

Eksamen

27.05.2015

MAT1015 Matematikk 2P

Ny eksamensordning

Del 1:

2 timar (utan hjelpemiddel) /
2 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:

3 timar (med hjelpemiddel) /
3 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Grafteiknar/graftegner
- Rekneark/regneark

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgåver. Del 2 har 7 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og rekneark skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar– vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Bilete, teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (2 poeng)

Dag	Temperatur
Måndag	4 °C
Tysdag	10 °C
Onsdag	12 °C
Torsdag	5 °C
Fredag	6 °C
Laurdag	

Tabellen ovanfor viser korleis temperaturen har variert i løpet av nokre dagar.

Kva må temperaturen vere på laurdag dersom medianen av målingane skal bli 7 °C ?

Oppgave 2 (1 poeng)

Ei vare kostar i dag 240 kroner. Prisen er da sett ned med 20 %.

Kor mykje kosta vara før prisen blei sett ned?

Oppgave 3 (2 poeng)

Forskarar går ut frå at universet er ca. 14 milliardar år gammalt.

a) Skriv 14 milliardar på standardform.

I eitt år er det ca. 32 millionar sekund.

b) Omtrent kor mange sekund gammalt er universet?
Skriv svaret på standardform.

Oppgave 4 (2 poeng)

Rekn ut

a) $\frac{3^2 - 2^3}{2^0 \cdot 4}$

b) $\frac{(6a)^2 \cdot b^2}{9a \cdot b^{-2}}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Talet på elevar ved ein skole har gått ned lineært dei siste 10 åra. For 10 år sidan var det 1 400 elevar ved skolen. No er det 1 340 elevar ved skolen.

a) Bestem ein modell som viser utviklinga desse 10 åra.

Dei neste åra reknar ein med at talet på elever vil gå ned med 0,5 % per år.

b) Bestem ein modell som viser kor mange elevar det vil vere ved skolen om x år.

Oppgave 6 (6 poeng)

Alder	Frekvens
$[20, 30)$	10
$[30, 40)$	20
$[40, 50)$	30
$[50, 70)$	40

Tabellen ovanfor viser aldersfordelinga for lærarane ved ein skole.

a) Bestem gjennomsnittsalderen for lærarane ved skolen.

b) Lag eit histogram som viser aldersfordelinga for lærarane.

c) Utvid tabellen med ein kolonne som viser relativ frekvens, og ein kolonne som viser kumulativ frekvens.

Oppgåve 7 (6 poeng)

Karl står på balkongen og kastar ein ball opp i lufta. Etter t sekund er ballen tilnærma $h(t)$ meter over bakken, der

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 15$$

a) Fyll ut tabellen nedanfor

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$h(t)$		18,75		18,75		8,75	

b) Teikn grafen til h .

c) Gi ei praktisk tolking av verdiane av $h(0)$ og $h(3)$.

Oppgåve 8 (3 poeng)

Sigurd er 30 km frå heimen sin. Han sykklar heimover med ein konstant fart på 12 km/h.

Lag ei grafisk framstilling som viser samanhengen mellom talet på timar og talet på kilometer han er heimanfrå.

Kor lang tid tek det f r han kjem heim?

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Per, Pål og Espen skal låne 3 000 kroner kvar. Låna skal betalast tilbake etter seks månader. Dei får desse vilkåra:

- Per får tilbod om å betale tilbake 3 450 kroner etter seks månader.
- Pål får tilbod om ei månedleg rente på 2,2 %.
- Espen får tilbod om ei månedleg rente på 1,8 % og eit etableringsgebyr på 100 kroner.

Gjer berekningar, og avgjer kven som får det beste tilbodet.

Oppgåve 2 (4 poeng)

Tabellen nedanfor viser talet på kvinnelege studentar i Noreg nokre utvalde år.

År	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
Kvinnelege studentar	53553	58237	59562	63292	62957	68391	73332

La $x = 0$ svare til år 2000, $x = 1$ til år 2001, og så vidare.

- a) Bruk opplysningane i tabellen til å bestemme ein lineær modell som viser korleis talet på kvinnelege studentar har utvikla seg i denne perioden.
- b) Kor stor har auken i talet på kvinnelege studentar vore i gjennomsnitt per år i denne perioden?

Gå ut frå at denne utviklinga held fram i åra som kjem.

- c) I kva år vil talet på kvinnelege studentar passere 85 000?

Oppgave 3 (3 poeng)

Tala nedanfor viser temperaturen målt i grader celsius klokka 16 den 30. juni dei siste 20 åra i by A.

20 18 20 19 19 21 20 22 22 18 17 18 22 19 21 20 22 22 21 17

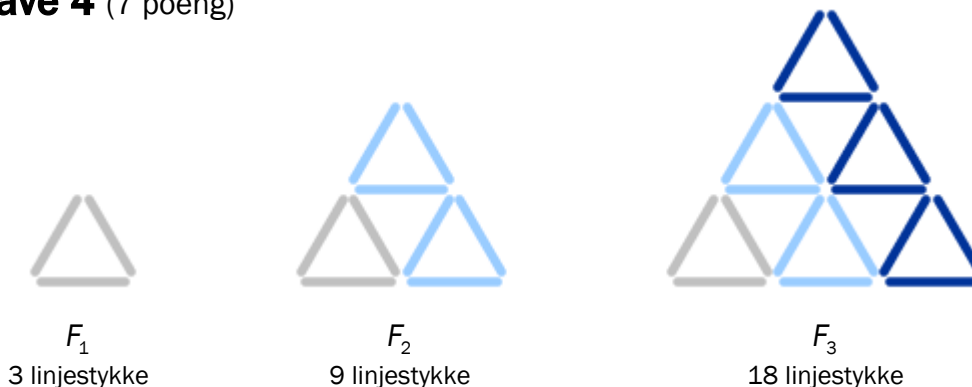
a) Bruk rekneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

Tilsvarende data er samla inn i by B. Gjennomsnittet her er $20,8\text{ }^{\circ}\text{C}$, og standardavviket er $3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Nokon planlegg eit større utearrangement 30. juni neste år og er avhengige av varmt vêr. Arrangementet skal vere anten i by A eller i by B.

b) Kva råd vil du gi arrangørane ut frå dei oppgitte dataa?

Oppgave 4 (7 poeng)



Ovanfor ser du tre figurar F_1 , F_2 og F_3 . Tenk deg at du skal halde fram med å lage figurar etter same mønster.

- a) Kor mange linjestykke vil det vere i F_4 ?
- b) Forklar korleis talet på linjestykke endrar seg frå figur til figur, og lag eit rekneark som gir ei oversikt over talet på linjestykke i dei 20 første figurane F_1, F_2, \dots, F_{20}

Talet på linjestykke i figur F_n kan skrivast som eit andregradsuttrykk.

- c) Bruk regresjon til å bestemme dette andregradsuttrykket.
- d) Bruk andregradsuttrykket du fann i oppgave c) til å bestemme kor mange linjestykke det vil vere i F_{20}

Oppgave 5 (6 poeng)

Du skal kjøpe ny sykkel, og du vil forsikre han. Dersom sykkelen blir stolen, må du betale 2000 kroner i eigendel på forsikringa.

Gå ut frå at sykkelen kostar P kroner som ny. Dersom sykkelen blir stolen før det har gått eit år, vil du få utbetalt $(P - 2000)$ kroner i erstatning frå forsikringssselskapet. Erstatninga minkar med 10 % per år.

- a) Forklar at $F(x) = (P - 2000) \cdot 0,9^x$ er ein modell for kor mykje du får utbetalt dersom sykkelen blir stolen etter x år.

Du vel å kjøpe ein sykkel som kostar 10 000 kroner.

- b) Kor mykje får du utbetalt dersom sykkelen blir stolen etter 7 år?

For å forsikre sykkelen må du betale 150 kroner i forsikringspremie per år. Gå ut frå at sykkelen blir stolen etter x år.

- c) Set opp ein modell som viser kor mykje du totalt sit igjen med når du tek omsyn til det du har betalt i forsikringspremie i løpet av desse x åra.

Vennen din Ronny meiner at du bør seie opp forsikringsavtalen etter 13 år.

- d) Ta utgangspunkt i modellen du fann i oppgave c) og kommenter utsegna til Ronny.

Oppgave 6 (6 poeng)

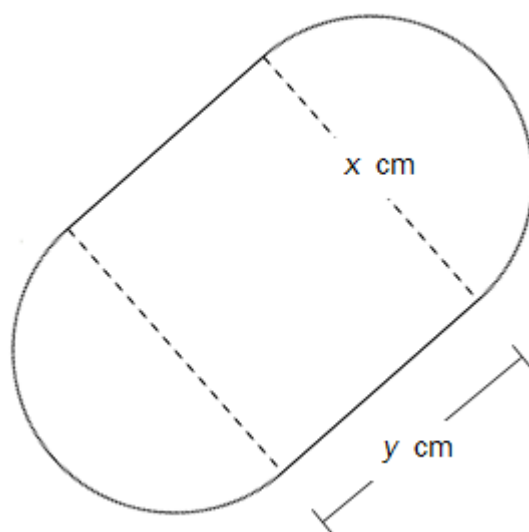
Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0,0000028x^3 + 0,001x^2 - 0,025x + 3,8 \quad 0 \leq x \leq 300$$

viser temperaturen $f(x)$ grader celsius i sjøen ein stad på Sørlandet x dagar etter 31. desember 2013.

- a) Bruk grafteiknar til å teikne grafen til f .
- b) Bestem forskjellen mellom høgaste og lågaste temperatur.
- c) Bestem $f(100)$ og den momentane vekstfarten til f når $x = 100$.
Kva fortel desse svara?

Oppgave 7 (6 poeng)



Tenk deg at du skal lage ein boks. Botnen og toppen av boksen skal vere sette saman av eit rektangel og to halvsirkklar og ha form som vist på figuren over. Sideflata skal stå vinkelrett på topp og botn. Set breidda i rektangelet lik x cm, lengda lik y cm og høgda lik h cm.

- a) Forklar at volumet V av boksen er gitt ved

$$V = \left(\pi \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 + x \cdot y \right) \cdot h$$

Summen av lengda og breidda i rektangelet skal vere 10 cm, og summen av breidda og høgda skal vere 5 cm.

- b) Forklar at $y = 10 - x$ og $h = 5 - x$, og bruk dette til å setje opp eit uttrykk for volumet av boksen uttrykt med x .
- c) Bruk grafteiknar til å bestemme kor brei boksen må vere for at volumet skal bli størst mogleg. Kor stort blir volumet da?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 8 oppgaver. Del 2 har 7 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og regneark skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger– vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Dag	Temperatur
Mandag	4 °C
Tirsdag	10 °C
Onsdag	12 °C
Torsdag	5 °C
Fredag	6 °C
Lørdag	

Tabellen ovenfor viser hvordan temperaturen har variert i løpet av noen dager.

Hva må temperaturen være på lørdag dersom medianen av målingene skal bli 7° C ?

Oppgave 2 (1 poeng)

En vare koster i dag 240 kroner. Prisen er da satt ned med 20 %.

Hvor mye kostet varen før prisen ble satt ned?

Oppgave 3 (2 poeng)

Forskere antar at universet er ca. 14 milliarder år gammelt.

a) Skriv 14 milliarder på standardform.

I ett år er det ca. 32 millioner sekunder.

b) Omtrent hvor mange sekunder gammelt er universet?
Skriv svaret på standardform.

Oppgave 4 (2 poeng)

Regn ut

a) $\frac{3^2 - 2^3}{2^0 \cdot 4}$

b) $\frac{(6a)^2 \cdot b^2}{9a \cdot b^{-2}}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Antall elever ved en skole har avtatt lineært de siste 10 årene. For 10 år siden var det 1 400 elever ved skolen. Nå er det 1 340 elever ved skolen.

a) Bestem en modell som viser utviklingen disse 10 årene.

De neste årene regner en med at antall elever vil avta med 0,5 % per år.

b) Bestem en modell som viser hvor mange elever det vil være ved skolen om x år.

Oppgave 6 (6 poeng)

Alder	Frekvens
$[20,30)$	10
$[30,40)$	20
$[40,50)$	30
$[50,70)$	40

Tabellen ovenfor viser aldersfordelingen for lærerne ved en skole.

a) Bestem gjennomsnittsalderen for lærerne ved skolen.

b) Lag et histogram som viser aldersfordelingen for lærerne.

c) Utvid tabellen med en kolonne som viser relativ frekvens, og en kolonne som viser kumulativ frekvens.

Oppgave 7 (6 poeng)

Karl står på balkongen og kaster en ball opp i lufta. Etter t sekunder er ballen tilnærmet $h(t)$ meter over bakken, der

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 15$$

a) Fyll ut tabellen nedenfor

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$h(t)$		18,75		18,75		8,75	

b) Tegn grafen til h .

c) Gi en praktisk tolkning av verdiene av $h(0)$ og $h(3)$.

Oppgave 8 (3 poeng)

Sigurd er 30 km fra hjemmet sitt. Han sykler hjemover med en konstant fart på 12 km/h.

Lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom antall timer og antall kilometer han er hjemmefra.

Hvor lang tid tar det før han kommer hjem?

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Per, Pål og Espen skal låne 3 000 kroner hver. Lånene skal betales tilbake etter seks måneder. De får følgende betingelser:

- Per får tilbud om å betale tilbake 3 450 kroner etter seks måneder.
- Pål får tilbud om en månedlig rente på 2,2 %.
- Espen får tilbud om en månedlig rente på 1,8 % og et etableringsgebyr på 100 kroner.

Gjør beregninger, og avgjør hvem som får det beste tilbudet.

Oppgave 2 (4 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall kvinnelige studenter i Norge noen utvalgte år.

År	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
Antall kvinnelige studenter	53553	58237	59562	63292	62957	68391	73332

La $x = 0$ svare til år 2000, $x = 1$ til år 2001, og så videre.

- a) Bruk opplysningene i tabellen til å bestemme en lineær modell som viser hvordan antall kvinnelige studenter har utviklet seg i denne perioden.
- b) Hvor stor har økningen i antall kvinnelige studenter vært i gjennomsnitt per år i denne perioden?

Anta at denne utviklingen fortsetter i årene som kommer.

- c) I hvilket år vil antall kvinnelige studenter passere 85 000?

Oppgave 3 (3 poeng)

Tallene nedenfor viser temperaturen målt i grader celsius klokka 16 den 30. juni de siste 20 årene i by A.

20 18 20 19 19 21 20 22 22 18 17 18 22 19 21 20 22 22 21 17

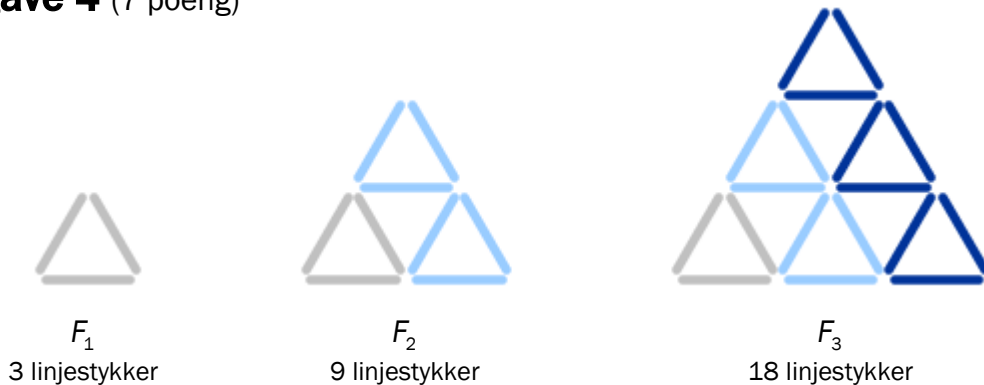
a) Bruk regneark til å bestemme gjennomsnitt og standardavvik for datamaterialet.

Tilsvarende data er samlet inn i by B. Gjennomsnittet her er $20,8^{\circ}\text{C}$, og standardavviket er $3,4^{\circ}\text{C}$.

Noen planlegger et større utearrangement 30. juni neste år og er avhengige av varmt vær. Arrangementet skal finne sted enten i by A eller i by B.

b) Hvilket råd vil du gi arrangørene ut fra de oppgitte dataene?

Oppgave 4 (7 poeng)



Ovenfor ser du tre figurer F_1 , F_2 og F_3 . Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- a) Hvor mange linjestykker vil det være i F_4 ?
- b) Forklar hvordan antall linjestykker endrer seg fra figur til figur, og lag et regneark som gir en oversikt over antall linjestykker i de 20 første figurene F_1, F_2, \dots, F_{20}

Antall linjestykker i figur F_n kan skrives som et andregradsuttrykk.

- c) Bruk regresjon til å bestemme dette andregradsuttrykket.
- d) Bruk andregradsuttrykket du fant i oppgave c) til å bestemme hvor mange linjestykker det vil være i F_{20}

Oppgave 5 (6 poeng)

Du skal kjøpe ny sykkel, og du vil forsikre den. Dersom sykkelen blir stjålet, må du betale 2000 kroner i egenandel på forsikringen.

Anta at sykkelen koster P kroner som ny. Dersom sykkelen blir stjålet før det har gått et år, vil du få utbetalt $(P - 2000)$ kroner i erstatning fra forsikringsselskapet. Erstatningen avtar med 10 % per år.

- a) Forklar at $F(x) = (P - 2000) \cdot 0,9^x$ er en modell for mye du får utbetalt dersom sykkelen blir stjålet etter x år.

Du velger å kjøpe en sykkel som koster 10 000 kroner.

- b) Hvor mye får du utbetalt dersom sykkelen blir stjålet etter 7 år?

For å forsikre sykkelen må du betale 150 kroner i forsikringspremie per år. Anta at sykkelen blir stjålet etter x år.

- c) Sett opp en modell som viser hvor mye du totalt sitter igjen med når du tar hensyn til det du har betalt i forsikringspremie i løpet av disse x årene.

Din venn Ronny mener at du bør si opp forsikringsavtalen etter 13 år.

- d) Ta utgangspunkt i modellen du fant i oppgave c) og kommenter Ronnys utsagn.

Oppgave 6 (6 poeng)

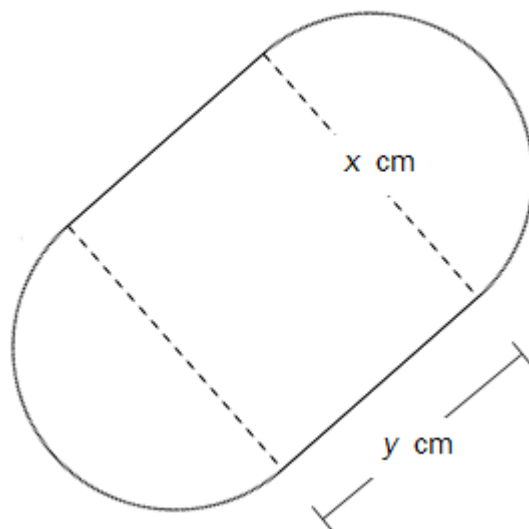
Funksjonen f gitt ved

$$f(x) = -0,0000028x^3 + 0,001x^2 - 0,025x + 3,8 \quad 0 \leq x \leq 300$$

viser temperaturen $f(x)$ grader celsius i sjøen et sted på Sørlandet x dager etter 31. desember 2013.

- a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f .
- b) Bestem forskjellen mellom høyeste og laveste temperatur.
- c) Bestem $f(100)$ og den momentane vekstfarten til f når $x = 100$.
Hva forteller disse svarene?

Oppgave 7 (6 poeng)



Tenk deg at du skal lage en boks. Bunnen og toppen av boksen skal være satt sammen av et rektangel og to halvsirkler og ha form som vist på figuren ovenfor. Sideflaten skal stå vinkelrett på topp og bunn. Sett bredden i rektanglet lik x cm, lengden lik y cm og høyden lik h cm.

- a) Forklar at volumet V av boksen er gitt ved

$$V = \left(\pi \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 + x \cdot y \right) \cdot h$$

Summen av lengden og bredden i rektanglet skal være 10 cm, og summen av bredden og høyden skal være 5 cm.

- b) Forklar at $y = 10 - x$ og $h = 5 - x$, og bruk dette til å sette opp et uttrykk for volumet av boksen uttrykt med x .
- c) Bruk graftegner til å bestemme hvor bred boksen må være for at volumet skal bli størst mulig. Hvor stort blir volumet da?

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no