

# Eksamen

25.05.2010

MAT0010 Matematikk  
Elever (10. årstrinn)

Del 2



## Mobiltelefoner



## Teano

Det gyldne snitt

# Bokmål

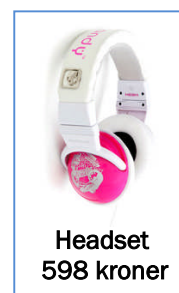
<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timer totalt. Del 1 og Del 2 skal deles ut <i>samtidig</i> . Del 1 skal du levere innen 2 timer. Del 2 skal du levere innen 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 2:</b>	Etter at Del 1 er levert inn, er alle hjelpemidler tillatt, unntatt Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.  Før Del 1 er levert inn, er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Framgangsmåte og forklaring:</b>	Del 2 har 7 oppgaver. Du skal svare på alle oppgavene.  Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Vis hvordan du kommer fram til svarene. Før inn nødvendige mellomregninger. Skriv med penn.  I regnearkoppgaver skal du ta utskrift av det ferdige regnearket. Husk å vise hvilke formler du har brukt i regnearket. Du skal levere utskriftene sammen med resten av besvarelsen.  Hvis du bruker dynamisk geometriprogram, skal du skrive hva programmet heter, beskrive framgangsmåten og ta utskrift.
<b>Vedlegg:</b>	Vedlegg 1 skal leveres inn sammen med besvarelsen.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Den høyeste poengsummen i Del 2 er 40, men den er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er kreativ og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul>
<b>Andre opplysninger:</b>	Bilder på forsiden <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Elever med mobiltelefoner</i> (kilde: Utdanningsdirektoratet. Brukt etter tillatelse)</li><li>• <i>Mobiltelefoner</i> (kilde: <a href="http://www.idg.no/multimedia/...510m.jpeg">www.idg.no/multimedia/...510m.jpeg</a> (11.02.2009))</li><li>• <i>Teano</i> (kilde: Utdanningsdirektoratet, illustratør: Ann Christin Strand)</li></ul>

**Del 2 skal leveres innen 5 timer**  
**Høyst 40 poeng**  
**Hjelpemidler: Se side 2**

## Mobiltelefoner

### Oppgave 1 (6 poeng)

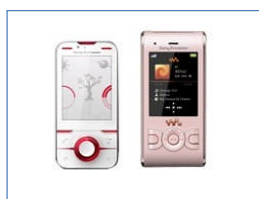
Maria skal kjøpe ny mobiltelefon med ekstrautstyr. Se bilder og priser nedenfor.



Kilde: [www.euronics.no](http://www.euronics.no)  
(07.09.2009)

- a) Maria skal bruke mellom 1300 og 1600 kroner på mobiltelefonen og ekstrautstyr. Gi to eksempler på hva hun kan kjøpe.
- b) Maria får tilbud om å kjøpe mobiltelefonen, minnekort, handsfree og mobilveske for 1600 kroner. Hvor mange prosent rabatt får hun da?

Terese vil kjøpe én mobiltelefon, én mobilveske og ett minnekort. Hun velger mellom det du ser på bildene nedenfor.



Kilde: [www.komplett.no](http://www.komplett.no)  
(07.09.2009)

- c) Hvor mange ulike kombinasjoner av én mobiltelefon, én mobilveske og ett minnekort kan Terese velge mellom?

I butikken er det en kurv med 15 mobilvesker. To av mobilveskene har en feil som ikke er synlig i pakningen. Først kjøper Maria en mobilveske fra kurven. Like etterpå kjøper Terese en annen mobilveske fra kurven.

- d) Hva er sannsynligheten for at begge to kjøper en mobilveske med feil?

## Oppgave 2 (4 poeng)

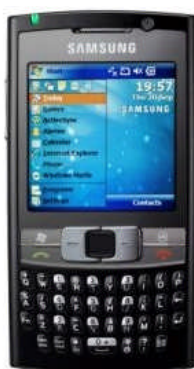


Kilde: <http://www.gsmdome.com/wp-content/uploads/2009/02/nokia-5800-nam.jpg> (18-05-2009)

Med størrelsen på en mobilskjerm mener vi lengden av diagonalen på skjermen, målt i tommer. Se diagonalen **d** på bildet ovenfor.

- Mobiltelefonen ovenfor er avbildet i målestokk 1:2. Mål diagonalen **d** på bildet og regn ut den virkelige lengden av diagonalen på skjermen. Oppgi lengden i centimeter med én desimal.
- Gjør om den virkelige lengden av diagonalen fra centimeter til tommer.  
1 tomme = 2,54 cm.

Mobiltelefonen på bildet nedenfor har en kvadratisk skjerm. Bildet er forminsket. Diagonalen på denne skjermen er 2,5 tommer.



Kilde: [www.unwiredview.com/wp-content/uploads/2007/09/samsung-sgh-i780-blackjack-2.jpg](http://www.unwiredview.com/wp-content/uploads/2007/09/samsung-sgh-i780-blackjack-2.jpg) (18-05-2009)

- Finne arealet av skjermen. Oppgi svaret i  $\text{cm}^2$ .

### Oppgave 3 (9 poeng)

#### PRISOVERSIKT FOR MOBILABONNEMENT

PRISER *	Snakkis	Talkis	Pratis
Pris per måned (kroner)	49	139	229
Pris per ringeminutt (kroner)	0,99	0,29	0 **

\* Vi ser bort fra oppstartspris på samtalene i denne oppgaven.

\*\* Gjelder inntil 500 ringeminutter i måneden.

Nikolai har ett av de tre abonnementene ovenfor. Han betaler 49 kroner per måned og 0,99 kroner per ringeminutt.

- a) Hvilket abonnementet har Nikolai?
- b)  $x$  er antall ringeminutter per måned, og  $y$  er samlet kostnad per måned målt i kroner.
- 1) Forklar at funksjonsuttrykket for samlet kostnad per måned til Snakkis-abonnementet er

$$y = 0,99x + 49$$

- 2) Sett opp funksjonsuttrykket for samlet kostnad per måned til Talkis-abonnementet.

- c) Tegn grafene til de to funksjonsuttrykkene i oppgave b) i samme koordinatsystem.
- d) Hvor mange ringeminutter må Nikolai ha hver måned for at det skal lønne seg å bytte abonnement fra Snakkis til Talkis?
- e) Alexandra har et Pratis-abonnement. Det betyr at jo mer Alexandra ringer, jo lavere blir samlet kostnad per ringeminutt.

Skriv av tabellen nedenfor og fyll inn det som mangler.

Antall ringeminutter per måned	10	50	150	250	350	500
Samlet kostnad per ringeminutt	22,90					0,46

- f) Hvor mange ringeminutter må Alexandra ha i løpet av en måned for at samlet kostnad per ringeminutt skal bli 0,79 kroner?

## Oppgave 4 (6 poeng)

Oppgave 4 a), b) og c) skal løses ved hjelp av regneark. Vis hvilke formler du har brukt.



Kilde: Utdanningsdirektoratet.  
Brukt etter tillatelse.

Hver av de tre vennene June, Christoffer og Hanna har et mobilabonnement. Christoffer har disse ringeminuttene fra januar til juni:

Måned	Januar	Februar	Mars	April	Mai	Juni
Ringeminutter	254,5	220,9	208,3	204,7	205,4	223,2

- a) Lag et passende diagram over Christoffers ringeminutter fra januar til juni.
- b) Hvor mange ringeminutter har Christoffer i gjennomsnitt per måned fra januar til juni?

June har i gjennomsnitt 281,2 ringeminutter per måned, mens Hanna har i gjennomsnitt 124,5 ringeminutter per måned. Se tabellen nedenfor.

Navn	Ringeminutter i gjennomsnitt per måned	Samlet kostnad (kroner)		
		Snakkis	Talkis	Pratis
Christoffer				229,00
June	281,2			229,00
Hanna	124,5			229,00

- c) Lag tabellen ovenfor i et regneark. Sett inn svaret fra oppgave 4 b) i tabellen. Bruk opplysningene fra oppgave 3 og regn ut hva abonnementene Snakkis og Talkis vil koste for hver av de tre vennene. Vis hvilke formler du har brukt i regnearket.
- d) I dag har Christoffer abonnementet Talkis, June har abonnementet Snakkis, og Hanna har abonnementet Pratis.
- Kan noen av vennene spare penger på å skifte abonnement?

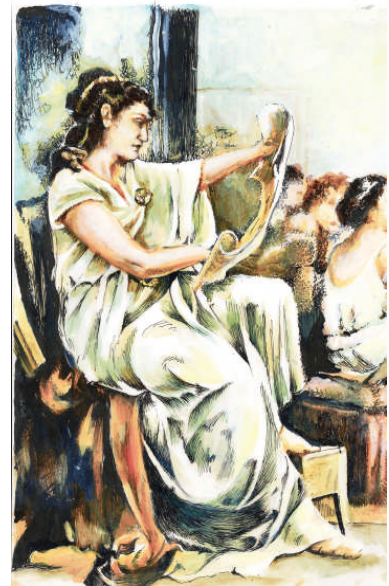
## Teano og det gyldne snitt

### Oppgave 5 (4 poeng)

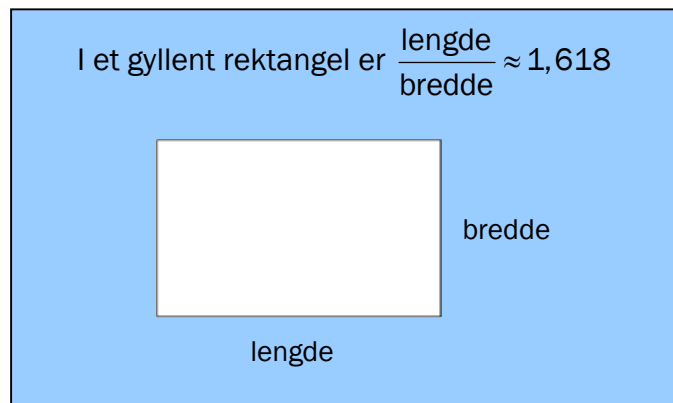
Teano (500-tallet f.Kr.) var gift med den berømte Pytagoras.

Teano er en av de første kvinnelige matematikerne vi vet om. Hun tilhørte den pytagoreiske skolen i Hellas og skrev om "det gyldne snitt."

Det gyldne snitt er et forholdstall som vi finner i naturen, kunsten, arkitekturen og i teknologi og design. Dette forholdstallet er tilnærmet lik 1,618.



Kilde: Utdanningsdirektoratet



- a) Ta mål og avgjør hvilken av iPod-ene nedenfor som har en form som likner mest på et gyldent rektangel.



Kilde: [www.techplore.com/technology/wp-content/uploads/2009/07/newipods.jpg](http://www.techplore.com/technology/wp-content/uploads/2009/07/newipods.jpg) (09.11.2009)

- b) Et kredittkort er et tilnærmet gyllent rektangel. Bildet av kredittkortet nedenfor er forminsket. Den korteste siden på kredittkortet er 5,4 cm.

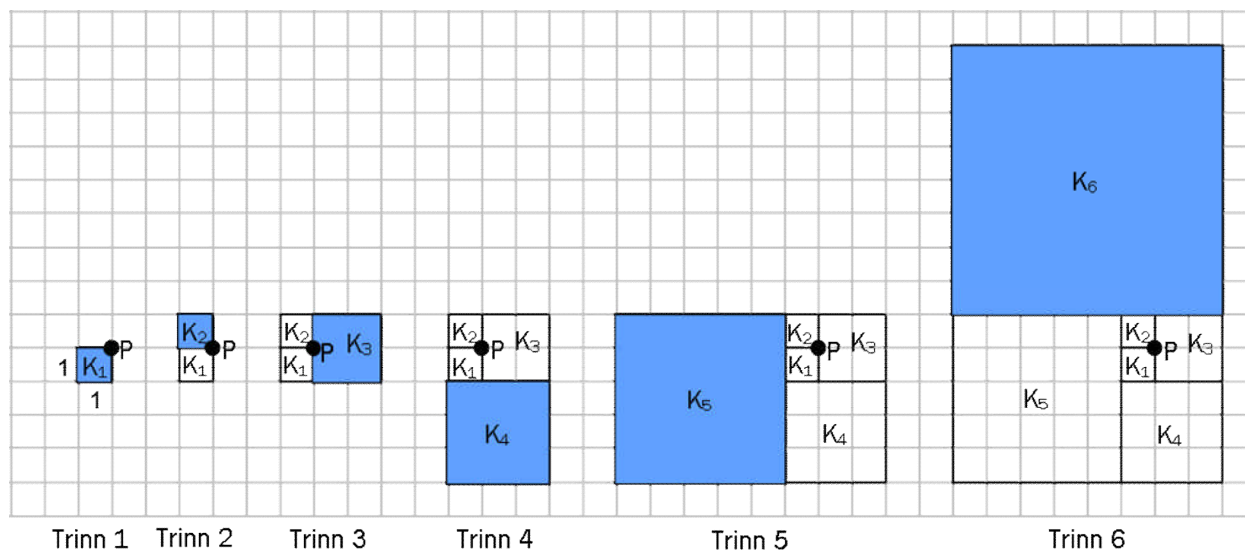
Regn ut den lengste siden på kredittkortet.



Kilde: www.prepaidvirtualcreditcards.com /visa-classic-credit-card.jpg (03.04.2009)

### Oppgave 6 (7 poeng)

Nedenfor ser du hvordan vi kan sette sammen kvadrater  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$  og  $K_6$  i flere trinn rundt punktet P.



$s_1$  er lengden av siden i kvadratet  $K_1$ ,  $s_2$  er lengden av siden i kvadratet  $K_2$  og så videre.

Du ser at  $s_1 = 1$ ,  $s_2 = 1$ ,  $s_3 = 2$ ,  $s_4 = 3$ ,  $s_5 = 5$  og  $s_6 = 8$ .

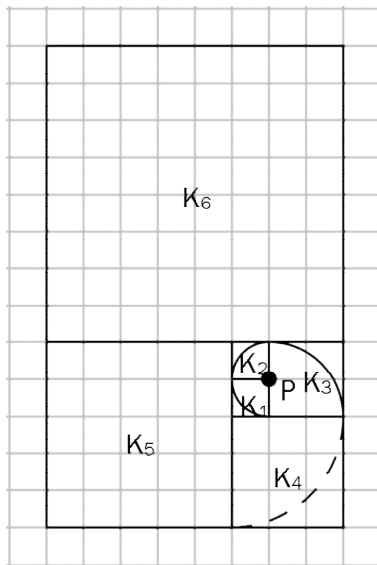
Tallene ovenfor er en del av den såkalte Fibonacci-tallfølgen 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

- a) Hva er de to neste tallene i Fibonacci-tallfølgen?  
 b) Bruk vedlegg 1 og tegn kvadrat  $K_7$  og kvadrat  $K_8$ .

**Husk at vedlegg 1 skal leveres inn sammen med besvarelsen din.**



Dersom vi tegner kvartsirkler inne i kvadratene med start i punktet P, får vi en såkalt Fibonacci-spiral som vi kan oppdage i naturen. Se figur og bilde nedenfor.



Nautilus-skjell

Kilde: <http://shells.tricity.wsu.edu/ArcherdShellCollection/Cephalopoda/Nautilidae.html> (03.04.2009)

- c) Bruk vedlegg 1 og tegn Fibonacci-spiralen ferdig til og med kvadrat  $K_8$ . Bruk passer.

**Husk at vedlegg 1 skal leveres inn sammen med besvarelsen din.**

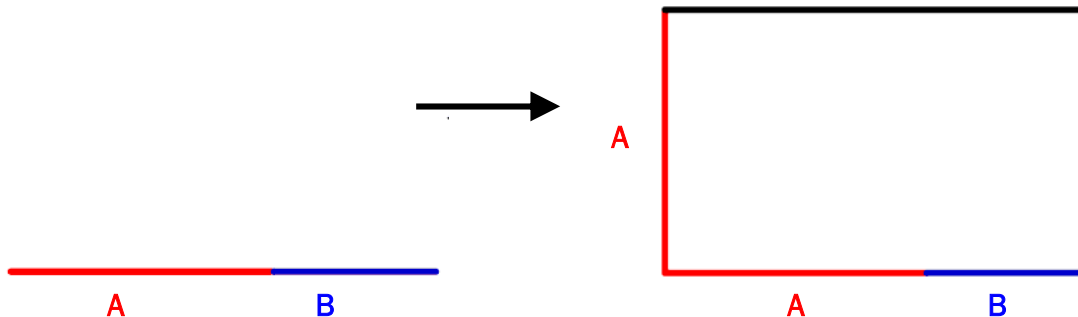
Hver gang vi legger til et nytt kvadrat, danner kvadratene til sammen et rektangel. Jo flere kvadrater vi tar med, jo nærmere kommer vi til et gyllent rektangel.

- d) Hvor mange kvadrater må vi minst ta med for at lengde delt på bredde i rektanglet skal bli 1,618 når vi runder av til tre desimaler?

## Oppgave 7 (4 poeng)

Det gyldne snitt deler et linjestykke slik at  $\frac{A}{B} = \frac{A+B}{A} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$  (Figur 1).

Fra et linjestykke som er delt på den måten, kan vi lage et gyldent rektangel (Figur 2).



Figur 1: Det gyldne snitt

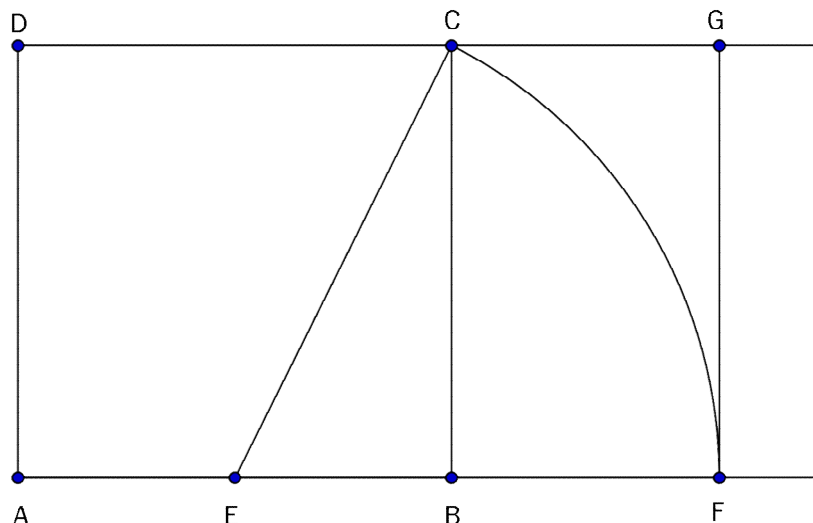
Figur 2: Et gyldent rektangel

- a) Du skal nå konstruere et gyldent rektangel slik de greske matematikerne gjorde det. Bruk framgangsmåten og hjelpefiguren nedenfor.

### Framgangsmåte:

- Konstruer et kvadrat ABCD med sider på 7 cm.
- Konstruer midtpunktet E på linjestykket AB.
- Forleng linjestykkene AB og DC.
- Sett passerspissen i E. Slå en bue fra C. Buen treffer forlengelsen av AB i F.
- Konstruer normalen fra F til G.
- Rektangelet AFGD er nå et gyldent rektangel.

Hjelpefigur:



b) Vi skal se på en figur med samme form som i oppgave a) og med samme navn på punktene. Men her i oppgave b) skal lengden av sidene i kvadratet ABCD være 2.

Vi har altså at:

- ABCD er et kvadrat der  $AB = 2$
- AFGD er et rektangel
- E er midtpunktet på AB
- $CE = EF$

Vis ved regning at  $\frac{AF}{AD} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

***"Geometrien har to store skatter. Den ene er Pytagoras' læresetning; den andre er det gyldne snitt. Den første kan vi sammenligne med gull; den andre kan vi kalle en verdifull juvel."***

Johannes Kepler (1571-1630)

Tysk matematiker og astronom

Fritt fra *Mysterium Cosmographicum* (1596)



Kilde: [www.plus.maths.org](http://www.plus.maths.org)  
(23.09.2009)

Schweigaards gate 15  
Postboks 9359 Grønland  
0135 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)