

Eksamen

27.11.2013

MAT1017 Matematikk 2T

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none">• Teikningar og grafiske framstillingar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Utan hjelpemiddel

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlane nedanfor.

Binomisk fordeling:
$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Talet på uavhengige forsøk er n . X er talet på gonger A inntreffer.
 $P(A) = p$ i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling:
$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

m element i D . $n-m$ element i \bar{D} . r element blir trekte tilfeldig.
 X er talet på element som blir trekte frå D .

Oppgåve 1 (4 poeng)

Gitt punkta $A(-1, 1)$, $B(4, 2)$ og $C(1, 4)$.

a) Bestem \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC} ved rekning.

La v vere vinkelen mellom \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC}

b) Bestem $\cos v$.

Oppgave 2 (6 poeng)

Ifølgje ei undersøking kan eit 20 månader gammalt barn i gjennomsnitt 300 ord. Eit 50 månader gammalt barn kan i gjennomsnitt 2100 ord.

- a) Framstill opplysningane ovanfor som punkt i eit koordinatsystem med månader som eining langs x - akse og ord som eining langs y - akse. Trekk ei rett linje gjennom punkta.

Linja i oppgave a) kan brukast som modell for samanhengen mellom alderen på eit barn og kor mange ord barnet kan.

- b) Bruk linja til å anslå kor mange ord eit 35 månader gammalt barn i gjennomsnitt kan.
- c) Bestem eit matematisk uttrykk for modellen. Kommenter gyldighetsområdet for modellen.

Oppgave 3 (4 poeng)

I ein klasse er 40 % av elevane gutar. 10 % av gutane og 20 % av jentene i klassen har allergiplager.

Vi vel tilfeldig ein elev frå klassen.

- a) Bestem sannsynet for at eleven har allergiplager.

Tenk deg at vi vel ein elev som har allergiplager.

- b) Bestem sannsynet for at denne eleven er ein gut.

Oppgave 4 (4 poeng)

I ein skuff er det ni pennar. Tre av pennane verkar ikkje. Du tek tilfeldig tre pennar frå skuffen.

- a) Bestem sannsynet for at ingen av pennane verkar.
- b) Bestem sannsynet for at nøyaktig to av pennane verkar.

Oppgave 5 (6 poeng)

Ei linje l er gitt ved parameterframstillinga

$$l: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$$

a) Vis ved rekning at punktet $P(2, 5)$ ikkje ligg på linja l .

Eit punkt Q ligg på linja l .

b) Bestem t slik at $\overrightarrow{PQ} \perp l$.

c) Bestem avstanden frå punktet P til linja l ved rekning.

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (10 poeng)

Årstal	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Prosent mannlege røykjarar	42	37	34	31	25	19

Tabellen ovanfor viser kor mange prosent av norske menn i alderen 16–74 år som røykte kvar dag nokre år i perioden 1985–2010.

Set $x = 0$ i 1985, $x = 5$ i 1990 og så vidare, og bruk opplysningane i tabellen til å bestemme

- a)
 - 1) ein lineær modell som viser korleis prosentdelen mannlege røykjarar har endra seg
 - 2) ein eksponentiell modell som viser korleis prosentdelen mannlege røykjarar har endra seg
- b) Kor mange prosent av norske menn i alderen 16–74 år vil vere røykjarar i 2020 ifølgje kvar av dei to modellane i oppgåve a)?
- c) Når vil prosentdelen mannlege røykjarar bli lågare enn 5 % ifølgje kvar av dei to modellane i oppgåve a)?
- d) Kommenter gyldigheitsområdet for modellane.

Oppgave 2 (2 poeng)

Kva er mest sannsynleg?



- 1) Å få nøyaktig éin seksar når du kastar éin terning 6 gonger.
- 2) Å få nøyaktig tre seksarar når du kastar éin terning 18 gonger.

Oppgave 3 (6 poeng)

Runar observerer ein bakteriekultur i to døgn. Når han begynner observasjonane, er det 1000 bakteriar i bakteriekulturen. Det viser seg at talet på bakteriar doblar seg kvar sjette time. Etter 6 h er det 2000 bakteriar i bakteriekulturen, etter 12 h er det 4000 bakteriar i bakteriekulturen, og så vidare.

- a) Kor mange bakteriar vil det vere i bakteriekulturen etter 24 h?
- b) Set opp ein modell som viser korleis talet på bakteriar endrar seg i løpet av dei to døgna.
- c) Kor mange prosent aukar talet på bakteriar med per time?
- d) Kor mange bakteriar vil det vere i bakteriekulturen etter 40 h?
Etter kor mange timar vil det vere 50 000 bakteriar i bakteriekulturen?

Oppgave 4 (6 poeng)

I ein kasse ligg det ti raude, ti gule og ti blå kuler. Ei maskin trekkjer tilfeldig ut fem av kulene.

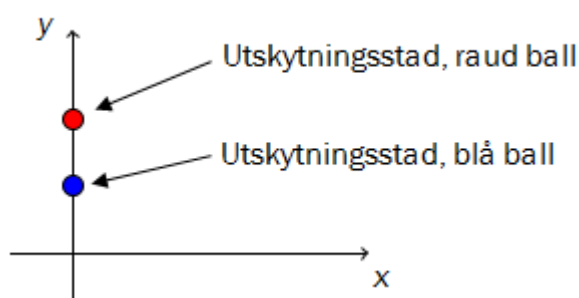
- a) Bestem sannsynet for at dei to første kulene som blir trekte ut, er raude og dei tre siste gule.
- b) Bestem sannsynet for at det blir trekt ut to raude og tre gule kuler.
- c) Bestem sannsynet for at det er minst tre blå kuler blant dei fem kulene som blir trekte ut.

Oppgave 5 (4 poeng)

Gitt punkta $A(0, 0)$, $B(3, 4)$, $C(-1, 7)$ og $D(-4, 3)$.

- Bruk vektorrekning til å vise at $\square ABCD$ er eit kvadrat.
- Bestem koordinatane til skjæringspunktet mellom diagonalane AC og BD i kvadratet ved rekning.

Oppgave 6 (8 poeng)



Ein blå og ein raud ball blir skotne ut samtidig. Sjå skissa ovanfor.

Den blå ballen følgjer ein bane gitt ved parameterframstillinga

$$B: \begin{cases} x = 7,5t \\ y = -4,9t^2 + 13t + 1 \end{cases}$$

Den raude ballen følgjer ein bane gitt ved parameterframstillinga

$$R: \begin{cases} x = 10,6t \\ y = -4,9t^2 + 10,6t + 2 \end{cases}$$

Etter t sekund er den horisontale avstanden frå utskytingsstaden x meter. Ballane er da y meter over bakken.

- Kor høgt over bakken er den blå ballen idet han blir skoten ut?
Kor høgt over bakken er den raude ballen etter 2 s?
- Kva for ein av dei to ballane vil nå høgast?
- Kor langt frå utskytingsstaden landar den blå ballen?
- Vis at dei to ballane aldri vil treffe kvarandre i lufta.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none">• Tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

DEL 1 Uten hjelpemidler

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlene nedenfor.

Binomisk fordeling:
$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Antall uavhengige forsøk er n . X er antall ganger A inntreffer.
 $P(A) = p$ i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling:
$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

m elementer i D . $n-m$ elementer i \bar{D} . r elementer trekkes tilfeldig.
 X er antall elementer som trekkes fra D .

Oppgave 1 (4 poeng)

Gitt punktene $A(-1, 1)$, $B(4, 2)$ og $C(1, 4)$.

a) Bestem \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC} ved regning.

La v være vinkelen mellom \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC}

b) Bestem $\cos v$.

Oppgave 2 (6 poeng)

Ifølge en undersøkelse kan et 20 måneder gammelt barn i gjennomsnitt 300 ord.
Et 50 måneder gammelt barn kan i gjennomsnitt 2100 ord.

- a) Framstill opplysningene ovenfor som punkter i et koordinatsystem med måneder som enhet langs x - akse og ord som enhet langs y - akse.
Trek en rett linje gjennom punktene.

Linjen i oppgave a) kan brukes som modell for sammenhengen mellom et barns alder og hvor mange ord barnet kan.

- b) Bruk linjen til å anslå hvor mange ord et 35 måneder gammelt barn i gjennomsnitt kan.
- c) Bestem et matematisk uttrykk for modellen. Kommenter modellens gyldighetsområde.

Oppgave 3 (4 poeng)

I en klasse er 40 % av elevene gutter. 10 % av guttene og 20 % av jentene i klassen har allergiplager.

Vi velger tilfeldig en elev fra klassen.

- a) Bestem sannsynligheten for at eleven har allergiplager.

Anta at vi velger en elev som har allergiplager.

- b) Bestem sannsynligheten for at denne eleven er en gutt.

Oppgave 4 (4 poeng)

I en skuff er det ni pennere. Tre av pennene virker ikke.
Du tar tilfeldig tre pennere fra skuffen.

- a) Bestem sannsynligheten for at ingen av pennene virker.
- b) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av pennene virker.

Oppgave 5 (6 poeng)

En linje l er gitt ved parameterframstillingen

$$l: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$$

a) Vis ved regning at punktet $P(2, 5)$ ikke ligger på linjen l .

Et punkt Q ligger på linjen l .

b) Bestem t slik at $\overrightarrow{PQ} \perp l$.

c) Bestem avstanden fra punktet P til linjen l ved regning.

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 1 (10 poeng)

Årstall	1985	1990	1995	2000	2005	2010
Prosent mannlige røykere	42	37	34	31	25	19

Tabellen ovenfor viser hvor mange prosent av norske menn i alderen 16–74 år som røykte hver dag noen år i perioden 1985–2010.

Sett $x = 0$ i 1985, $x = 5$ i 1990 og så videre, og bruk opplysningene i tabellen til å bestemme

- en lineær modell som viser hvordan andelen mannlige røykere har endret seg
 - en eksponentiell modell som viser hvordan andelen mannlige røykere har endret seg
- Hvor mange prosent av norske menn i alderen 16–74 år vil være røykere i 2020 ifølge hver av de to modellene i oppgave a)?
- Når vil andelen mannlige røykere bli lavere enn 5 % ifølge hver av de to modellene i oppgave a)?
- Kommenter modellenes gyldighetsområde.

Oppgave 2 (2 poeng)

Hva er mest sannsynlig?

- 1) Å få nøyaktig én sekser når du kaster én terning 6 ganger.
- 2) Å få nøyaktig tre seksere når du kaster én terning 18 ganger.



Oppgave 3 (6 poeng)

Runar observerer en bakteriekultur i to døgn. Når han begynner observasjonene, er det 1000 bakterier i bakteriekulturen. Det viser seg at antall bakterier dobles hver sjettede time. Etter 6 h er det 2000 bakterier i bakteriekulturen, etter 12 h er det 4000 bakterier i bakteriekulturen, osv.

- a) Hvor mange bakterier vil det være i bakteriekulturen etter 24 h?
- b) Sett opp en modell som viser hvordan antall bakterier endrer seg i løpet av de to døgnene.
- c) Hvor mange prosent øker antall bakterier med per time?
- d) Hvor mange bakterier vil det være i bakteriekulturen etter 40 h?
Etter hvor mange timer vil det være 50 000 bakterier i bakteriekulturen?

Oppgave 4 (6 poeng)

I en kasse ligger det ti røde, ti gule og ti blå kuler. En maskin trekker tilfeldig ut fem av kulene.

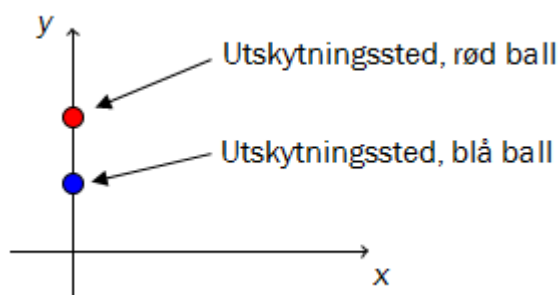
- a) Bestem sannsynligheten for at de to første kulene som trekkes ut, er røde og de tre siste gule.
- b) Bestem sannsynligheten for at det trekkes ut to røde og tre gule kuler.
- c) Bestem sannsynligheten for at det er minst tre blå kuler blant de fem kulene som trekkes ut.

Oppgave 5 (4 poeng)

Gitt punktene $A(0, 0)$, $B(3, 4)$, $C(-1, 7)$ og $D(-4, 3)$.

- Bruk vektorregning til å vise at $\square ABCD$ er et kvadrat.
- Bestem koordinatene til skjæringspunktet mellom diagonalene AC og BD i kvadratet ved regning.

Oppgave 6 (8 poeng)



En blå og en rød ball skytes ut samtidig. Se skissen ovenfor.

Den blå ballen følger en bane gitt ved parameterframstillingen

$$B: \begin{cases} x = 7,5t \\ y = -4,9t^2 + 13t + 1 \end{cases}$$

Den røde ballen følger en bane gitt ved parameterframstillingen

$$R: \begin{cases} x = 10,6t \\ y = -4,9t^2 + 10,6t + 2 \end{cases}$$

Etter t sekunder er den horisontale avstanden fra utskytingsstedet x meter. Ballene er da y meter over bakken.

- Hvor høyt over bakken er den blå ballen idet den skytes ut?
Hvor høyt over bakken er den røde ballen etter 2 s?
- Hvilken av de to ballene vil nå høyest?
- Hvor langt fra utskytingsstedet lander den blå ballen?
- Vis at de to ballene aldri vil treffe hverandre i luften.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no