Utdanningsdirektoratet

Eksempel på løsning

2010

Sentralt gitt skriftlig eksamen
MAT1003 Matematikk 2P
Eksamen 30.11.2009

Bokmål

MAT1003 Matematikk 2P HØSTEN 2009
Eksempel på løsning med vekt på bruk av digitale verktøy

Hva er en god besvarelse på en sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk? Hvordan bør elevene føre? Hvor mye kreves det når det gjelder framgangsmåte og forklaringer? Hva med digitale verktøy? Hva skal man kreve av framgangsmåte når elevene bruker grafisk lommeregner, regneark, dynamisk geometriprogram og/eller CAS[1]-verktøy?

Med utgangspunkt i sentralt gitt skriftlig eksamen i MAT1003, Matematikk 2P høsten 2009, skal vi prøve å vise hvordan en god besvarelse kan se ut, og knytte noen kommentarer til denne.

Vi vil understreke at oppgavene også kan løses/føres på andre måter enn det som er vist her.

På Del 1 er ingen digitale hjelpemidler tillatt. Vi tar likevel med et forslag til løsning av Del 1 for å vise eksempler på framgangsmåte og god føring/forklaring. Løsningen av Del 1 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene skal ikke bruke datamaskin på Del 1.

På Del 2 kan elevene bruke alle hjelpemidler. Oppgavene i dette settet kan løses ved hjelp av en grafisk kalkulator. For å løse enkelte oppgaver vil det, som vi skal se, likevel være en fordel for elevene å kunne bruke andre digitale verktøy.

I eksempelbesvarelsen er Del 2 først løst med grafisk kalkulator som eneste digitale verktøy. Deretter er Del 2 løst ved hjelp av dynamisk geometriprogram, CAS-verktøy og regneark. Dette har vi gjort for å vise at elevene kan ha fordel av å kunne bruke ulike hjelpemidler på en hensiktsmessig måte, og for å vise at bruk av ulike digitale verktøy også stiller krav til føring og forklaring – både når det gjelder framgangsmåte og løsning.

> I opplæringen bør elevene få trening i framgangsmåter samt refleksjon rundt svar og løsningsmetoder.

Selv om CAS, og alle andre digitale verktøy, er tillatt under Del 2 av eksamen, skal sensor først og fremst se etter matematisk forståelse og kompetanse. Oppgavene i Del 2 er primært bygget opp slik at eleven selv, ut fra en matematisk tekst, må sette opp likninger, uttrykk osv. Deretter kan eleven bruke for eksempel CAS for å løse selve likningen. Av og til kan det være en fordel å bruke CAS, andre ganger kan det gå like raskt uten.

Nærmere kommentarer til enkelte av oppgavene og løsningene finnes i grønne tekstbokser.

Formatet på løsningen i Del 1 er angitt slik på grunn av lesbarheten. På eksamen kan ikke elevene bruke datamaskin og må derfor besvare Del 1 for hånd.

Formatet på løsningen i Del 2 er angitt slik først og fremst for å vise kva man krever av framgangsmåte, forklaringar, hvilke kommandoer som er brukt på de digitale verktøyene osv.

[1] CAS = Computer Algebra Systems, også kalt symbolbehandlende kalkulator.

når man løser oppgavene. Det er ikke krav til IKT-basert eksamen på Del 2. Dette er frivillig. Elevene kan naturligvis lage et eget dokument hvor man samler alle løsningene slik vi har gjort, eller ta en utskrift av for eksempel grafer og regnearkløsninger. Enten eleven tar utskrift eller skriver for hånd, er hovedprinsippet at det skal gå klart fram hvordan eleven har tenkt.

Dette dokumentet fokuserer altså først og fremst på framgangsmåte, resonnement og forklaring og ikke på besvarelsens format.

Vi viser ellers til vurderingsveiledningen i matematikk for videregående opplæring etter Kunnskapsløftet våren 2010.

Utdanningsdirektoratet tar gjerne imot konstruktive innspill fra skolene.

Del 1 – Uten hjelpemidler

Kun vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler

Oppgave 1

Løsningen av Del 1 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene kan ikke bruke datamaskin på Del 1, og må skrive besvarelsen for hånd.

a)

$$32\,000\,000 = \underline{\underline{3{,}2 \cdot 10^{7}}}$$

$$0{,}000\,678 = \underline{\underline{6{,}78 \cdot 10^{-4}}}$$

b) 1001001 i totallsystemet er det samme som

$$1 \cdot 2^{6} + 1 \cdot 2^{3} + 1 \cdot 2^{0} = 64 + 8 + 1 = \underline{73}$$

i titallsystemet.

<u>1001001 i totallsystemet er derfor større enn 70 i titallsystemet.</u>

Det er viktig å ha med en tydelig konklusjon her.

c)

$$\frac{n}{p} = 140$$

$$n = 70$$

Ut fra dette får jeg:

$$\frac{70}{p} = 140$$

$$140p = 70$$

$$p = \frac{70}{140}$$

$$p = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Mellomregningen bør med her.

d) 1) $6{,}0 \cdot 4{,}0 \cdot 1{,}5 = 24 \cdot 1{,}5 = \underline{36}$

<u>Bassenget har et volum på 36 m³.</u>

Husk benevning i svaret.

2) 36 m³ = 36 000 dm³ = 36 000 L (liter)

$$\frac{36\,000}{300} = \underline{120}$$

<u>Det tar 120 minutter å fylle bassenget.</u>

e) P (arbeid i tillegg til skolen) = $\frac{15}{25} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$

Tilstrekkelig føring og forklaring.

f) 1) Lønn før skatt: 500 000 kroner
Skatt: 50 % av 400 000 kr = 200 000 kroner
Lønn etter skatt: 500 000 kr – 200 000 kr = <u>300 000 kroner</u>

2) Jeg finner først en formel for B :

$$N = 0{,}50 \cdot B + 50\ 000$$
$$0{,}50 \cdot B = N - 50\ 000$$
$$\underline{\underline{B = \frac{N - 50\ 000}{0{,}50}}}$$

Eksempler på en strukturert og oversiktlig besvarelse.

Her går det klart fram hvordan eleven har tenkt.

Så finner jeg B når N er 350 000 kroner :

$$B = \frac{350\ 000 - 50\ 000}{0{,}50}$$
$$B = \underline{600\ 000}$$

<u>Du må tjene 600 000 kroner.</u>

g) Jeg ser av figuren at grunnlinjen i trekanten ABC, $AB = 2 \cdot r$, og at høyden i trekanten, $SC = r$.

Areal av trekanten: $A_{\text{trekant ABC}} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot r \cdot r}{2} = r^2$

Areal av halvsirkel: $A_{\text{halvsirkel}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$

Areal av rødt område:

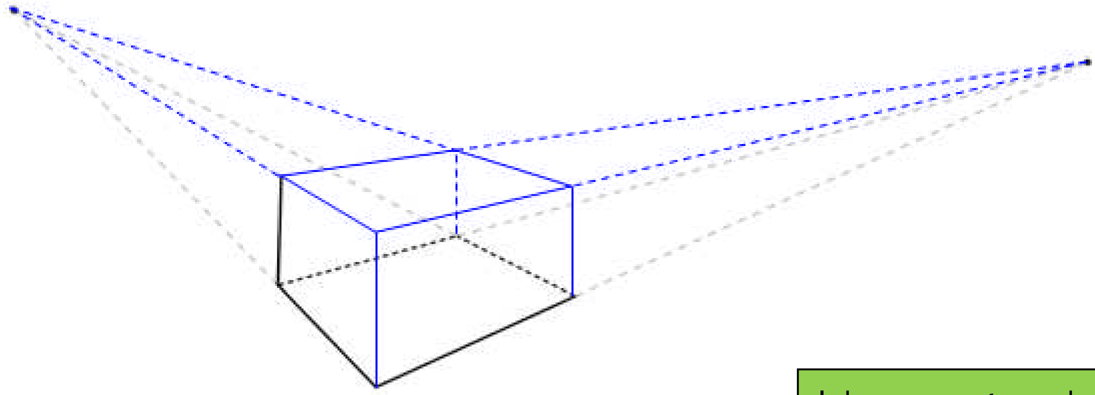
$$A_{\text{rødt område}} = A_{\text{halvsirkel}} - A_{\text{trekant ABC}}$$
$$= \frac{\pi \cdot r^2}{2} - r^2 = \frac{\pi \cdot r^2}{2} - \frac{2 \cdot r^2}{2} = \frac{(\pi - 2)r^2}{2} > \frac{(3{,}14 - 2)r^2}{2} = 0{,}57r^2$$

$$2 \cdot A_{\text{rødt område}} > 2 \cdot 0{,}57r^2 = 1{,}14r^2 > r^2 = A_{\text{trekant ABC}}$$

<u>Arealet av trekanten er ikke mer enn dobbelt så stort som arealet av det røde området.</u>

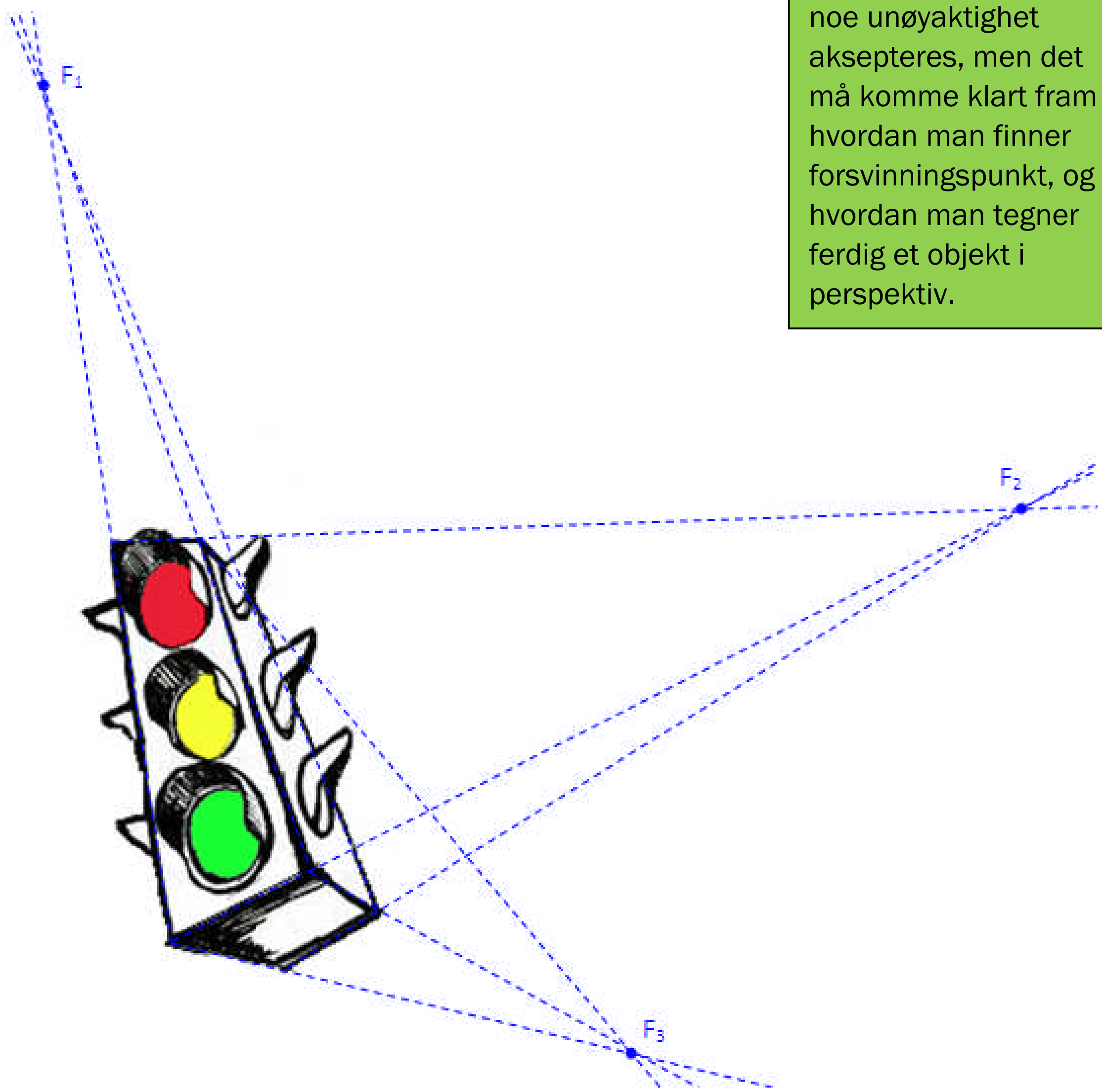
Oppgave 2

a)



I denne oppgaven kan noe unøyaktighet aksepteres, men det må komme klart fram hvordan man finner forsvinningspunkt, og hvordan man tegner ferdig et objekt i perspektiv.

b)



Del 2 – Alle hjelpemidler tillatt

Her er Del 2 løst med grafisk kalkulator som eneste digitale verktøy.

Løsningen av Del 2 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene kan skrive besvarelsen for hånd.

Oppgave 3

a) Kartongen med karamellpudding er et rett firkantet prisme. For å regne ut volumet av denne kan jeg bruke formelen $V = l \cdot b \cdot h$

$$11{,}0 \cdot 4{,}4 \cdot 21{,}5 \approx \underline{1041}$$

$$1041\ \text{cm}^3 \approx 1{,}0\ \text{dm}^3 = \underline{1{,}0\ \text{L}}$$

Kartongen med karamellpudding har et volum på 1,0 liter.

Flaska med Voss vann er en sylinder, $V = \pi r^2 h$

$$\pi \cdot \left(\frac{5{,}1}{2}\right)^2 \cdot 18{,}3 \approx 374$$

Flaska med Voss vann har et volum på ca. 370 cm^3 = 370 mL.

b) 1 cm^3 = 1 mL

Jeg bruker igjen formelen for volum av en sylinder, $V = \pi r^2 h$, og setter opp en likning for å finne høyden, h.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$250 = \pi \cdot \left(\frac{5{,}1}{2}\right)^2 \cdot h$$

$$250 = \pi \cdot 2{,}55^2 \cdot h$$

$$h = \frac{250}{\pi \cdot 2{,}55^2}$$

$$h \approx \underline{12}$$

- Forklarende tekst
- Tilstrekkelig mellomregning
- Svar med benevning

Vannet står 12 cm opp i flaska.

c) 800 mL koster 10 euro.

1 mL koster $\frac{10 \text{ euro}}{800} = 0{,}0125 \text{ euro}$.

1 liter (1000 mL) koster $1000 \cdot 0{,}0125 \text{ euro} = \underline{12{,}5 \text{ euro}}$.

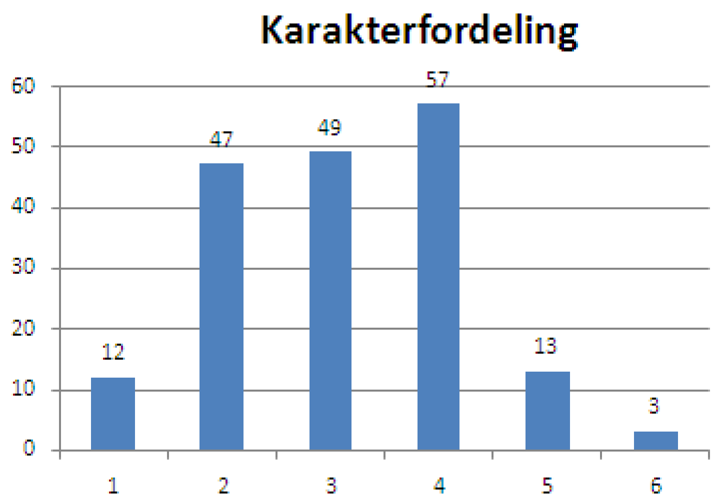
Jeg finner så ut hvor mange norske kroner dette tilsvarer.

$12{,}5 \cdot 8{,}73 \approx \underline{109}$

<u>1 liter Voss vann koster 109 norske kroner.</u>

Oppgave 4

a) Jeg lager først et stolpediagram.

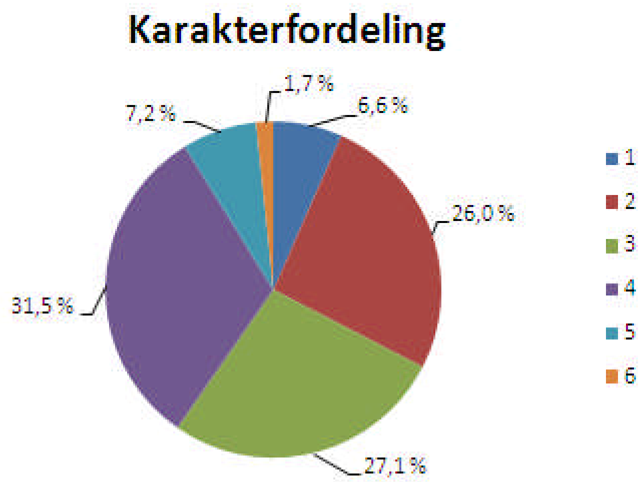


Tall over stolpene er ikke et krav, men det gir et bedre inntrykk siden diagrammet blir lettere å lese.

Så lager jeg et sektordiagram.
Jeg regner først ut hvor mange prosent av elevene som har fått de ulike karakterene, og hvor mange grader dette vil tilsvare.

Jeg setter disse resultatene inn i en tabell. Se nedenfor.

Karakter	Antall elever	Prosent	Grader
1	12	$\frac{12}{181} \cdot 100 \approx 6,6$	$\frac{6,6 \cdot 360}{100} \approx 24$
2	47	$\frac{47}{181} \cdot 100 \approx 26,0$	$\frac{26,0 \cdot 360}{100} \approx 94$
3	49	$\frac{49}{181} \cdot 100 \approx 27,1$	$\frac{27,1 \cdot 360}{100} \approx 98$
4	57	$\frac{57}{181} \cdot 100 \approx 31,5$	$\frac{31,5 \cdot 360}{100} \approx 113$
5	13	$\frac{13}{181} \cdot 100 \approx 7,2$	$\frac{7,2 \cdot 360}{100} \approx 26$
6	3	$\frac{3}{181} \cdot 100 \approx 1,7$	$\frac{1,7 \cdot 360}{100} \approx 6$



Navn på sirkelsektorene er påkrevd (i dette tilfellet karakterene 1 til 6).

b) 1) Av sektordiagrammet og tabellen ovenfor ser jeg at ca. 6,6 % av elevene fikk karakteren 1.

<u>Ca. 6,6 % av elevene fikk karakteren 1.</u>

2) Jeg setter opp en tabell.

Karakter	Elever	Produkt
1	12	$1 \cdot 12 = 12$
2	47	$2 \cdot 47 = 94$
3	49	$3 \cdot 49 = 147$
4	57	$4 \cdot 57 = 228$
5	13	$5 \cdot 13 = 65$
6	3	$6 \cdot 3 = 18$
Sum	181	564

Jeg kan da regne ut gjennomsnittskarakteren: $\frac{564}{181} \approx \underline{3,12}$

Gjennomsnittskarakteren er ca. 3,12.

c) $$\frac{234 \cdot 3,42 + 564}{234 + 181} \approx \underline{3,29}$$

Dersom vi ser disse to årene under ett, var gjennomsnittskarakteren ca. 3,29.

Oppgave 5

a) Jeg lager en tabell og setter opp et månedsbudsjett for Siri. Jeg summerer inntekter og utgifter og finner overskudd/underskudd. Se nedenfor.

Månedsbudsjett for Siri

	Inntekter		Utgifter	
Fra Lånekassen	kr	8 290		
Husleie			kr	3 200
Læremateriell			kr	850
Reise			kr	600
Telefon			kr	350
Mat			kr	1 800
Klær			kr	800
Annet			kr	600
Sum	kr	8 290	kr	8 200
Overskudd	kr	90		

Et eksempel på bruk av tabell i oppsettet av et budsjett. Det er ikke et krav at man skal bruke tabell. Poenget er at svaret blir ryddig og oversiktlig ved å bruke en tabell.

b) For å sammenlikne de to beløpene må jeg ta hensyn til indeksene. Jeg løser to forholdslikninger og finner ut hva hvert av beløpene ville tilsvart i basisåret.

Matematikklæreren:

$$\frac{x}{100} = \frac{5180}{83,7}$$

$$83,7 \cdot x = 518\,000$$

$$x \approx \underline{6189}$$

Siri:

$$\frac{x}{100} = \frac{8290}{123,1}$$

$$123,1 \cdot x = 829\,000$$

$$x \approx \underline{6734}$$

Det å kunne sette opp likningene ut fra den matematiske teksten er den kompetansen vi først og fremst ser etter her.

<u>Dette viser at Siri hadde størst kjøpekraft i studietiden.</u>

c) Matematikklæreren fikk utbetalt 5 180 kroner. 600 av disse var stipend:

$$\frac{600}{5180}\cdot 100 \approx \underline{11,6}$$

Siri fikk utbetalt 8290 kroner. 3 230 av disse var stipend:

Her er det viktig med forklarende tekst.

$$\frac{3320}{8290}\cdot 100 \approx \underline{40,0}$$

<u>Stipendet utgjør 40,0 % for Siri, mens det bare utgjør 11,6 % for matematikklæreren.</u>

<u>Stipendandelen fra Lånekassen har altså økt kraftig i perioden fra 1990 til 2008.</u>

En konklusjon er påkrevd her.

Oppgave 6

a) 1) Av funksjonsuttrykket $f(x) = 18\ 000 \cdot 1{,}0425^x$ ser jeg at mormor satte inn 18 000 kroner, fordi $f(0) = 18\ 000 \cdot 1{,}0425^0 = 18\ 000$.
Jeg ser også at den årlige renten er på 4,25 % fordi vekstfaktoren er 1,0425.

<u>Mormor satte inn 18 000 kroner.</u>
<u>Den årlige renten er på 4,25 %.</u>

2) Jeg regner ut $f(18)$.

$$f(18) = 18000 \cdot 1{,}0425^{18} \approx \underline{38075}$$

<u>Etter 18 år er det ca. 38 075 kroner på kontoen.</u>

b) For å finne ut når beløpet passerer 30 000 kroner, kan jeg løse likningen $f(x) = 30000$

$$f(x) = 30000$$

$$18000 \cdot 1{,}0425^x = 30000$$

$$1{,}0425^x \approx 1{,}67$$

$$x \approx \frac{\lg 1{,}67}{\lg 1{,}0425}$$

$$x \approx \underline{12{,}3}$$

<u>Beløpet passerer 30 000 kroner i løpet av det 13. året.</u>

c) I utgangspunktet står det 10 000 kroner på kontoen. Etter 5 år står det 11 592,70 kroner på kontoen. Jeg finner først vekstfaktoren:

$$10000 \cdot x^5 = 11592{,}70$$
$$x = \sqrt[5]{\frac{11592{,}70}{10000}}$$
$$x \approx \underline{1{,}0300}$$

Så finner jeg den årlige renten:

$$p = (1{,}0300 - 1) \cdot 100 = \underline{3{,}00}$$

<u>Den årlige renten på denne kontoen er 3,00 %.</u>

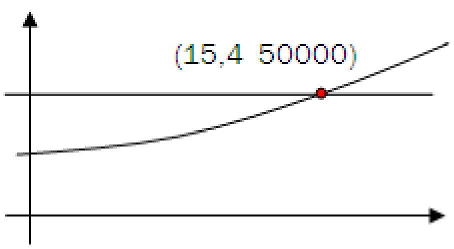
d) Jeg definerer en funksjon g som viser hvor mange penger det er på farfar sin konto etter x år.

$$g(x) = 10000 \cdot 1{,}03^x$$

Jeg tegner grafen til $f(x) + g(x)$ ved hjelp av kalkulatoren (GRAPH, legger inn funksjonsuttrykkene, DRAW). I samme koordinatsystem tegner jeg linjen $y = 50000$.

Jeg finner så skjæringspunktet mellom grafen og linjen (G-SOLV, ISCT). Skjæringspunktet er (15,4 , 50 000).

Skisse av graf, linje og skjæringspunkt:



Her en det tilstrekkelig med en skisse av grafen til $f(x)+g(x)$ sammen med en beskrivelse av hvordan man har brukt den grafiske kalkulatoren.

Konklusjon er påkrevd her.

<u>I løpet av det 16. året vil beløpene på de to kontoene til sammen passere 50 000 kroner.</u>

Oppgave 7

Alternativ I

a)

$$\frac{\left(a^3\right)^4 \cdot a \cdot b^2}{2 \cdot a \cdot b^3} = \frac{a^{12+1} \cdot b^2}{2 \cdot a \cdot b^3} = \frac{1}{2} a^{12+1-1} b^{2-3} = \frac{1}{2} a^{12} b^{-1} = \underline{\underline{\frac{a^{12}}{2b}}}$$

b) Jeg setter opp uttrykket som er gitt i oppgaven. Så setter jeg inn verdier for skilengde og vekt, og løser likningen for å finne høyden, *h.*

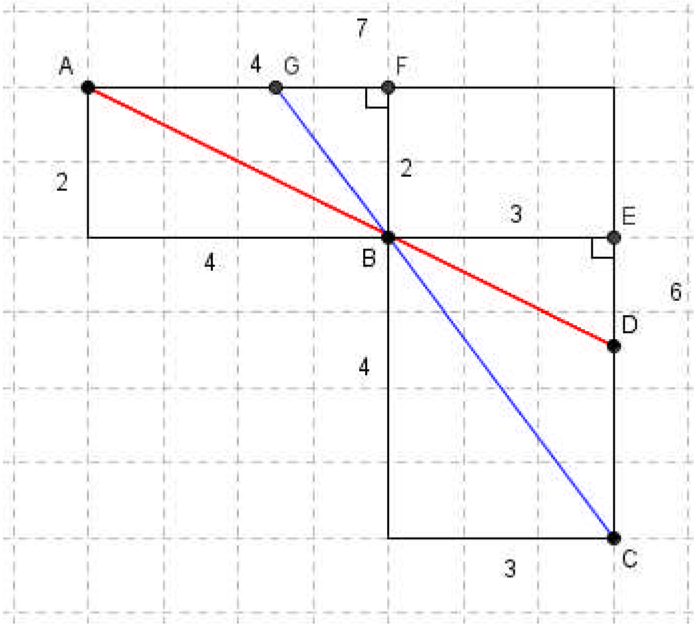
$$265 = 0,9 \cdot h + 1,5 \cdot 68$$

$$h = \frac{265 - 1,5 \cdot 68}{0,9}$$

$$h = \underline{181,11}$$

<u>Skihopperen må være høyere enn 181 cm.</u>

Alternativ II



Ved å måle på figuren finner jeg at den lengste linjen må være linjen fra A til D gjennom B eller linjen fra C til G gjennom B (blå og rød linje, se figuren ovenfor).

Jeg regner ut lengden av disse to linjene ved å bruke Pytagoras' setning og formlike trekanter.

Linjen fra A til D gjennom B:

Trekant ABF og trekant BDE er formlike fordi begge er rettvinklede, BF er parallell med DE, og AF er parallell med BE.

Først finner jeg AB ved å bruke Pytagoras' setning:

$$AB = \sqrt{4^2 + 2^2} \approx \underline{4,47}$$

Så finner jeg BD ved å bruke informasjonen om at trekant ABF og trekant BDE er formlike:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{BE}{AF}$$

$$\frac{BD}{4,47} \approx \frac{3}{4}$$

$$BD \approx \frac{3}{4} \cdot 4,47 \approx \underline{3,35}$$

$$AD = AB + BD \approx 4,47 + 3,35 \approx \underline{7,8}$$

Linjen fra C til G gjennom B:

Trekant BCE og trekant GBF er formlike fordi begge er rettvinklede, BF er parallell med CE, og GF er parallell med BE.

Først finner jeg CB ved å bruke Pytagoras' setning:

$$CB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \underline{5}$$

Så finner jeg BG ved å bruke informasjonen om at trekant BCE og trekant GBF er formlike:

$$\frac{BG}{CB} = \frac{BF}{CE}$$

$$\frac{BG}{5} = \frac{2}{4}$$

$$BG = \frac{2}{4} \cdot 5 = \underline{2{,}5}$$

$$CG = CB + BG = 5 + 2{,}5 = \underline{7{,}5}$$

<u>Den lengste rette linjen som kan trekkes, er linjen fra *A* til *D* gjennom *B*.</u>
<u>Denne linjen er ca. 7,8 meter.</u>

Del 2 – Alle hjelpemidler

Her er Del 2 løst ved hjelp av ulike digitale verktøy (dynamisk geometriprogram, CAS-verktøy og regneark).

Løsningen av Del 2 har her et digitalt format for lesbarhetens skyld. Elevene kan skrive besvarelsen for hånd eller ta utskrift.

Oppgave 3

a) Kartongen med karamellpudding er et rett firkantet prisme. For å regne ut volumet av denne kan jeg bruke formelen $V = l \cdot b \cdot h$

Her brukes samme type utregning som når man bruker grafisk kalkulator. Husk at det er viktig å ha med en konklusjon.

$11.0 \cdot 4.4 \cdot 21.5 \quad = 1040.6$

$1040{,}6 \text{ cm}^3 \approx 1{,}0 \text{ dm}^3 = \underline{1{,}0 \text{ L (liter)}}$

<u>Kartongen med karamellpudding har et volum på 1,0 liter.</u>

Flaska med Voss vann er en sylinder, $V = \pi r^2 h$

$\pi \cdot \left(\frac{5.1}{2}\right)^2 \cdot 18.3 \quad = 373.8$

<u>Flaska med Voss vann har et volum på ca. 370 cm³ = 370 mL.</u>

b) $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$

Jeg bruker igjen formelen for volum av en sylinder, $V = \pi r^2 h$, og setter opp en likning for å finne høyden, h. Jeg løser likningen ved hjelp av digitalt verktøy.

$\text{solve}\left(\pi \cdot \left(\frac{5.1}{2}\right)^2 \cdot h = 250, h\right)$

$h = 12.2$

<u>Vannet står 12 cm opp i flaska.</u>

Oppsettet av likningen viser tilstrekkelig god forståelse. Likningen kan så løses ved hjelp av CAS-verktøy.

c) Jeg setter først opp en forholdslikning for å finne ut hvor mange euro 1 liter (1000 mL) koster. Jeg løser så likningen ved hjelp av digitalt verktøy.

$$\text{solve}\left(\frac{800}{10} = \frac{1000}{x}, x\right)$$

$$x = 12.5$$

<u>En liter koster 12,5 euro.</u>

Her er det først og fremst viktig at elevene klarer å sette opp likningen. Likningen kan så løses ved å bruke CAS.

Jeg finner så ut hvor mange norske kroner dette tilsvarer.

$$ans \cdot 8.73 \qquad = 8.73 \cdot x = 109.13$$

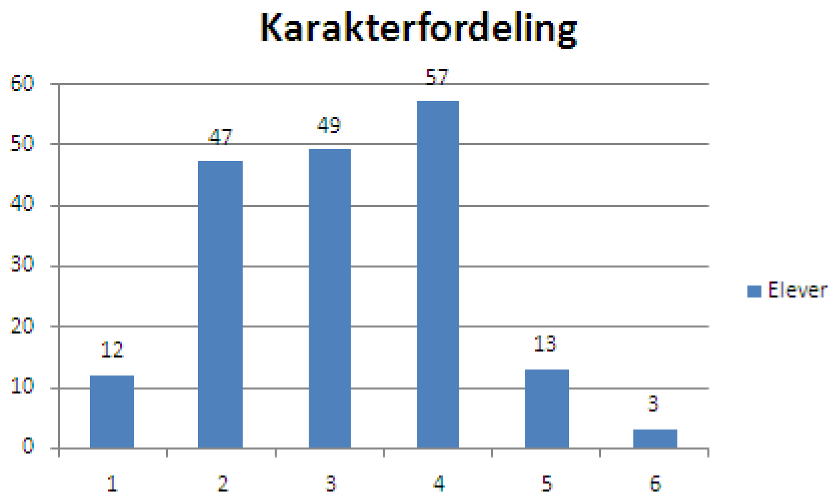
<u>1 liter Voss vann koster 109 norske kroner.</u>

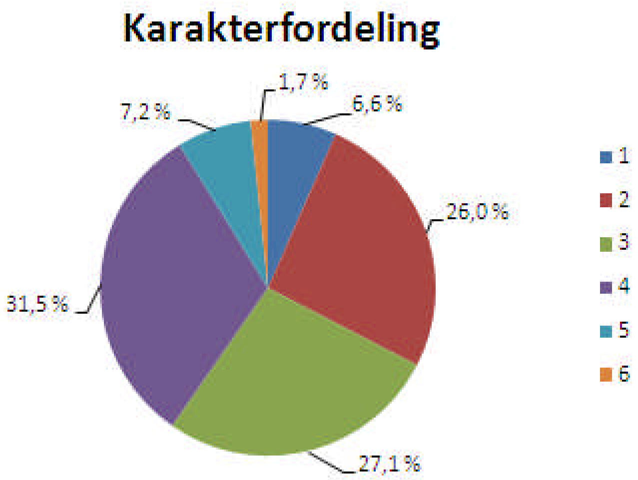
Oppgave 4

a) Jeg la datamaterialet inn i et regneark og laget et stolpediagram og et sektordiagram.

	A	B
1	Karakter	Elever
2	1	12
3	2	47
4	3	49
5	4	57
6	5	13
7	6	3

I denne oppgaven kan regneark være et hensiktsmessig hjelpemiddel.





b) 1) <u>Av sektordiagrammet ovenfor ser jeg at 6,6 % av elevene fikk karakteren 1.</u>

2) Jeg brukte regnearket. Se resultat og formeler nedenfor.

	A	B	C
1	Karakter	Elever	Produkt
2	1	12	12
3	2	47	94
4	3	49	147
5	4	57	228
6	5	13	65
7	6	3	18
8	Sum	181	564

Når det blir brukt regneark, skal det være med en utskrift av formler.

	A	B	C
1	Karakter	Elever	Produkt
2	1	12	=A2*B2
3	2	47	=A3*B3
4	3	49	=A4*B4
5	4	57	=A5*B5
6	5	13	=A6*B6
7	6	3	=A7*B7
8	Sum	=SUMMER(B2:B7)	=SUMMER(C2:C7)

Jeg kan da regne ut gjennomsnittskarakteren:

$$\frac{564}{181} = 3.12$$

<u>Gjennomsnittskarakteren er ca. 3.12.</u>

c) $$\frac{234 \cdot 3.42 + 564}{234 + 181} = 3.29$$

<u>Dersom vi ser disse to årene under ett, var gjennomsnittskarakteren ca. 3.29.</u>

Oppgave 5

a) Jeg bruker regneark og setter opp et månedsbudsjett for Siri. Jeg summerer inntekter og utgifter og finner overskudd/underskudd. Se nedenfor.

	A	B	C
1	**Månedsbudsjett for Siri**		
2			
3		Inntekter	Utgifter
4	Fra lånekassen	kr 8 290,00	
5	Husleie		kr 3 200,00
6	Læremateriell		kr 850,00
7	Reise		kr 600,00
8	Telefon		kr 350,00
9	Mat		kr 1 800,00
10	Klær		kr 800,00
11	Annet		kr 600,00
12	Sum	kr 8 290,00	kr 8 200,00
13			
14	Overskudd/Underskudd		kr 90,00
15			

Ved å bruke regneark blir budsjettet både oversiktlig og lett å lese.

b) For å sammenlikne de to beløpene må jeg ta hensyn til indeksene. Jeg løser to forholdslikninger ved hjelp av digitalt verktøy og finner ut hva hvert av beløpene ville tilsvart i basisåret.

Matematikklæreren:

$$\text{solve}\left(\frac{x}{100} = \frac{5180}{83.7}, x\right) \qquad x = 6188.77$$

Siri:

$$\text{solve}\left(\frac{x}{100} = \frac{8290}{123.1}, x\right) \qquad x = 6734.36$$

Som nevnt tidligere er det oppsettet av likningene som vi primært er ute etter her.

Det er viktig å vise hva man har gjort for å komme fram til den riktige løsningen.

<u>Dette viser at Siri hadde størst kjøpekraft i studietiden.</u>

c) Matematikklæreren fikk utbetalt 5 180 kroner. 600 av disse var stipend:

$$\frac{600}{5180} \cdot 100 \qquad = 11.583$$

Her er det viktig med forklarende tekst.

Siri fikk utbetalt 8290 kroner. 3 230 av disse var stipend:

$$\frac{3320}{8290} \cdot 100 \qquad = 40.048$$

<u>Stipendet utgjør 40,0 % for Siri, mens det bare utgjør 11,6 % for matematikklæreren.</u>

<u>Stipendandelen fra Lånekassen har økt kraftig i perioden fra 1990 til 2008.</u>

En konklusjon er påkrevd her.

Oppgave 6

a) 1) Av funksjonsuttrykket $f(x) = 18\ 000 \cdot 1{,}0425^x$ ser jeg at mormor satte inn 18 000 kroner, fordi $f(0) = 18\ 000 \cdot 1{,}0425^0 = 18\ 000$.
Jeg ser også at den årlige renten er på 4,25 % fordi vekstfaktoren er 1,0425.

<u>Mormor satte inn 18 000 kroner.</u>
<u>Den årlige renten er på 4,25 %.</u>

2) Jeg bruker digitalt verktøy, definerer funksjonen og regner ut $f(18)$ for å finne ut hvor mye penger det er på kontoen etter 18 år.

$$f(x) := 18000 \cdot 1.0425^x \qquad = \text{"Done"}$$

$$f(18) \qquad = 38075.15$$

Funksjonen defineres i CAS. Deretter regnes $f(18)$ ut. Dette er tilstrekkelig vist kompetanse.

<u>Etter 18 år er det ca. 38 075 kroner på kontoen.</u>

b) For å finne ut når beløpet passerer 30 000 kroner, kan jeg løse likningen $f(x) = 30000$

Jeg løser likningen ved hjelp av digitalt verktøy:

$$\text{solve}(f(x) = 30000, x)$$
$$x = 12.27$$

Husk at det er viktig med en konklusjon / forklarende tekst til slutt.

<u>Beløpet passerer 30 000 kroner i løpet av det 13. året.</u>

c) I utgangspunktet står det 10 000 kroner på kontoen. Etter 5 år står det 11 592,70 kroner på kontoen. Vekstfaktoren er $1 + \frac{p}{100}$.

For å finne den årlige renten løser jeg følgende likning ved hjelp av digitalt verktøy:

$$\text{solve}\left(10000 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^5 = 11592.70, p\right)$$
$$p = 3.00$$

Husk at det er viktig med konklusjon / forklarende tekst her.

<u>Den årlige renten på denne kontoen er 3,00 %.</u>

d) Jeg bruker digitalt verktøy og definerer en funksjon g som viser hvor mange penger det er på farfar sin konto etter x år.

$$g(x) := 10000 \cdot 1.03^x \quad = \text{"Done"}$$

Jeg løser så en likning for å finne ut når beløpene på de to kontoene til sammen vil passere 50 000 kroner.

$$\text{solve}(f(x) + g(x) = 50000, x)$$
$$x = 15.43$$

Ved bruk av grafisk kalkulator er det tilstrekkelig å lage en skisse og forklare hvilke funksjoner man har brukt.

Her brukes CAS, og samme kompetanse må sies å komme fram.

<u>I løpet av det 16. året vil beløpene på de to kontoene til sammen passere 50 000 kroner.</u>

Oppgave 7

Alternativ I

a) $$\frac{(a^3)^4 \cdot a \cdot b^2}{2 \cdot a \cdot b^3} = \frac{.50 \cdot a^{12}}{b}$$

Når oppgaven er formulert slik, kan CAS-verktøy benyttes. Det er viktig å være oppmerksom på at CAS-verktøy ikke alltid gir en korrekt notasjon.

Her bruker jeg digitalt verktøy og finner at uttrykket skrives som $\underline{\dfrac{0,5a^{12}}{b}}$

Jeg skriver om for å unngå desimaltall i brøken og får $\underline{\underline{\dfrac{a^{12}}{2b}}}$

b) Jeg bruker digitalt verktøy og setter opp uttrykket som er gitt i oppgaven. Jeg legger inn verdier for skilengde og vekt, og løser likningen for å finne høyden, *h*

$$\text{solve}(265 = 0.9 \cdot h + 1.5 \cdot 68, h)$$

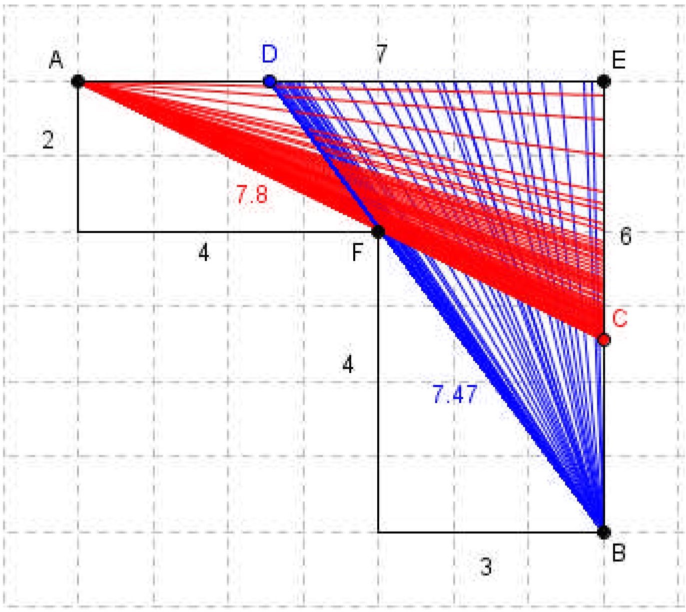
$$h = 181.11$$

<u>Skihopperen må være høyere enn 181 cm.</u>

Likningen blir ganske enkel til slutt. Det vi først og fremst ser etter her, er at eleven setter inn de riktige tallene i likningen.

Alternativ II

Først tegner jeg figuren i dynamisk geometriprogram. Jeg definerer punktet C som et punkt på BE og punktet D som et punkt på AE. Så trekker jeg linjene AC og BD og prøver meg litt fram.



Her er det hensiktsmessig å bruke et dynamisk geometriprogram.

Det kreves en forklaring på hva man har gjort i det digitale verktøyet, og hvordan man har kommet fram til en konklusjon.

Jeg beveger punktet C fra E mot B, samtidlig som jeg måler avstanden AC. Se "spor endringer" med rødt. Jeg beveger punktet D fra E mot A og måler BD på samme måte. Se spor endringer med blått.

Jeg ser da at AC blir den lengste rette linjen når C har kommet så nær B at linjen AC går gjennom F. Denne linjen blir da ca. 7,8 m.

<u>Den lengste linjen som kan trekkes, er ca. 7,8 m.</u>