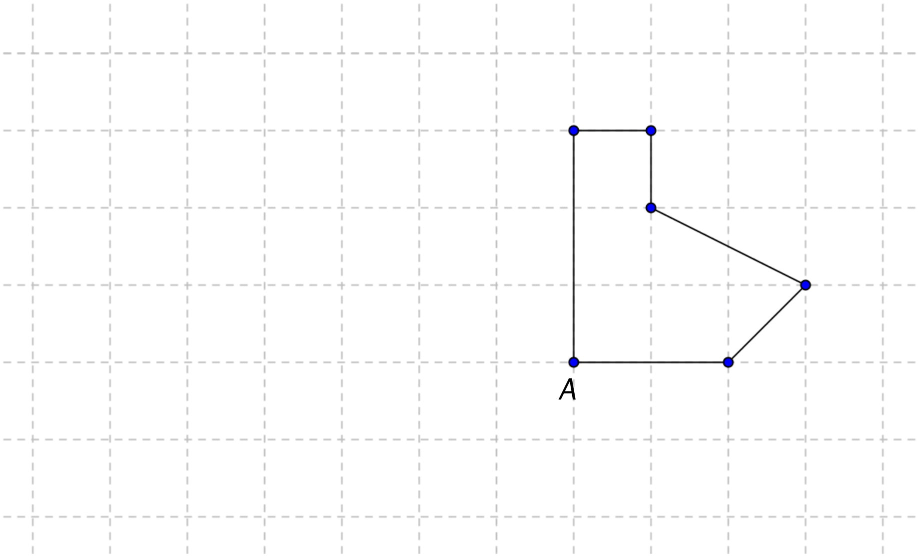
Oppgave 9

Speil figuren nedenfor om *y*-aksen.



Oppgave 10

Roter figuren nedenfor 90° (mot klokken) om punktet A.



Oppgave 11

En bil har en bensintank på 60,0 L. Bilen bruker 0,82 L bensin per mil. Skriv en funksjon som forteller hvor mange liter bensin (L) som er igjen på tanken etter at bilen har kjørt x mil.

Svar: $L(x) =$ ______________________

Oppgave 12

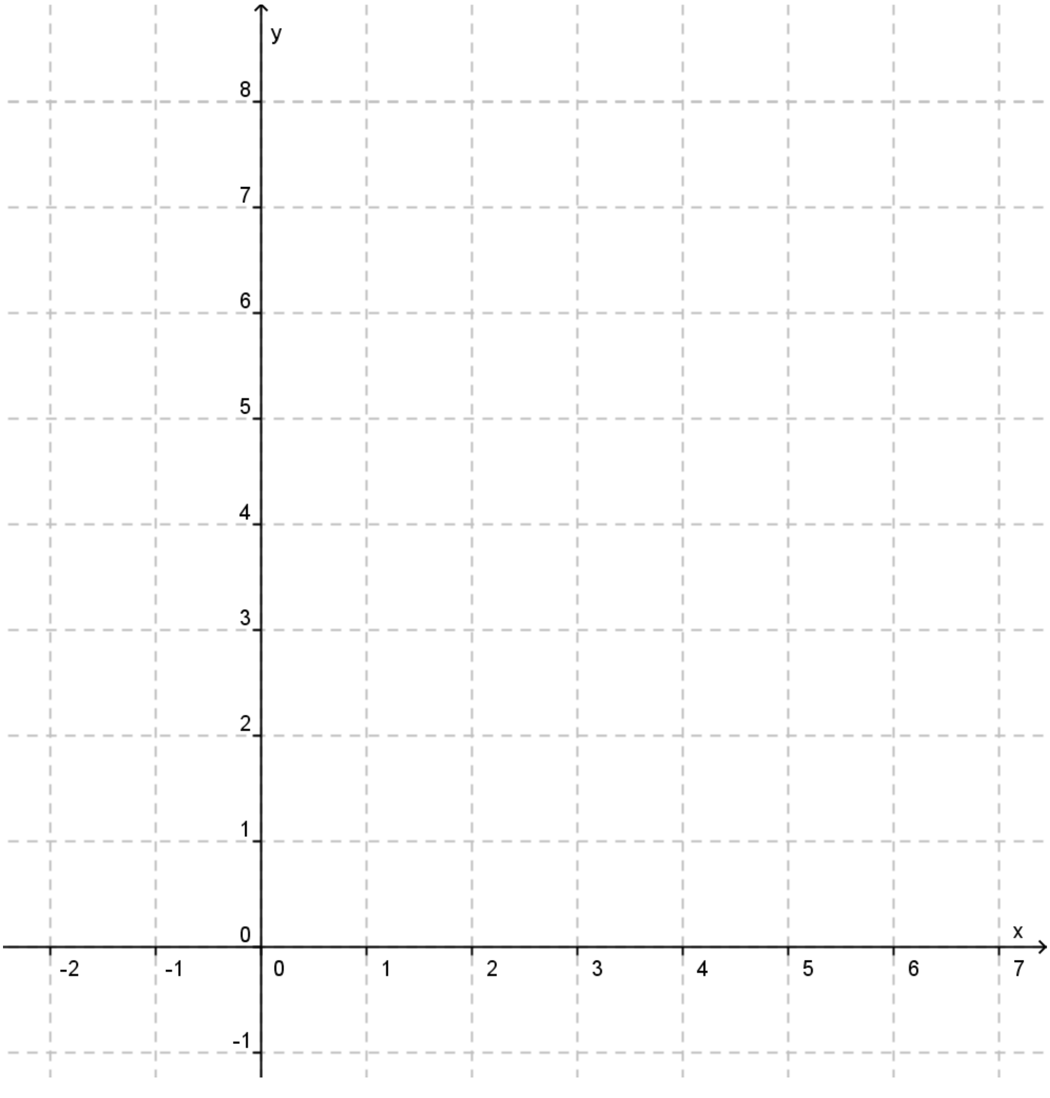
Beskriv utfallsrommet for et kast med to ulike mynter (med utfallene «kron» og «mynt»).

Løs oppgave 12 her:

Oppgave 13

Bruk verditabellen nedenfor til å tegne grafen, og finn en funksjon som passer til verditabellen:

x	1	2	3
y	3	5	7



$y =$ ____________________

Oppgave 14

Anniken har til sammen 80 topper, bukser og gensere. Hun har tre ganger så mange topper som bukser. Hun har fem gensere mer enn hun har bukser.

Hvor mange topper, hvor mange bukser og hvor mange gensere har Anniken?

Løs oppgave 14 her:

Oppgave 15

Formelen for kroppsmasseindeks (BMI) for en person er gitt ved

$$\mathrm{BMI} = \frac{m}{h^2}$$

m er massen målt i kilogram, og h er høyden målt i meter.

Gjør overslag, og regn ut BMI for Tommy, som er 197 cm høy og veier 97 kg.

Svar: BMI for Tommy er __________

Oppgave 16

Beskriv utfallsrommet for kast med to ulike terninger:

Løs oppgave 16 her:

Oppgave 17

Løs ulikheten

$$-x+2(x-2)>4+3x$$

Løs oppgave 17 her:

Oppgave 18

Nedenfor ser du de 20 første naturlige tallene. Sett ring rundt alle primtallene.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Oppgave 19

På et kart 1 med målestokk 1 : 1000 er avstanden mellom to byer 3 cm.

På et kart 2 er avstanden mellom de samme byene 6 cm.

Hvilken målestokk har kart 2?

Svar: **1 :** ____________________

Oppgave 20

Bjørn og Vegar jobber på et bilvaskeri og har samme timelønn. En dag jobber Bjørn fra kl. 11.00 til kl. 14.30, mens Vegar jobber fra kl. 15.00 til kl. 20.00. Etter arbeidsdagen får de til sammen utbetalt 765,00 kroner.

a) Hva er timelønnen på bilvaskeriet? Svar: ______________ kroner

b) Hvor mye får hver av dem? Svar: ______________ kroner

Oppgave 21

Skriv tallene nedenfor på en annen måte:

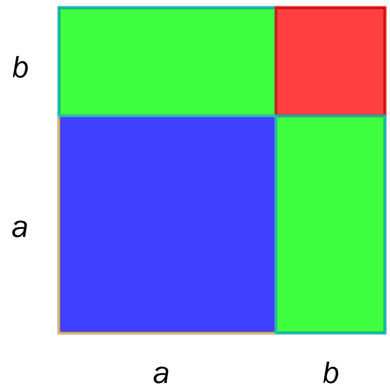
a) $0{,}04 =$ __________ %

b) 450 000 000 = __________ (standardform)

c) $\frac{30}{10000} =$ __________ ‰

d) $0{,}04 =$ __________ (brøk)

Oppgave 22



a) Skriv et uttrykk for arealet til det blå kvadratet: ______________________________

b) Skriv et uttrykk for summen av arealet til de grønne rektanglene: __________________

c) Skriv et uttrykk for hele kvadratet: ____

Oppgave 23

Omtrent hvor mange prosent rabatt får du på ryggsekken?

- ca. 20 %
- ca. 40 %
- ca. 60 %
- ca. 80 %

Kilde: http://www.vg.no/nyheter/innenriks/artikkel.php?artid=10094238 (23.05.2011)

Oppgave 24

Vi kan finne såkalte *pytagoreiske primtall* med formelen

$$p = 4n + 1 \qquad \text{der} \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$$

Regn ut de fire første pytagoreiske primtallene. Vis at 53 er et pytagoreisk primtall, og at 43 ikke er et pytagoreisk primtall.

Løs oppgave 24 her:

Oppgave 25

Tallet 6 kalles et *perfekt tall* fordi summen av divisorene til tallet 6 er lik tallet selv. Det vi si at

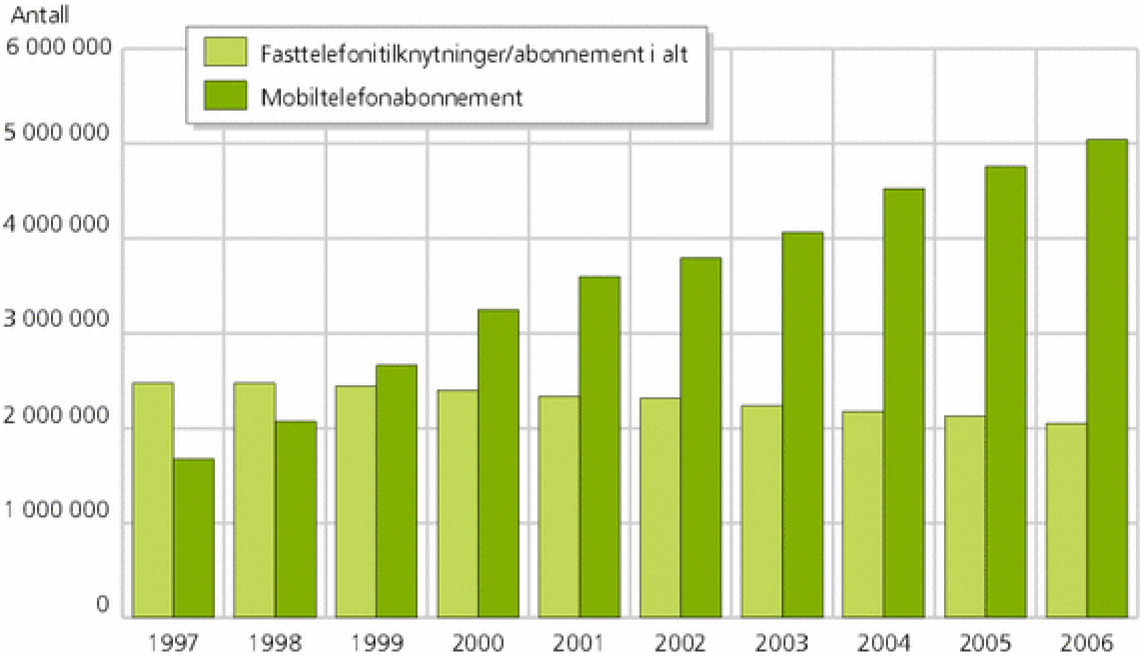
$$1 + 2 + 3 = 6$$

Tallet 28 er også et perfekt tall fordi

_____ + _____ + ______ + ______ + ______ = 28

Oppgave 26

Bruk diagrammet nedenfor, og svar på spørsmålene.



Kilde: www.ssb.no/aarbok/2007/fig/fig-442.html (02.08.2009)

a) I hvilket år ble antall mobilabonnementer større enn antall fasttelefon-abonnementer i Norge?

Svar: ________________

b) I hvilket år var det mer enn 100 % flere mobilabonnementer enn fasttelefoni-abonnementer i Norge?

Svar; ________________

Oppgave 27

En sirkel har radius 2,0 m. En annen, større sirkel har fire ganger så stort areal som den mindre sirkelen.

Bestem radius i den store sirkelen.

Svar: ________________ m

Oppgave 28

Sondre skal gjerde inn et område til hunden sin. Han har en rull med 16,0 m netting.

Gjør beregninger, og finn ut om området må ha form som et kvadrat eller som en sirkel for at hunden skal få størst mulig areal å bevege seg på.

Kilde: http://www.grene.com/shop/action/category_16000_-16_44435_44614_44443 (22.12.2010)

Løs oppgave 28 her:

Oppgave 29

Per:
Mitt mobilabonnement har en fast kostnad per måned. I tillegg betaler jeg for hvert ringeminutt.

Kari:
Jeg kjøper av og til epler på torget. Jo flere kilo jeg kjøper, jo mer må jeg betale.

Grete:
Vi skal kjøpe en gave til læreren vår. Jo flere som blir med og spleiser på gaven, jo billigere blir det for hver enkelt av oss.

Tre elever kommer med hvert sitt utsagn. Se boblene ovenfor.

Hvilket utsagn beskriver størrelser som er

- proporsjonale
- omvendt proporsjonale
- ingen av delene

Løs oppgave 29 her:

Del 1 Ekstraoppgaver (uten regneruter)

Oppgave 30

Faktoriser og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2a^2+a}{3}\cdot\frac{6a}{6a+3}$$

Oppgave 31

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{1}{4a}-\frac{(2a-1)^2}{4a}+1$$

Oppgave 32

Skriv så enkelt som mulig

$$3a(a-4)-(2a+3)(a-1)-4$$

Oppgave 33

Løs likningen

$$\frac{1-2x}{6}-\frac{3(2-x)}{9}-\frac{1-x}{2}=1$$

Oppgave 34

Skriv så enkelt som mulig og faktoriser

$$4(2x-y)^2-(x-4y)(2x-y)$$

Oppgave 35

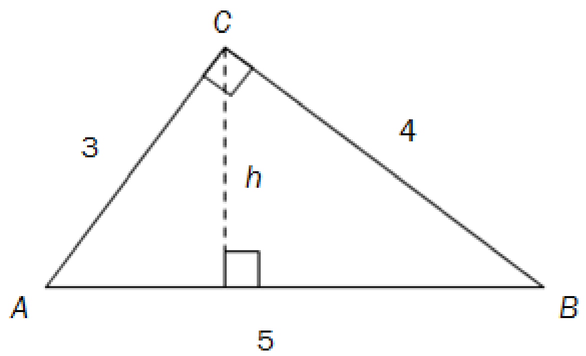
Skriv så enkelt som mulig

a) $3a-(2b+a)-b$

b) $4a^2-2(a+1)(2a-3)$

c) $\frac{a}{3b}-\frac{b}{2a}-\frac{3a-2b}{4a}-\frac{a}{12b}+2$

Oppgave 36



Gitt ΔABC ovenfor. $AB=5$, $AC=3$ og $BC=4$.

Bestem høyden h ved regning.

Oppgave 37

Løs ulikheten

$$4a^2+4a-7>(2a-1)^2$$

Oppgave 38

Formelen for overflaten O av en kjegle med radius r og høyde h kan skrives slik

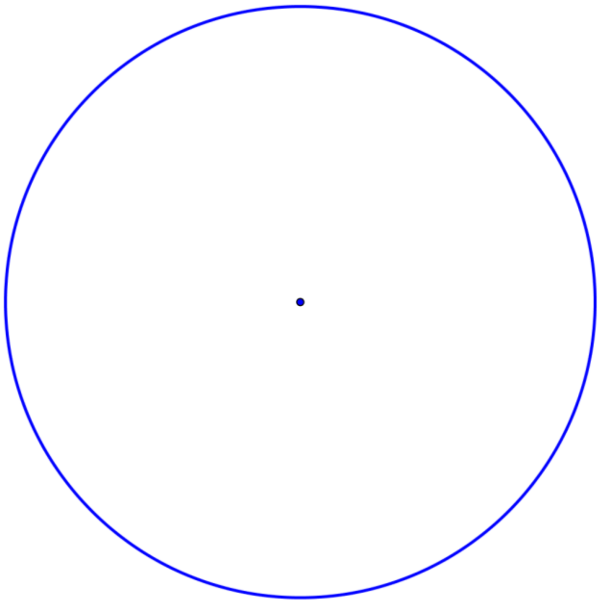
$$O=\pi r(r+\sqrt{h^2+r^2})$$

Vis at overflaten av en kjegle som har radius 3 og høyde 4, er 24π.

Oppgave 39

Ni personer ble spurt om hvilken sport de hadde som fritidsaktivitet. Fyll ut tabellen nedenfor, og lag et sektordiagram som viser fordelingen av fritidsaktivitetene.

Sport	Antall personer	Antall grader
Fotball	4	
Håndball	3	
Volleyball	1	
Ingen	1	



Oppgave 40

Løs ulikhetene

a) $3x-3>9+x$

b) $\frac{3x}{5}-1>x+\frac{7}{5}$

Oppgave 41

En sylinder har radius 2,0 m og høyde 2,5 m. En kube har side 3,0 m.

Bestem hvilket romlegeme som har størst volum.

Oppgave 42

Løs likningssettet grafisk

$$\begin{bmatrix} y = 2x + 1 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{bmatrix}$$

Oppgave 43

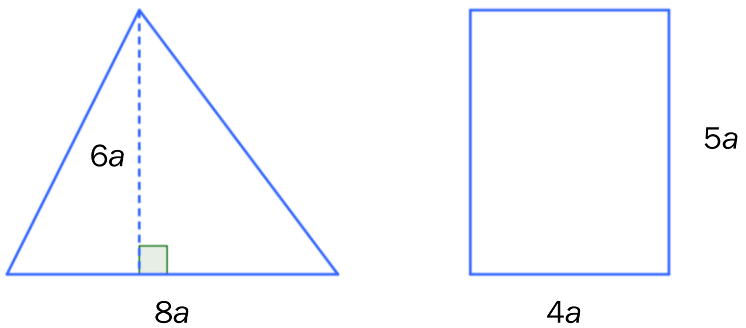
x og y er to positive, hele tall.

Vi har at $x^y = y^x$ når $x \neq y$ og $0 \leq x \leq 5$ og $0 \leq y \leq 5$

Forsøk ved prøving og feiling å bestemme hvilke tall x og y er.

Oppgave 44

Nedenfor ser du skisser av en trekant og et rektangel.
Summen av arealene av trekanten og rektangelet er 396 m^2.



Regn ut lengden av a.

Oppgave 45

En huseier har to lån på til sammen 750 000 kroner. Hun betaler i alt 39 000 kroner i renter for ett år.

Det ene lånet (x kroner) har en rente på 5 % p.a.

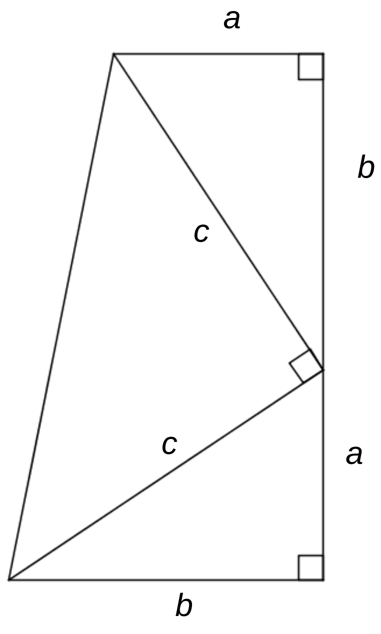
Det andre lånet (y kroner) har en rente på 7 % p.a.

Sett opp et likningssett, og bestem størrelsen på hvert av de to lånene.

Oppgave 46

Den tidligere amerikanske presidenten James A. Garfield (1831–1881) er kjent for å ha vist en berømt matematisk setning.

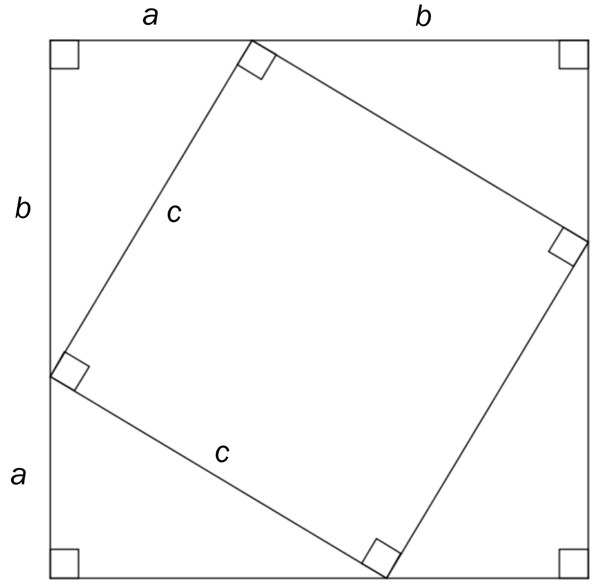
Garfield tok utgangspunkt i trapeset nedenfor. Trapeset er delt opp i tre trekanter som alle er rettvinklede.



Bestem arealet av trapeset på to ulike måter. Sett de to uttrykkene for arealene lik hverandre, og skriv så enkelt som mulig. Hva oppdager du?

Oppgave 47

Et mindre kvadrat med side c er innskrevet i et større kvadrat med side $a+b$. Se figuren nedenfor.



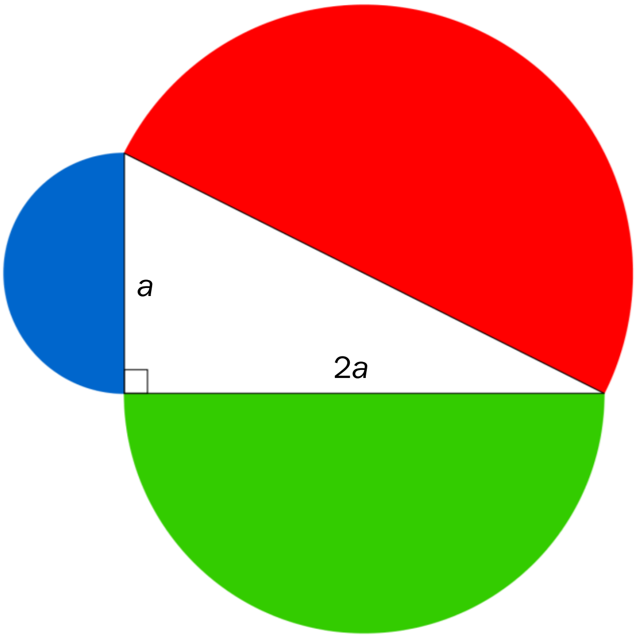
Bestem arealet av det store kvadratet på to forskjellige måter. Sett disse to uttrykkene for arealene lik hverandre, og skriv så enkelt som mulig.

Hva oppdager du?

Oppgave 48

Bestem arealet av den røde, den grønne og den blå halvsirkelen nedenfor.

Oppdager du en sammenheng mellom disse arealene?



Kilde:: //newspaper.li/pythagoras/ (24.03.2012)

Del 2

Oppgave 1

GRAFTEGNER

Kilde: Utdanningsdirektoratet

I denne oppgaven skal vi se på hvor mye det koster å lage en kopp kaffe med tre ulike typer kaffemaskiner.

Kaffemaskin 1	Kaffemaskin 2	Kaffemaskin 3
Pris: 1500,00 kroner	Pris: 700,00 kroner	Pris: 9000,00 kroner
Driftsutgifter per kopp: 2,71 kroner	Driftsutgifter per kopp: 3,12 kroner	Driftsutgifter per kopp: 1,27 kroner

Vi skal lage en funksjon for hver kaffemaskin som viser totale utgifter y når vi lager x kopper kaffe.

a) Forklar at $f(x) = 2{,}71x + 1500$ er en funksjon som viser de totale utgiftene for kaffemaskin 1 når vi lager x kopper kaffe.

b) Lag tilsvarende funksjoner for kaffemaskin 2 og kaffemaskin 3, og tegn alle tre grafene til funksjonene. Bruk at $0 \leq x \leq 10\,000$.

c) Bestem hvor mange kopper vi må lage for at det skal lønne seg å kjøpe henholdsvis kaffemaskin 1, kaffemaskin 2 og kaffemaskin 3.

Oppgave 2

Kilde: Utdanningsdirektoratet

Bildet ovenfor viser en sylinderformet lagertank for dieselolje. Omkretsen til tanken er 48,0 m. Personen på bildet er 184,0 cm høy.

a) Omtrent hvor høy er tanken?

b) Omtrent hvor stort volum har tanken?

Tanken skal males utvendig. Det beregnes 1 L maling til 10,0 m^2.

c) Omtrent hvor mange liter maling går det med til å male tanken?

Oppgave 3

Kilde: Utdanningsdirektoratet

Tone går til jobben hver dag. På veien gjennom byen må hun på to ulike steder over en fotgjengerovergang som har lysregulering.

- Ved første fotgjengerovergang er det rødt lys i 20 s og grønt lys i 30 s.
- Ved andre fotgjengerovergang er periodene med rødt og grønt lys like lange.
- Lysene virker uavhengig av hverandre.

a) Forklar at sannsynligheten for å få rødt lys ved første fotgjengerovergang er $\frac{2}{5}$, og at sannsynligheten for å få rødt lys ved andre fotgjengerovergang er $\frac{1}{2}$.

b) Bestem sannsynligheten for at Tone vil få rødt lys ved begge fotgjengerovergangene.

c) Bestem sannsynligheten for at Tone får rødt lys på nøyaktig en av fotgjengerovergangene.

Oppgave 4 REGNEARK

Kilde: Erlend Aas/Scanpix

Lengdehopp er en gren av friidrett som går ut på å hoppe så langt man kan i et hopp.

Anna og Maria konkurrerer om å kvalifisere seg til lengdehoppkonkurransen i et friidrettsstevne. De får ti hopp hver, og den beste av dem er kvalifisert til konkurransen. Her er resultatene (oppgitt i meter) fra kvalifiseringen:

Hopp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anna	5,10	5,45	5,92	4,10	5,23	5,32	5,89	4,91	4,37	5,42
Maria	5,44	5,80	5,67	5,74	5,72	5,04	5,73	5,53	5,59	5,83

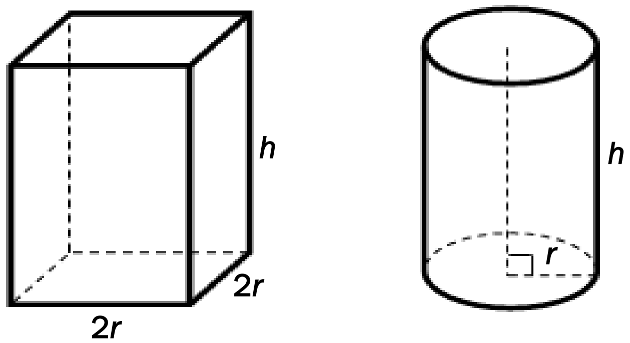
a) Bestem gjennomsnitt og median for hver av de to jentenes resultater.

b) Lag et passende diagram for hver av jentene som viser resultatene for de 10 hoppene.

c) Vurder jentenes resultater og det du fant i a) og b), og argumenter for hvem du synes skal bli kvalifisert.

Oppgave 5 REGNEARK

Nedenfor ser du et rett prisme med kvadratisk grunnflate, og en sylinder. Begge har samme høyde, *h*. Sidekanten i prismet er 2*r*, der *r* er radius i sylinderen. Se figurene nedenfor.



Lag et oppsett i et regneark, bruk formler og fyll inn det som mangler i regnearket.

Finner du noen sammenheng? Kommenter.

	A	B	C	D
1	Radius, *r* (cm)	1	4	3
2	Høyde, *h* (cm)	3	2	8
3				
4	Volum av prisme (cm^3)			
5	Overflate av prisme (cm^2)			
6	Volum / Overflate			
7				
8	Volum av sylinder (cm^3)			
9	Overflate av sylinder (cm^2)			
10	Volum / Overflate			

Oppgave 6 DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

a) I $\triangle ABD$ er $AB = 6{,}0\,\text{cm}$, $\angle A = 90^\circ$ og $AD = 4{,}0\,\text{cm}$.

- Tegn $\triangle ABD$.
- Bestem lengden av *BD*.
- Tegn normalen fra *A* til *BD*, og kall skjæringspunktet for *E*.

$\triangle AEB \cong \triangle DAB$. $\triangle ABD$ er en del av $\square ABCD$. $CE = BC$ og $\angle DBC = 60^\circ$

b) Tegn $\square ABCD$

Oppgave 7 REGNEARK

En sykkelklubb kjøpte disse syklene:

- To racersykler til 1570,00 kroner per stykk.
- Fire hybridsykler til 1900,00 kroner per stykk.
- Fem offroadsykler til 2990,00 kroner per stykk.

Sykkelklubben bestemmer seg for en utleiepris på 500,00 kroner per uke. Alle syklene har samme utleiepris. De leies ut for en uke om gangen.

Sykkelklubben antar at mellom 40 og 70 personer kommer til å leie sykkel.

a) Sett opp et regneark som viser inntekt per sykkel når de leier ut sykkel fra 40 til 70 ganger.

b) Hvor mange ganger må de leie ut syklene for at de ikke skal tape penger?

Oppgave 8

GRAFTEGNER

PRISOVERSIKT FOR MOBILABONNEMENT

PRISER *	**Snakkis**	**Talkis**
Pris per måned (kroner)	49	139
Pris per ringeminutt (kroner)	0,99	0,29

*Vi ser bort fra oppstartspris på samtalene i denne oppgaven.

Nikolai har Snakkis-abonnement, og Alexandra har Pratis-abonnement. La *x* være antall ringeminutter per måned.

a) Forklar at funksjonsuttrykket for samlet kostnad (målt i kroner) per måned til Snakkis-abonnementet er

$$S(x) = 0{,}99x + 49$$

b) Bruk graftegner, og tegn grafene til Snakkis og Talkis i samme koordinatsystem for $0 \le x \le 200$.

c) Hvor mange ringeminutter må Nikolai ha hver måned for at det skal lønne seg å bytte abonnement fra Snakkis til Talkis? Merk av avlesningspunktet på grafene.

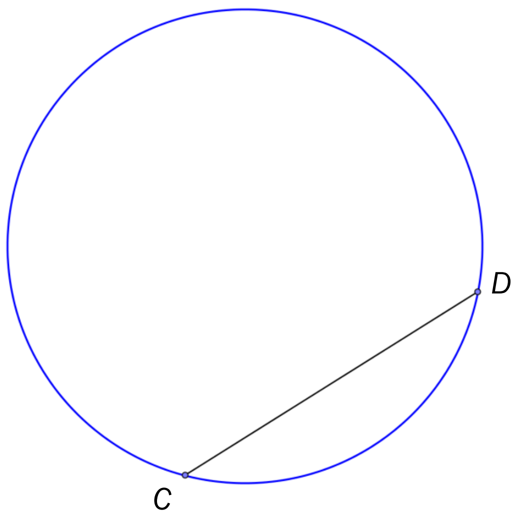
Oppgave 9

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

a) To sirkler med sentrum i A og i B og med samme radius 5 cm ligger på en linje. Punktene A og B ligger 7 cm fra hverandre.

Tegn en sirkel som går gjennom både A og B.

b) En annen sirkel med radius 6 cm har en korde CD. Se skissen nedenfor.



Ta utgangspunkt i korden CD, og bestem sentrum i sirkelen.

Tegn en tangent som er parallell med korden CD.

Oppgave 10

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Tegn en $\triangle ABC$ der $AB = 6,4\,\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ og $AC = 8,0\,\text{cm}$.

Nedfell normalen fra B på AC, og kall normalens skjæringspunkt med AC for D.

Bestem lengden av BD.

Beskriv kort metoden for hvordan du går fram dersom du skal finne BD ved regning.

Oppgave 11

DYNAMISK GEOMETRIPROGRAM

Tegn en $\square ABCD$ når du får vite at

- diagonalene skjærer hverandre i punktet E
- $AB = 9{,}0\,\text{cm}$
- $\angle ABE = 30^\circ$
- avstanden fra E til AB er 3,0 cm
- $AD = DE$
- $\angle DCE = 45^\circ$

Oppgave 12

GRAFTEGNER

Sebastian leier et lokale for 3 000 kroner. Han ber vennene sine på fest og tror at det kommer maksimalt 20 venner. De 3 000 kronene skal fordeles på antallet venner som kommer på festen.

a) Forklar at prisen per person P når det kommer x venner, kan beskrives ved funksjonen

$$P(x) = \frac{3000}{x}$$

b) Tegn grafen til P når $1 \leq x \leq 20$

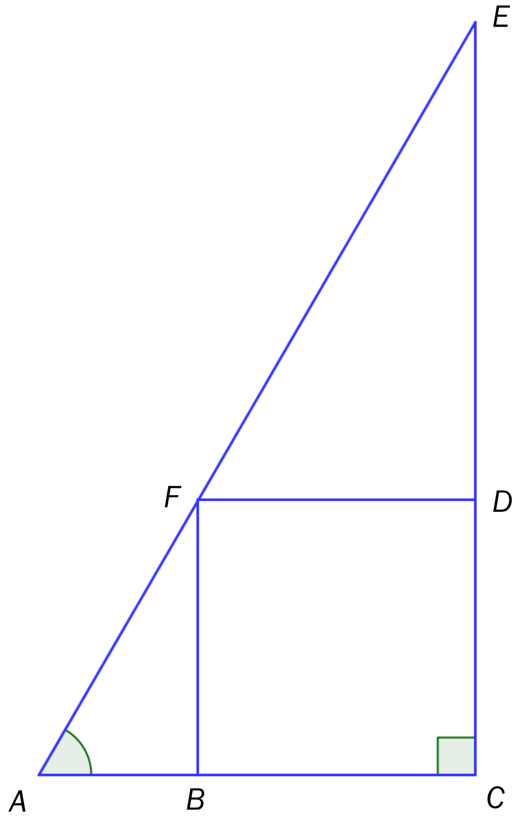
c) Bestem grafisk prisen per person når det kommer 15 venner.

Bestem grafisk hvor mange venner som må komme for at prisen per person skal bli 250 kroner.

Oppgave 13

Et kvadrat $BCDF$ med side 10,0 m er innskrevet i $\triangle ACE$ og $\angle A = 60^\circ$. Se skissen nedenfor.

Regn ut arealet av $\triangle ACE$.



Oppgave 14

Et pytagoreisk trippel er en samling av tre, positive hele tall som passer inn i den pytagoreiske læresetningen. Mest kjent er (3, 4, 5), som passer fordi $3^2 + 4^2 = 5^2$

En slik samling av tre tall er ofte vanskelig å finne ved å prøve seg fram. En metode er beskrevet i ruten nedenfor.

1. Velg et oddetall større enn 1 som den ene katetens lengde a.
2. Regn ut kvadratet av denne kateten.
3. Trekk deretter fra 1.
4. Divider så resultatet på 2.
5. Da får du lengden av den andre kateten b.
6. Legg til 1.
7. Da får du hypotenusen c.

a) Bestem tre pytagoreiske tripler, forskjellig fra (3, 4, 5), med metoden ovenfor.

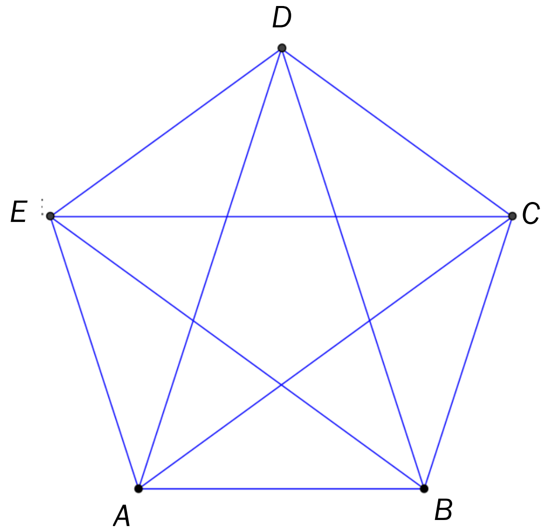
Vis utregningen og at tallene stemmer i likningen $a^2 + b^2 = c^2$.

b) Gitt et talltrippel (8, x, 17).

Hva må da x være for at trippelet skal være pytagoreisk?

Oppgave 15

Regulære femkanter var viktig for pytagoreerne. I en regulær mangekant er alle sider like lange og alle vinkler like store. Nedenfor ser du en skisse av en regulær femkant og pentagrammet.



a) Bruk framgangsmåten nedenfor, og tegn en regulær femkant og pentagrammet.

1. Avsett linjestykke *AB* = 7,0 cm.
2. La *AB* være en side i en regulær mangekant *ABCDE*.
3. Tegn inn alle diagonalene i mangekanten, slik at pentagrammet framkommer.

b) Bestem $\angle ABC = v$ i den regulære femkanten ved å bruke formelen $v = 180° - \dfrac{360°}{n}$.

n er antall sider i den regulære mangekanten.

Kontroller at svaret fra formelen stemmer, ved å bruke dynamisk geometriprogram.

Kontroller at forholdet $\dfrac{AD}{AB} \approx 1{,}618$ (det gylne snitt) ved å bruke dynamisk geometriprogram.

Vi viser ellers til tidligere publiserte eksempeloppgaver fra 2008 og eksamensoppgaver fra 2009 til 2012.