

Eksamen

25.11.2015

MAT1015 Matematikk 2P

Ny eksamensordning

Del 1:

2 timer (uten hjelpemiddel) /
2 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:

3 timer (med hjelpemiddel) /
3 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Grafteiknar/Graftegrner
- Rekneark/Regneark

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 10 oppgåver. Del 2 har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Jordkloden: http://laholmutangranser.com/tag/fn/ (24.02.2015)• Varmekjelder: http://www.tu.no/kraft/2015/01/14/her-fyrer-man-mest-med-ved-i-norge (25.02.2015)• Nina: http://www.vg.no/nyheter/innenriks/vaer-og-uvaer/her-blaaste-nina-mest/a/23371898/ (11.01.2015)• BSU: https://www.sparebank1.no (26.02.2015)• Andre bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (1 poeng)

Prisen på ei vare er sett ned med 30 %. I dag kostar vara 280 kroner.

Kor mykje kosta vara før prisen blei sett ned?

Oppgåve 2 (1 poeng)

Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$3,4 \cdot 10^9 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}$$

Oppgåve 3 (1 poeng)

Rekn ut

$$\frac{4^3 \cdot 2^{-6}}{4^0 \cdot 2^{-2}}$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

For 10 år sidan vann Lea i Lotto. Ho oppretta ein konto i banken og sette inn heile gevinsten. Beløpet har stått urørt på kontoen sidan. Renta har heile tida vore 3,2 % per år.

I dag har Lea 500 138 kroner på kontoen.

Set opp eit uttrykk som du kan bruke til å rekne ut kor stor gevinsten til Lea var.

Oppgave 5 (2 poeng)



Omkretsen av jordkloden ved ekvator er ca. 40 000 km. Tenk deg at vaksne og barn står hand i hand og dannar ein ring rundt jordkloden. Kvar person femner i gjennomsnitt 1,6 m.

Omtrent kor mange personar må stå hand i hand for å nå rundt jordkloden ved ekvator? Skriv svaret på standardform.

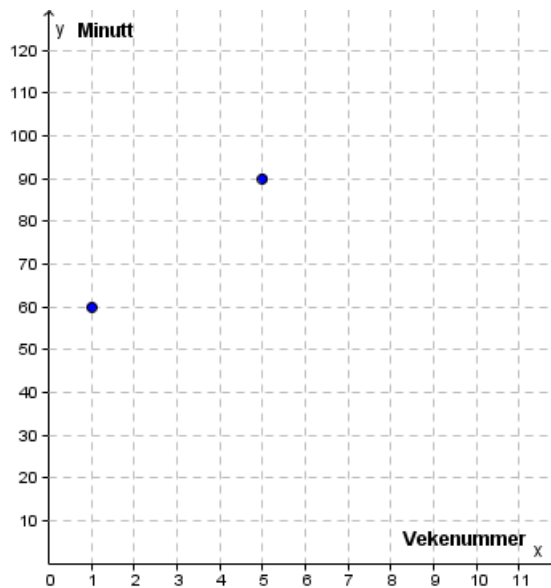
Oppgave 6 (3 poeng)

Alder	Bedrift A Frekvens	Bedrift B Frekvens
$[20, 40)$	52	35
$[40, 60)$	36	45
$[60, 70)$	12	20
Sum	100	100

Kvar av dei to bedriftene A og B har 100 tilsette. Tabellen ovanfor viser aldersfordelinga for dei tilsette i bedriftene.

- I kva bedrift er medianalderen lågast? Grunngi svaret.
- Bestem gjennomsnittsalderen for dei tilsette i bedrift B.

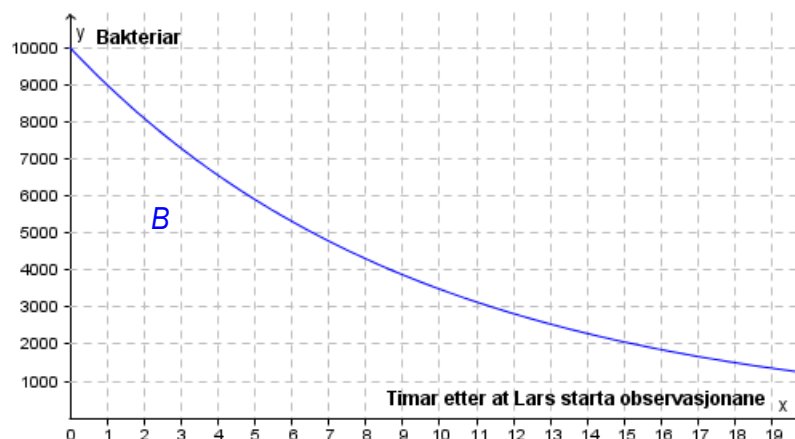
Oppgave 7 (3 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor har Liv markert kor mange minutt ho trente i veke 1 og i veke 5. Liv har som mål at talet på minutt ho trener, skal auke lineært for kvar veke.

- Bestem ein modell som Liv kan bruke for å rekne ut kor mange minutt ho må trene kvar veke framover.
- Kor mange timar må ho trene i veke 40 ifølgje denne modellen?

Oppgave 8 (2 poeng)



Lars observerer ein bakteriekultur. Frå han starta observasjonane, har talet på bakteriar minka eksponentielt. Sjå grafen til funksjonen B ovanfor.

Bestem vekstfaktoren og set opp uttrykket for $B(x)$

Oppgåve 9 (5 poeng)

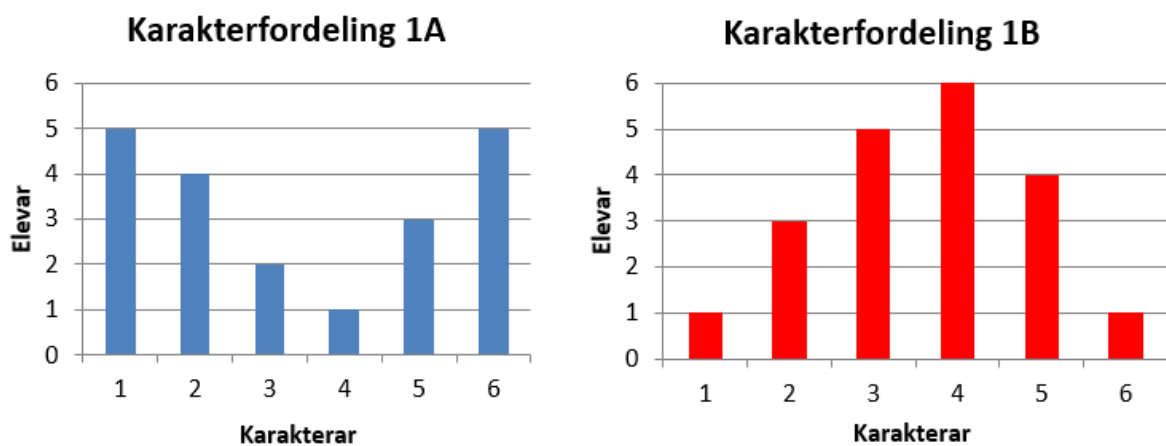
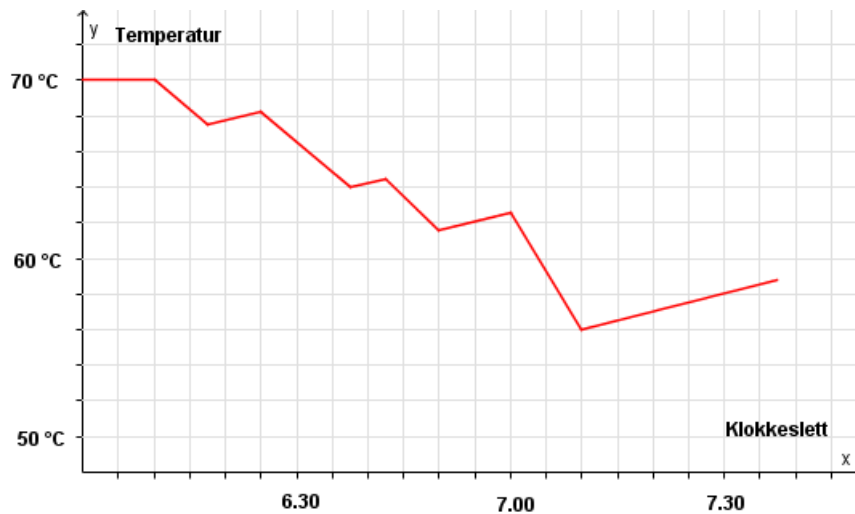


Diagramma ovanfor viser korleis karakterane i klasse 1A og 1B fordelte seg ved den f rre matematikkpr va.

- Bestem gjennomsnittskarakteren i kvar av dei to klassane.
- I kva klasse er standardavviket for karakterfordelinga størst? Grunngi svaret.
- Bestem den kumulative frekvensen for karakteren 3 i kvar av dei to klassane.
- Bestem den relative frekvensen for karakteren 6 i kvar av dei to klassane.

Oppgave 10 (4 poeng)



Hos familien Vassdal er termostaten i varmtvasstanken sett til 70°C . Når familien bruker varmtvatn frå tanken, renn kaldt vatn inn, og gjennomsnittstemperaturen på vatnet i tanken minkar. Varmeelementet slår seg da automatisk på, og vatnet blir varma opp igjen.

Grafen ovanfor viser korleis temperaturen i tanken varierte ein morgon. Det varme vatnet blei berre brukt til å dusje.

a) Kor mange familiemedlemmer dusja denne morgonen?

Dottera Vanda var den som brukte lengst tid i dusjen.

b) Kor lenge dusja ho?

Da familien forlét heimen klokka 7.30, var temperaturen i varmtvasstanken 58°C .

c) Kor lang tid tok det før temperaturen hadde stige til 70°C igjen?

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgave 1 (3 poeng)

	Oslo	Østlandet for øvrig	Sør- Norge	Vestlandet	Midt- Norge	Nord- Norge
Elektriske ovner	59.7%	36.6%	30.4%	32.4%	34.2%	36.5%
Varmepumpe	8.3%	18.0%	25.5%	33.2%	33.8%	27.7%
Vannbåren varme	7.3%	9.3%	8.1%	6.4%	4.0%	5.0%
Sentralvarme	12.6%	4.8%	3.1%	2.8%	0.4%	7.5%
Vedfyring	5.3%	26.8%	28.3%	19.9%	19.6%	22.0%
Annet eller vet ikke	6.8%	4.5%	4.6%	5.3%	8.0%	1.3%

Tabellen overfor gir ei oversikt over dei viktigaste varmekjeldene for husstandar i ulike delar av Noreg.

Bruk rekneark til å lage **eitt** diagram der du presenterer opplysningane i tabellen på ein oversiktleg måte.

Oppgave 2 (7 poeng)

Funksjonane G og J gitt ved

$$G(x) = 0,0030x^3 - 0,088x^2 + 1,17x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$J(x) = 0,0017x^3 - 0,057x^2 + 0,93x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser korleis vekta til to babyar, Geir og Janne, utvikla seg det første leveåret.

Geir vog $G(x)$ kilogram, og Janne vog $J(x)$ kilogram x månader etter fødselen.

- Bruk grafteiknar til å teikne grafen til G og grafen til J i same koordinatsystem.
- Kor mange kilogram la kvar av dei to babyane på seg i løpet av det første leveåret?
- Kor mange månader gjekk det før kvar av dei to babyane hadde dubla fødselsvekta si?
- Bestem $\frac{G(12) - G(0)}{12}$ og $\frac{G(2) - G(0)}{2}$

Kva fortel desse svara om vekta til Geir?

Oppgave 3 (6 poeng)

Tabellen nedanfor viser kor mange nye elbilar som blei selde i Hordaland i 2010 og 2014.

År	2010	2014
Nye elbilar	26	2962

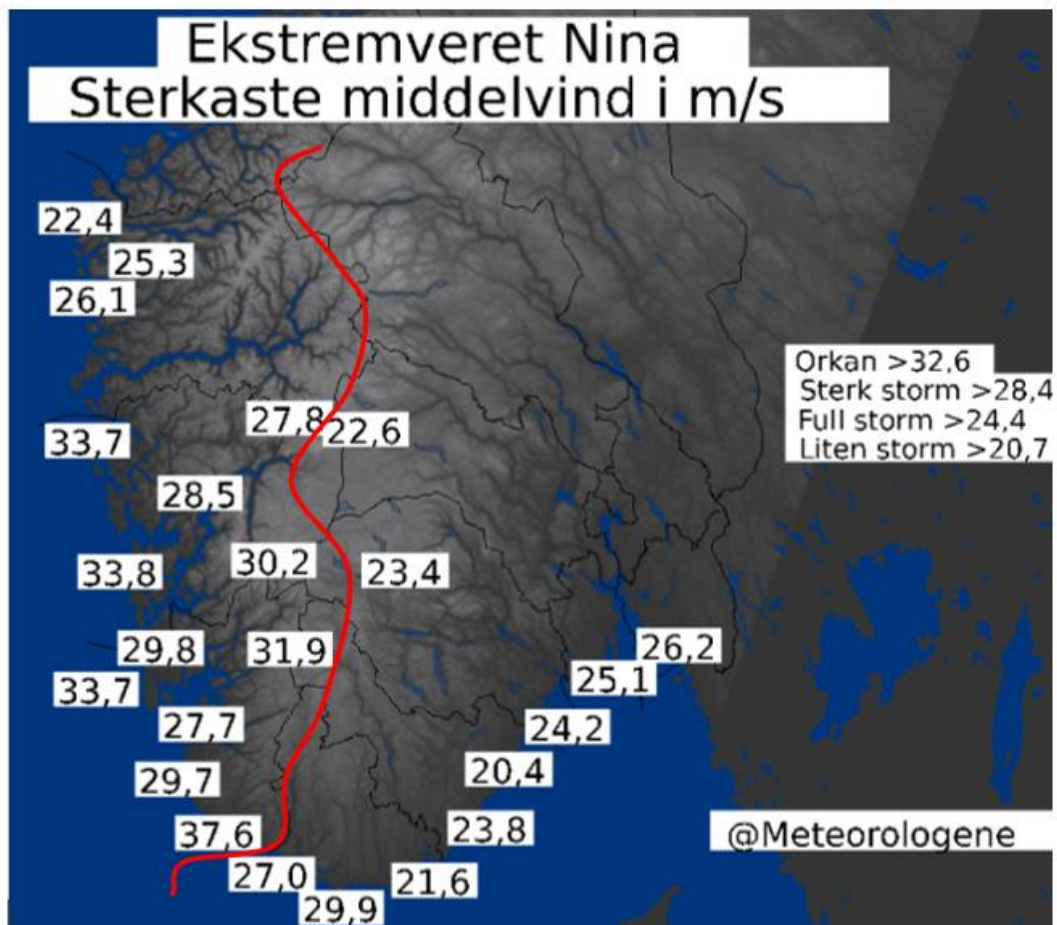
- La x vere talet på år etter 2010. Bruk opplysningane i tabellen til å bestemme ein eksponentiell modell $f(x)$ for elbilsalet i Hordaland.
- Kor mange prosent steig elbilsalet per år i perioden frå 2010 til 2014 ifølgje modellen frå oppgåve a)?



Diagrammet ovanfor viser utviklinga i salet av nye elbilar i Hordaland i perioden 2010–2014.

- Gjer berekningar og vurder om modellen frå oppgåve a) er ein god modell for å beskrive denne utviklinga.

Oppgåve 4 (4 poeng)




Figuren ovenfor viser sterkaste middelvind ulike stader i Sør-Noreg under ekstremværet «Nina» i januar 2015.

Vi lar den raude streken vere skiljet mellom Vestlandet og Sør-Austlandet.

- Bruk rekneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for sterkaste middelvind på Vestlandet og sterkaste middelvind på Sør-Austlandet.
- Kva fortel svara i oppgåve a) om sterkaste middelvind på Vestlandet samanlikna med sterkaste middelvind på Sør-Austlandet?

Oppgave 5 (4 poeng)





Hva er BSU?

BSU står for boligsparing for ungdom, og er den smarteste boligsparingen for deg under 34 år.

Sparer du 25 000 kroner i åtte år, får du totalt ca. 47 000 kroner i renter

NB! Illustrasjonen er basert på en effektiv rente på 4,7 %.



47 000 i renter
200 000 i sparepenger

Tenk deg at du opprettar ein BSU-konto 1. januar neste år og set inn 25 000 kroner. Du set inn 25 000 kroner 1. januar dei neste sju åra også. Renta er 4,7 % per år.

- Lag eit rekneark som gir ei oversikt over kor mykje du vil ha på kontoen ved slutten av **kvart år** desse åtte åra.
- Kor mykje vil du få til saman i renter i løpet av desse åtte åra?

Oppgave 6 (6 poeng)

Tenk deg at du har lånt pengar i banken og vil betale tilbake lånet med termin éin gong i året.

Set

- lånesummen lik L kroner
- renta lik p prosent per år, slik at vekstfaktoren blir $v = 1 + \frac{p}{100}$

Dersom du betaler tilbake lånet i løpet av x terminar, er terminbeløpet $T(x)$ kroner gitt ved

$$T(x) = \frac{L \cdot (v - 1) \cdot v^x}{v^x - 1}$$

Du tek opp eit lån på 1 000 000 kroner med rente 3,5 % per år.

a) Vis at terminbeløpet er gitt ved

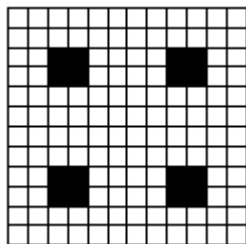
$$T(x) = \frac{35000 \cdot 1,035^x}{1,035^x - 1}$$

- b) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til T for $x \geq 1$
- c) Bestem terminbeløpet dersom du vil betale tilbake lånet i løpet av 20 terminar.
- d) Kor lang tid vil det ta å betale tilbake lånet dersom du betaler 50 000 kroner kvar termin?

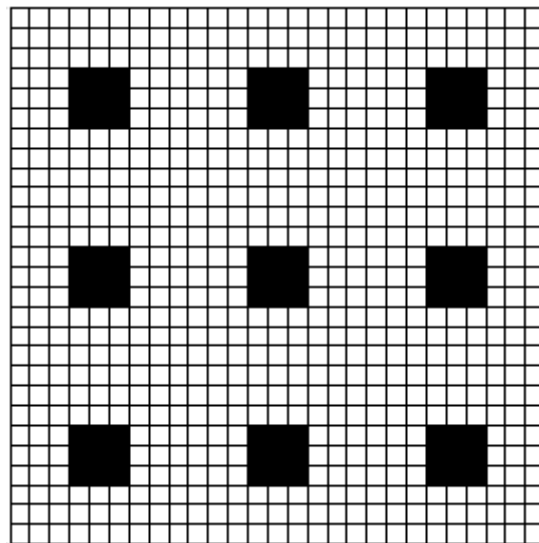
Oppgave 7 (6 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovanfor ser du dei tre første figurane i ein serie som kan fortsetjast. Dei store kvadrata er sette saman av kvite og svarte kvadrat. Kvart av dei kvite kvadrata har areal lik 1. Dei svarte kvadrata har areal som aukar i storleik.

- Bestem det totale arealet av dei svarte kvadrata i den neste figuren, figur 4.
- Set opp eit uttrykk som viser det totale arealet av dei svarte kvadrata i figur n uttrykt ved n .

Talet på kvite kvadrat i den nedste rada i kvar figur kan uttrykkjast med eit andregradsuttrykk $S(n)$

- Bestem $S(n)$
- Set opp eit uttrykk for det totale arealet av dei kvite kvadrata i figur n uttrykt ved n .

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 10 oppgaver. Del 2 har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Jordkloden: http://laholmutangranser.com/tag/fn/ (24.02.2015)• Varmekilder: http://www.tu.no/kraft/2015/01/14/her-fyrer-man-mest-med-ved-i-norge (25.02.2015)• Nina: http://www.vg.no/nyheter/innenriks/vaer-og-uvaer/her-blaaste-nina-mest/a/23371898/ (11.01.2015)• BSU: https://www.sparebank1.no (26.02.2015)• Andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (1 poeng)

Prisen på en vare er satt ned med 30 %. I dag koster varen 280 kroner.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

Oppgave 2 (1 poeng)

Regn ut og skriv svaret på standardform

$$3,4 \cdot 10^9 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3}$$

Oppgave 3 (1 poeng)

Regn ut

$$\frac{4^3 \cdot 2^{-6}}{4^0 \cdot 2^{-2}}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

For 10 år siden vant Lea i Lotto. Hun opprettet en konto i banken og satte inn hele gevinsten. Beløpet har stått urørt på kontoen siden. Renten har hele tiden vært 3,2 % per år.

I dag har Lea 500 138 kroner på kontoen.

Sett opp et uttrykk som du kan bruke til å regne ut hvor stor gevinsten til Lea var.

Oppgave 5 (2 poeng)



Omkretsen av jordkloden ved ekvator er ca. 40 000 km. Tenk deg at voksne og barn står hånd i hånd og danner en ring rundt jordkloden. Hver person favner i gjennomsnitt 1,6 m.

Omtrent hvor mange personer må stå hånd i hånd for å nå rundt jordkloden ved ekvator? Skriv svaret på standardform.

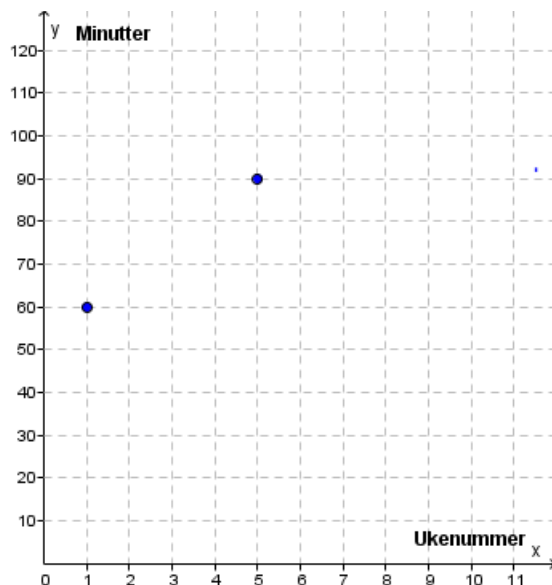
Oppgave 6 (3 poeng)

Alder	Bedrift A Frekvens	Bedrift B Frekvens
$[20, 40)$	52	35
$[40, 60)$	36	45
$[60, 70)$	12	20
Sum	100	100

Hver av de to bedriftene A og B har 100 ansatte. Tabellen ovenfor viser aldersfordelingen for de ansatte i bedriftene.

- I hvilken bedrift er medianalderen lavest? Grunngi svaret.
- Bestem gjennomsnittsalderen for de ansatte i bedrift B.

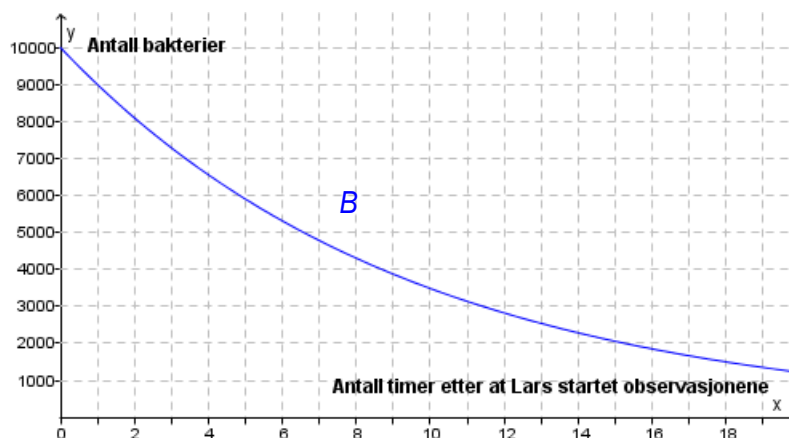
Oppgave 7 (3 poeng)



I koordinatsystemet ovenfor har Liv markert hvor mange minutter hun trente i uke 1 og i uke 5. Liv har som mål at antall minutter hun trener, skal øke lineært for hver uke.

- Bestem en modell som Liv kan bruke for å regne ut hvor mange minutter hun må trene hver uke framover.
- Hvor mange timer må hun trene i uke 40 ifølge denne modellen?

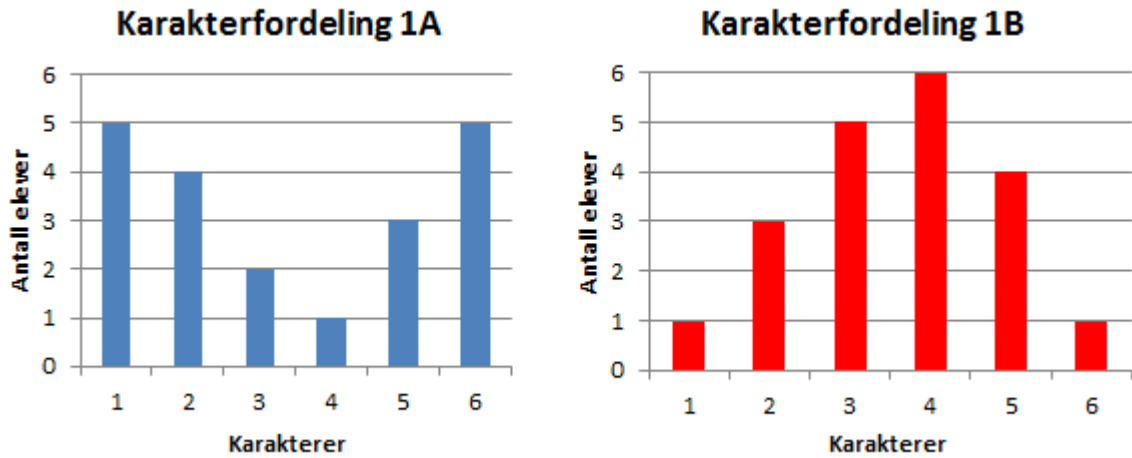
Oppgave 8 (2 poeng)



Lars observerer en bakteriekultur. Fra han startet observasjonene, har antall bakterier avtatt eksponentielt. Se grafen til funksjonen B ovenfor.

Bestem vekstfaktoren og sett opp uttrykket for $B(x)$

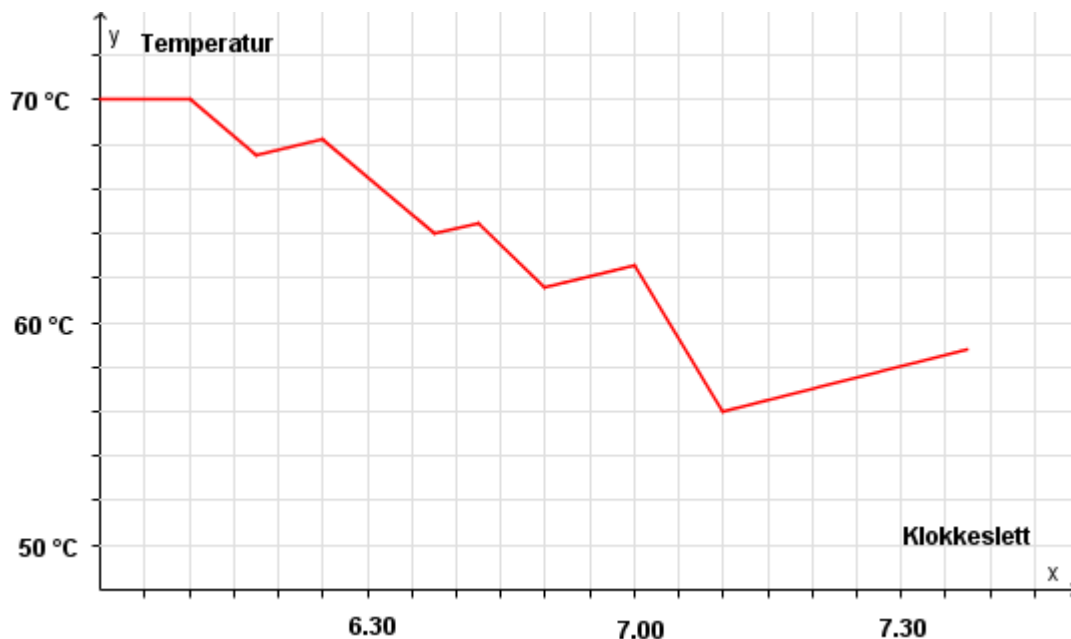
Oppgave 9 (5 poeng)



Diagrammene ovenfor viser hvordan karakterene i klasse 1A og 1B fordelte seg ved forrige matematikkprøve.

- Bestem gjennomsnittskarakteren i hver av de to klassene.
- I hvilken klasse er standardavviket for karakterfordelingen størst? Grunngi svaret.
- Bestem den kumulative frekvensen for karakteren 3 i hver av de to klassene.
- Bestem den relative frekvensen for karakteren 6 i hver av de to klassene.

Oppgave 10 (4 poeng)



Hos familien Vassdal er termostaten i varmtvannstanken satt til 70 °C. Når familien bruker varmtvann fra tanken, renner kaldt vann inn, og gjennomsnittstemperaturen på vannet i tanken avtar. Varmeelementet slår seg da automatisk på, og vannet varmes opp igjen.

Grafen ovenfor viser hvordan temperaturen i tanken varierte en morgen. Det varme vannet ble bare brukt til å dusje.

a) Hvor mange familiemedlemmer dusjet denne morgenen?

Datteren Vanda var den som brukte lengst tid i dusjen.

b) Hvor lenge dusjet hun?

Da familien forlot hjemmet klokka 7.30, var temperaturen i varmtvannstanken 58 °C.

c) Hvor lang tid tok det før temperaturen var steget til 70 °C igjen?

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

	Oslo	Østlandet for øvrig	Sør- Norge	Vestlandet	Midt- Norge	Nord- Norge
Elektriske ovner	59.7%	36.6%	30.4%	32.4%	34.2%	36.5%
Varmepumpe	8.3%	18.0%	25.5%	33.2%	33.8%	27.7%
Vannbåren varme	7.3%	9.3%	8.1%	6.4%	4.0%	5.0%
Sentralvarme	12.6%	4.8%	3.1%	2.8%	0.4%	7.5%
Vedfyring	5.3%	26.8%	28.3%	19.9%	19.6%	22.0%
Annet eller vet ikke	6.8%	4.5%	4.6%	5.3%	8.0%	1.3%

Tabellen ovenfor gir en oversikt over de viktigste varmekildene for husstander i ulike deler av Norge.

Bruk regneark til å lage **ett** diagram der du presenterer opplysningene i tabellen på en oversiktlig måte.

Oppgave 2 (7 poeng)

Funksjonene G og J gitt ved

$$G(x) = 0,0030x^3 - 0,088x^2 + 1,17x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

$$J(x) = 0,0017x^3 - 0,057x^2 + 0,93x + 3,7 \quad 0 \leq x \leq 12$$

viser hvordan vekten til to babyer, Geir og Janne, utviklet seg det første leveåret.

Geir veide $G(x)$ kilogram, og Janne veide $J(x)$ kilogram x måneder etter fødselen.

- Bruk graftegner til å tegne grafen til G og grafen til J i samme koordinatsystem.
- Hvor mange kilogram la hver av de to babyene på seg i løpet av det første leveåret?
- Hvor mange måneder gikk det før hver av de to babyene hadde doblet fødselsvekten sin?
- Bestem $\frac{G(12) - G(0)}{12}$ og $\frac{G(2) - G(0)}{2}$

Hva forteller disse svarene om vekten til Geir?

Oppgave 3 (6 poeng)

Tabellen nedenfor viser hvor mange nye elbiler som ble solgt i Hordaland i 2010 og 2014.

År	2010	2014
Antall nye elbiler	26	2962

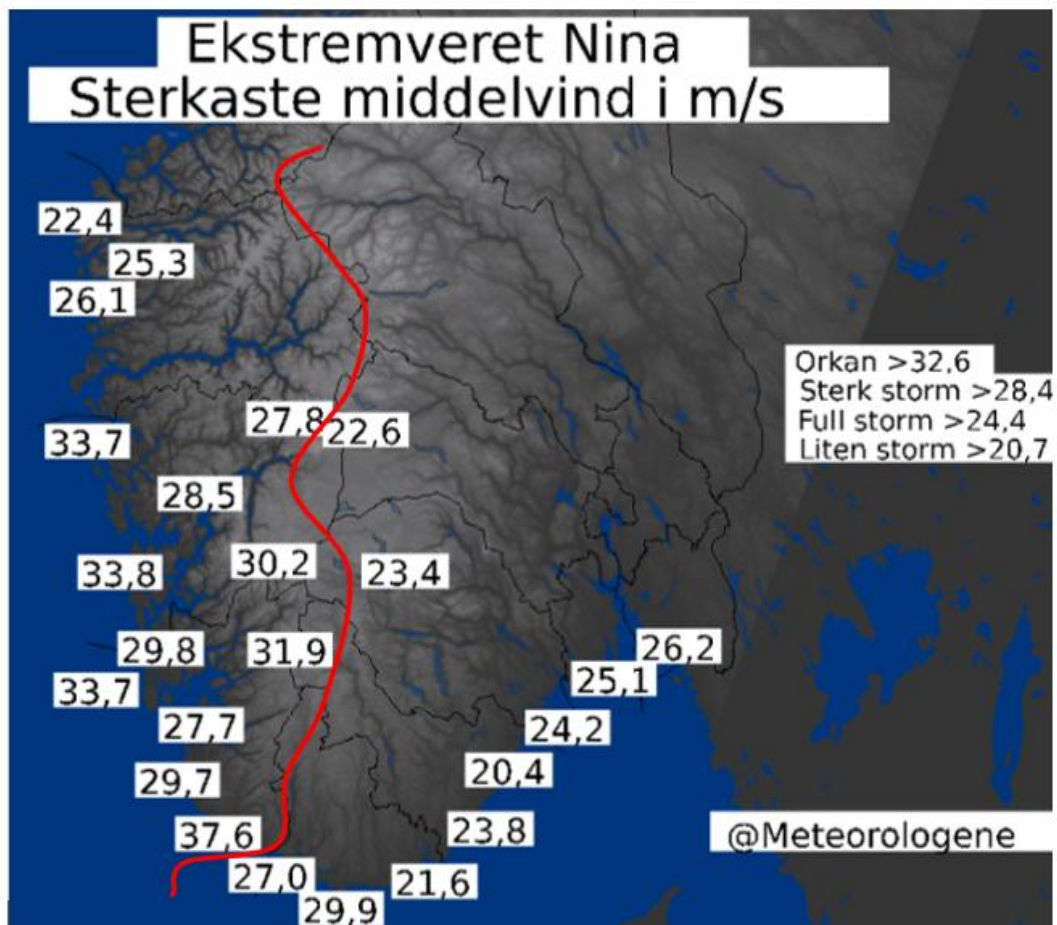
- La x være antall år etter 2010. Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en eksponentiell modell $f(x)$ for elbilsalget i Hordaland.
- Hvor mange prosent steg elbilsalget per år i perioden fra 2010 til 2014 ifølge modellen fra oppgave a)?



Diagrammet ovenfor viser utviklingen i salget av nye elbiler i Hordaland i perioden 2010–2014.

- Gjør beregninger og vurder om modellen fra oppgave a) er en god modell for å beskrive denne utviklingen.

Oppgave 4 (4 poeng)



Figuren ovenfor viser sterkeste middelvind ulike steder i Sør-Norge under ekstremværet «Nina» i januar 2015.

Vi lar den røde streken være skillet mellom Vestlandet og Sør-Østlandet.

- Bruk regneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for sterkeste middelvind på Vestlandet og sterkeste middelvind på Sør-Østlandet.
- Hva forteller svarene i oppgave a) om sterkeste middelvind på Vestlandet sammenliknet med sterkeste middelvind på Sør-Østlandet?

Oppgave 5 (4 poeng)




Hva er BSU?

BSU står for boligsparing for ungdom, og er den smarteste boligsparingen for deg under 34 år.

Sparer du 25 000 kroner i åtte år, får du totalt ca. 47 000 kroner i renter

NB! Illustrasjonen er basert på en effektiv rente på 4,7 %.



Kategori	Beløp
i renter	47 000
i sparepenger	200 000

Tenk deg at du oppretter en BSU-konto 1. januar neste år og setter inn 25 000 kroner. Du setter inn 25 000 kroner 1. januar de neste sju årene også. Renten er 4,7 % per år.

- Lag et regneark som gir en oversikt over hvor mye du vil ha på kontoen ved slutten av **hvert år** disse åtte årene.
- Hvor mye vil du få til sammen i renter i løpet av disse åtte årene?

Oppgave 6 (6 poeng)

Tenk deg at du har lånt penger i banken og vil betale tilbake lånet med termin én gang i året.

Sett

- lånesummen lik L kroner
- renten lik p prosent per år, slik at vekstfaktoren blir $v = 1 + \frac{p}{100}$

Dersom du betaler tilbake lånet i løpet av x terminer, er terminbeløpet $T(x)$ kroner gitt ved

$$T(x) = \frac{L \cdot (v - 1) \cdot v^x}{v^x - 1}$$

Du tar opp et lån på 1 000 000 kroner med rente 3,5 % per år.

a) Vis at terminbeløpet er gitt ved

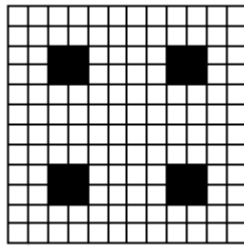
$$T(x) = \frac{35000 \cdot 1,035^x}{1,035^x - 1}$$

- b) Bruk graftegner til å tegne grafen til T for $x \geq 1$
- c) Bestem terminbeløpet dersom du vil betale tilbake lånet i løpet av 20 terminer.
- d) Hvor lang tid vil det ta å betale tilbake lånet dersom du betaler 50 000 kroner hver termin?

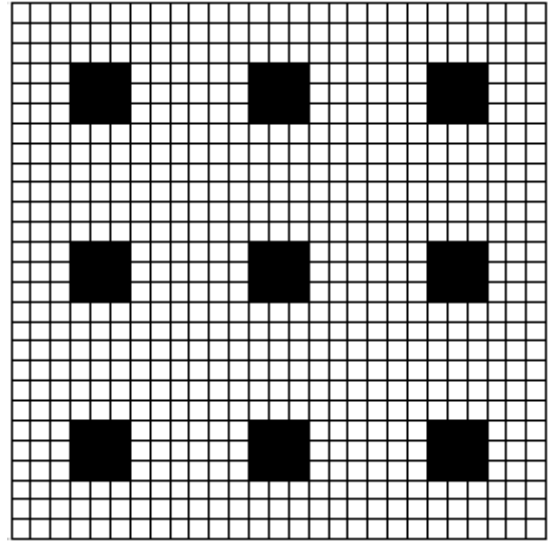
Oppgave 7 (6 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du de tre første figurene i en serie som kan fortsettes. De store kvadratene er sammensatt av hvite og svarte kvadrater. Hvert av de hvite kvadratene har areal lik 1. De svarte kvadratene har areal som øker i størrelse.

- Bestem det totale arealet av de svarte kvadratene i den neste figuren, figur 4.
- Sett opp et uttrykk som viser det totale arealet av de svarte kvadratene i figur n uttrykt ved n .

Antall hvite kvadrater i den nederste raden i hver figur kan uttrykkes med et andregradsuttrykk $S(n)$

- Bestem $S(n)$
- Sett opp et uttrykk for det totale arealet av de hvite kvadratene i figur n uttrykt ved n .

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no