

Eksamen

19.05.2009

MAT1005 Matematikk 2P-Y

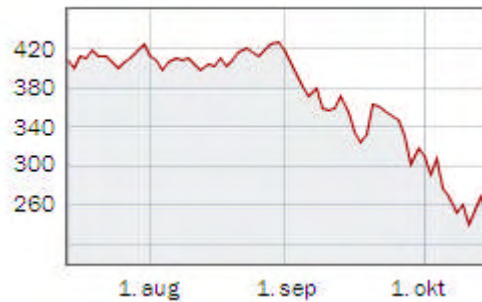
Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med cm-mål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Bruk av kjelder:	<p>Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal oppgivast på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må oppgi forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur.</p> <p>Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal heile adressa og nedlastingsdato oppgivast. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med www.wikipedia.no.</p>
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	<p>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.</p> <p>Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.</p>
Rettleiing om vurderinga:	<p>Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgave 1

- a) Diagrammet nedanfor viser korleis hovudindeksen på Oslo Børs endra seg hausten 2008.



Kjelde: ssb.no

- 1) Når var indeksen høgast, og når var han lågast?
 - 2) Kor mykje endra indeksen seg i gjennomsnitt per dag i perioden frå 1. september til 1. oktober?
- b) Skriv så enkelt som mogleg
- 1) $\frac{2^8 \cdot 2^{-4}}{2^5}$
 - 2) $2,0 \cdot 10^6 \cdot 8,4 \cdot 10^4$
- c) Skriv talet 61 i 2-tal-systemet.

- d) Simen har lånt pengar. Han betaler 1,2 % rente per måned. Han lurar på kor mange prosent rente dette tilsvarer per år. Han spør tre av vennene sine om hjelp. Dei tre vennene har begynt slik som Alternativ 1), 2) og 3) nedanfor viser. Vel den metoden du meiner er riktig, og finn renta per år.

1) $1,2 \cdot 12 = 14,4$

2) $1,2^{12} = 8,9$

3) $1,012^{12} = 1,153$

- e) I 1991 vart boka *Sofies verden* av Jostein Gaarder utgitt. Boka vart ein bestseljar. Det er selt ca. 30 millionar eksemplara over heile verda. Boka er på ca. 500 sider, altså 250 ark. Kvart ark i boka er omtrent 0,10 mm tjukt.

- 1) Tenk deg at du ville setje alle dei 30 millionar eksemplara i ei bokhylle. Gjer eit overslag, og finn ut omtrent kor lang denne bokhylla måtte ha vore.

Frå det nordlegaste til det sørlegaste punktet i Noreg er det ca. 1700 km.

- 2) Gjer eit overslag, og finn ut omtrent kor mange eksemplara av *Sofies verden* ein måtte ha hatt for å fylle ei bokhylle på 1700 km.



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Oppgave 2

Sommaren 2007 var 175 skoleelevar på sommarleir. Etter leiren vart dei spurde om kor mykje pengar dei hadde brukt på brus, is og godteri. Resultat frå undersøkinga er vist i skjemaet nedanfor.

Pengar brukt (kr)	Klassemidt-punkt m	Frekvens Hyppigheit f	Relativ frekvens s	Produkt $m \cdot s$
Frå og med 0 til 40	20	21	0,12	2,4
Frå og med 40 til 80	60	70	2)	24,0
Frå og med 80 til 120	100	49	0,28	28,0
Frå og med 120 til 160	140	21	0,12	16,8
Frå og med 160 til 200	180	1)	0,08	14,4
Totalt		175	1,00	85,6

- Kva for tal skal stå i felta som ikkje er fylte ut, og som er merkte 1) og 2)?
- Framstill dataa over pengeforbruket i eit eigna diagram.
- Kor mykje pengar brukte i gjennomsnitt kvar av dei 175 elevane?

Kristian påstår at han med éin gong kan seie at for dette datamaterialet er medianen lågare enn gjennomsnittet.

- Forklar korleis Kristian kan sjå dette direkte ut frå tabellen ovanfor.

DEL 2

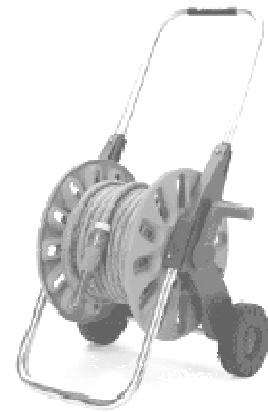
Med hjelpemiddel

Oppgave 3

Tabellen nedanfor viser sammenhengen mellom prisen for ei vogn med hageslange og lengda av hageslangen.

Lengda av slangen (meter)	25	50
Prisen for vogn med slange (kroner)	250	375

Denne sammenhengen kan beskrivast ved hjelp av uttrykket $y = ax + b$, der x meter er lengda av slangen, og y kr er prisen for vogna med hageslange.



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

- a) Finn tala a og b .
- b) Gi ei praktisk tolking av tala a og b i denne oppgåva.

Oppgave 4

Tone går til jobben kvar dag. På vegen gjennom byen må ho på to ulike stader over ein fotgjengarovergang som har lysregulering. Ho er irritert fordi ho meiner at ho alltid må vente på grønt lys. Ho ringjer trafikketaten for å høre korleis dette kan henge saman, og får da opplyst følgjande:



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

- Ved første fotgjengarovergang er det raudt lys i 20 sekund og grønt i 30 sekund.
 - Ved andre fotgjengarovergang er periodane med raudt og grønt lys like lange.
 - Lysa verkar uavhengig av kvarandre.
- a) Forklar at sannsynet for å få raudt lys ved første fotgjengarovergang er $\frac{2}{5}$ og at sannsynet for å få raudt lys ved andre fotgjengarovergang er $\frac{1}{2}$.
- b) Kva er sannsynet for at Tone vil få raudt lys ved begge fotgjengarovergangane?
- c) Kva er sannsynet for at Tone får raudt lys på nøyaktig ein av fotgjengarovergangane?

Oppgave 5



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

I perioden frå og med år 2000 til og med år 2007 har fleire nordmenn valt å kjøpe bilar som går på diesel, i staden for bensindrivne bilar. Funksjonen f er ein modell for utviklinga i salet av diesel i denne perioden, medan funksjonen g er ein modell for utviklinga i salet av bensin.

$$f(x) = 0,54x^3 + 6,32x^2 + 33,8x + 1410$$

$$g(x) = -0,20x^3 - 5,32x^2 + 18,8x + 1693$$

Her er x talet på år etter år 2000. $f(x)$ og $g(x)$ viser salet av dei to petroleumsprodukta diesel og bensin i millionar liter per år.

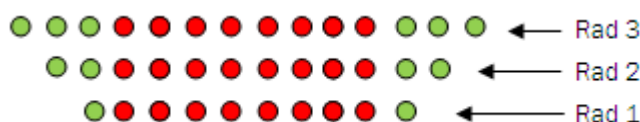
- Teikn grafen til f og grafen til g i eit koordinatsystem for x -verdiar frå og med 0 til og med 8.
- Kor mykje diesel og kor mykje bensin vart det selt i år 2002?
- Når vart det selt like mykje diesel og bensin?
- Når passerte salet av dei to petroleumsprodukta til saman 3 500 millionar liter per år?
- Korleis vil salet av diesel og bensin utvikle seg i åra framover, dersom vi tenkjer oss at dei to modellane ovanfor framleis vil gjelde? Meiner du at det er realistisk å tenkje seg at modellane vil vere gyldige i fleire år framover? Hugs å grunngi svaret.

Oppgåve 6

I denne oppgåva skal du velje **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved sensuren.

Alternativ I

Denne oppgåva handlar om ein teatersal. På første stolrad er det 10 plassar. På andre rad er det 12 plassar, og på tredje rad er det 14 plassar. Sj  figuren nedanfor.



Slik held det fram det å auke med to plassar for kvar rad bakover i salen.

- a) 1) Kor mange plassar er det på rad 6 og på rad 10?
2) Forklar at det på rad n vil vere $(8 + 2n)$ plassar.

Bakarste rad har 48 plassar.

- b) Kor mange stolrader er det i salen?

På første rad er billettprisen 360 kroner. Billettprisen fell med 10 kroner for kvar rad bakover i salen. På andre rad er billettprisen altså 350 kroner, på tredje rad 340 kroner og på rad n er billettprisen $(370 - 10n)$ kroner.

- c) 1) Kva kostar billettane til saman på rad 8?
2) Forklar at billettane på rad n til saman kostar $(8 + 2n) \cdot (370 - 10n)$ kroner.

- d) På kva for ei rad kostar billettane mest til saman?

Alternativ II

Ei bedrift produserer og sel x einingar av ei vare kvar dag. Bedriftsleiinga har funne ut følgjande:

- Overskottet $O(x)$ er størst når bedrifta produserer og sel 55 einingar per dag. Overskottet er da 20 250 kroner.
- Produksjon og sal av 40 eller 70 einingar per dag gir eit overskott på 18 000 kr.
- Dersom produksjon og sal kjem ned i 10 einingar per dag, blir overskottet 0 kr.

- a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen $O(x) = -10x^2 + 1100x - 10000$ er ein god modell for overskottet i bedrifta ved produksjon og sal av x einingar per dag.
- b) Kor mange einingar må bedrifta produsere og selje kvar dag for å oppnå eit overskott på 14 000 kr?

Bedrifta ligg i ein kommune som slit med fråflytting, mellom anna på grunn av mangel på arbeidsplassar. For å sysselsetje fleire personar har leiinga vurdert å auke produksjonen.

- c) Kor mange einingar kan dei maksimalt produsere og selje kvar dag, dersom dei skal gå med overskott?

For å auke sysselsetjinga ytterlegare vurderer leiinga, i samarbeid med kommunen, to ulike tiltak som vil endre modellen for overskottet, $O(x)$.

Tiltak 1

Leiinga kan setje opp prisen på varene med b kroner per eining. Den nye modellen for overskottet i bedrifta vil da bli $O(x) = -10x^2 + 1100x + bx - 10000$

Tiltak 2

Kommunen kan gi bedrifta eit tilskott på c kroner per dag. Da vil den nye modellen for overskottet bli $O(x) = -10x^2 + 1100x - 10000 + c$

- d) Du skal vurdere dei to ulike tiltaka.
- 1) Dersom leiinga vel å setje i verk Tiltak 1, kva må konstanten b vere for at bedrifta skal kunne produsere og selje 200 einingar utan å tape pengar?
 - 2) Dersom leiinga vel å setje i verk Tiltak 2, kva må konstanten c vere for at bedrifta skal kunne produsere og selje 200 einingar utan å tape pengar?

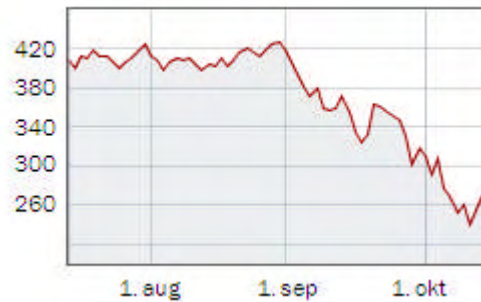
Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med cm-mål og vinkelmåler
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Bruk av kilder:	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med www.wikipedia.no .
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1

- a) Diagrammet nedenfor viser hvordan hovedindeksen på Oslo Børs endret seg høsten 2008.



Kilde: ssb.no

- 1) Når var indeksen høyest, og når var den lavest?
 - 2) Hvor mye endret indeksen seg i gjennomsnitt per dag i perioden fra 1. september til 1. oktober?
- b) Skriv så enkelt som mulig
- 1) $\frac{2^8 \cdot 2^{-4}}{2^5}$
 - 2) $2,0 \cdot 10^6 \cdot 8,4 \cdot 10^4$
- c) Skriv tallet 61 i 2-tall-systemet.

- d) Simen har lånt penger. Han betaler 1,2 % rente per måned. Han lurer på hvor mange prosent rente dette tilsvarer per år. Han spør tre av vennene sine om hjelp. De tre vennene har begynt slik som Alternativ 1), 2) og 3) nedenfor viser. Velg den metoden du mener er riktig, og finn renten per år.

1) $1,2 \cdot 12 = 14,4$

2) $1,2^{12} = 8,9$

3) $1,012^{12} = 1,153$

- e) I 1991 ble boken *Sofies verden* av Jostein Gaarder utgitt. Boken ble en bestselger. Det er solgt ca. 30 millioner eksemplarer over hele verden. Boken er på ca. 500 sider, altså 250 ark. Hvert ark i boken er omtrent 0,10 mm tykt.

- 1) Tenk deg at du ville sette alle de 30 millioner eksemplarene i en bokhylle. Gjør et overslag, og finn ut omtrent hvor lang denne bokhyllen måtte ha vært.



Kilde: Utdanningsdirektoratet

Fra det nordligste til det sørligste punktet i Norge er det ca. 1700 km.

- 2) Gjør et overslag, og finn ut omtrent hvor mange eksemplarer av *Sofies verden* man måtte ha hatt for å fylle en bokhylle på 1700 km.

Oppgave 2

Sommeren 2007 var 175 skoleelever på sommerleir. Etter leiren ble de spurt om hvor mye penger de hadde brukt på brus, is og godteri. Resultater fra undersøkelsen er vist i skjemaet nedenfor.

Penger brukt (kr)	Klassemidtpunkt m	Frekvens Hyppighet f	Relativ frekvens s	Produkt $m \cdot s$
Fra og med 0 til 40	20	21	0,12	2,4
Fra og med 40 til 80	60	70	2)	24,0
Fra og med 80 til 120	100	49	0,28	28,0
Fra og med 120 til 160	140	21	0,12	16,8
Fra og med 160 til 200	180	1)	0,08	14,4
Totalt		175	1,00	85,6

- Hvilke tall skal stå i feltene som ikke er fylt ut, og som er merket 1) og 2)?
- Framstill dataene over pengeforbruket i et egnet diagram.
- Hvor mye penger brukte i gjennomsnitt hver av de 175 elevene?

Kristian påstår at han med én gang kan si at for dette datamaterialet er medianen lavere enn gjennomsnittet.

- Forklar hvordan Kristian kan se dette direkte ut fra tabellen ovenfor.

DEL 2

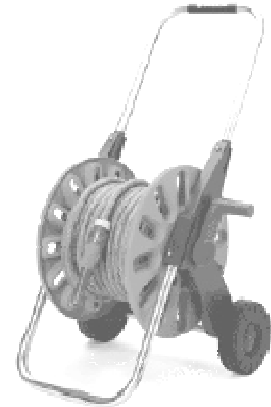
Med hjelpemidler

Oppgave 3

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom prisen for en vogn med hageslange og lengden av hageslangen.

Lengden av slangen (meter)	25	50
Prisen for vogn med slange (kroner)	250	375

Denne sammenhengen kan beskrives ved hjelp av uttrykket $y = ax + b$, der x meter er lengden av slangen, og y kr er prisen for vogn med hageslange.



Kilde: Utdanningsdirektoratet

- Finn tallene a og b .
- Gi en praktisk tolkning av tallene a og b i denne oppgaven.

Oppgave 4

Tone går til jobben hver dag. På veien gjennom byen må hun på to ulike steder over en fotgjengerovergang som har lysregulering. Hun er irritert fordi hun mener at hun alltid må vente på grønt lys. Hun ringer trafikketaten for å høre hvordan dette kan henge sammen, og får da opplyst følgende:



Kilde: Utdanningsdirektoratet

- Ved første fotgjengerovergang er det rødt lys i 20 sekunder og grønt i 30 sekunder.
 - Ved andre fotgjengerovergang er periodene med rødt og grønt lys like lange.
 - Lysene virker uavhengig av hverandre.
- a) Forklar at sannsynligheten for å få rødt lys ved første fotgjengerovergang er $\frac{2}{5}$ og at sannsynligheten for å få rødt lys ved andre fotgjengerovergang er $\frac{1}{2}$.
- b) Hva er sannsynligheten for at Tone vil få rødt lys ved begge fotgjengerovergangene?
- c) Hva er sannsynligheten for at Tone får rødt lys på nøyaktig en av fotgjengerovergangene?

Oppgave 5



Kilde: Utdanningsdirektoratet

I perioden fra og med år 2000 til og med år 2007 har flere nordmenn valgt å kjøpe biler som går på diesel, i stedet for bensindrevne biler. Funksjonen f er en modell for utviklingen i salget av diesel i denne perioden, mens funksjonen g er en modell for utviklingen i salget av bensin.

$$f(x) = 0,54x^3 + 6,32x^2 + 33,8x + 1410$$

$$g(x) = -0,20x^3 - 5,32x^2 + 18,8x + 1693$$

Her er x antall år etter år 2000. $f(x)$ og $g(x)$ viser salget av de to petroleumsproduktene diesel og bensin i millioner liter per år.

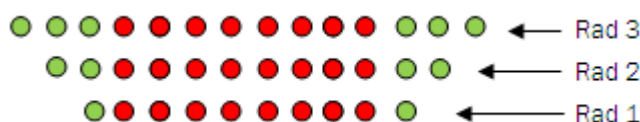
- Tegn grafen til f og grafen til g i et koordinatsystem for x -verdier fra og med 0 til og med 8.
- Hvor mye diesel og hvor mye bensin ble det solgt i år 2002?
- Når ble det solgt like mye diesel og bensin?
- Når passerte salget av de to petroleumsproduktene til sammen 3 500 millioner liter per år?
- Hvordan vil salget av diesel og bensin utvikle seg i årene framover, dersom vi tenker oss at de to modellene ovenfor fortsatt vil gjelde? Mener du at det er realistisk å tenke seg at modellene vil være gyldige i flere år framover? Husk å begrunne svaret.

Oppgave 6

I denne oppgaven skal du velge **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved sensuren.

Alternativ I

Denne oppgaven handler om en teatersal. På første stolrad er det 10 plasser. På andre rad er det 12 plasser, og på tredje rad er det 14 plasser. Se figuren nedenfor.



Slik fortsetter det å øke med to plasser for hver rad bakover i salen.

- a) 1) Hvor mange plasser er det på rad 6 og på rad 10?
2) Forklar at det på rad n vil være $(8 + 2n)$ plasser.

Bakerste rad har 48 plasser.

- b) Hvor mange stolrader er det i salen?

På første rad er billettprisen 360 kroner. Billettprisen synker med 10 kroner for hver rad bakover i salen. På andre rad er billettprisen altså 350 kroner, på tredje rad 340 kroner og på rad n er billettprisen $(370 - 10n)$ kroner.

- c) 1) Hva koster billettene til sammen på rad 8?
2) Forklar at billettene på rad n til sammen koster $(8 + 2n) \cdot (370 - 10n)$ kroner.

- d) På hvilken rad koster billettene mest til sammen?

Alternativ II

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare hver dag. Bedriftens ledelse har funnet ut følgende:

- Overskuddet $O(x)$ er størst når bedriften produserer og selger 55 enheter per dag. Overskuddet er da 20 250 kroner.
- Produksjon og salg av 40 eller 70 enheter per dag gir et overskudd på 18 000 kr.
- Dersom produksjon og salg kommer ned i 10 enheter per dag, blir overskuddet 0 kr.

- a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen $O(x) = -10x^2 + 1100x - 10000$ er en god modell for bedriftens overskudd ved produksjon og salg av x enheter per dag.
- b) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge hver dag for å oppnå et overskudd på 14 000 kr?

Bedriften ligger i en kommune som sliter med fraflytting, blant annet på grunn av mangel på arbeidsplasser. For å sysselsette flere personer har ledelsen vurdert å øke produksjonen.

- c) Hvor mange enheter kan de maksimalt produsere og selge hver dag, dersom de skal gå med overskudd?

For å øke sysselsettingen ytterligere vurderer ledelsen, i samarbeid med kommunen, to ulike tiltak som vil endre modellen for overskuddet, $O(x)$.

Tiltak 1

Ledelsen kan sette opp prisen på varene med b kroner per enhet. Den nye modellen for bedriftens overskudd vil da bli $O(x) = -10x^2 + 1100x + bx - 10000$

Tiltak 2

Kommunen kan gi bedriften et tilskudd på c kroner per dag. Da vil den nye modellen for overskuddet bli $O(x) = -10x^2 + 1100x - 10000 + c$

- d) Du skal vurdere de to ulike tiltakene.
- 1) Dersom ledelsen velger å sette i verk Tiltak 1, hva må konstanten b være for at bedriften skal kunne produsere og selge 200 enheter uten å tape penger?
 - 2) Dersom ledelsen velger å sette i verk Tiltak 2, hva må konstanten c være for at bedriften skal kunne produsere og selge 200 enheter uten å tape penger?

Kolstadgata 1
Postboks 2924 Tøyen
0608 OSLO
Telefon 23 30 12 00
Telefaks 23 30 12 99
www.utdanningsdirektoratet.no