

Eksamen

19.05.2009

MAT1008 Matematikk 2T

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med cm-mål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Bruk av kjelder:	<p>Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal oppgivast på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må oppgi forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur.</p> <p>Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal heile adressa og nedlastingsdato oppgivast. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med www.wikipedia.no.</p>
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	<p>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.</p> <p>Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.</p>
Rettleiing om vurderinga:	<p>Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1

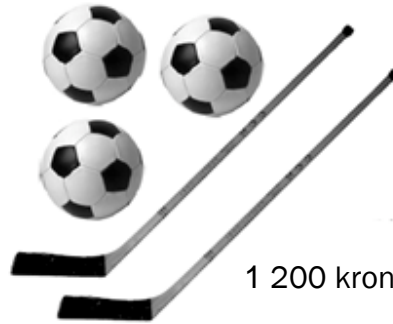
Utan hjelpemiddel

Oppgave 1

- a) Bruk opplysningane nedanfor til å finne ut kva éin ball kostar, og kva éi hockeykølle kostar.



500 kroner



1 200 kroner

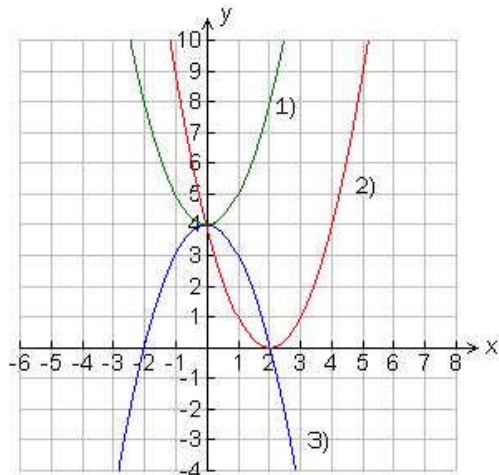
- b) Figuren viser grafane til tre andregradsfunksjonar f , g og h .

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = -x^2 + 4$$

$$h(x) = x^2 - 4x + 4$$

Kva for ein graf hører til kva for ein funksjon? Hugs at du må grunngi svara dine.



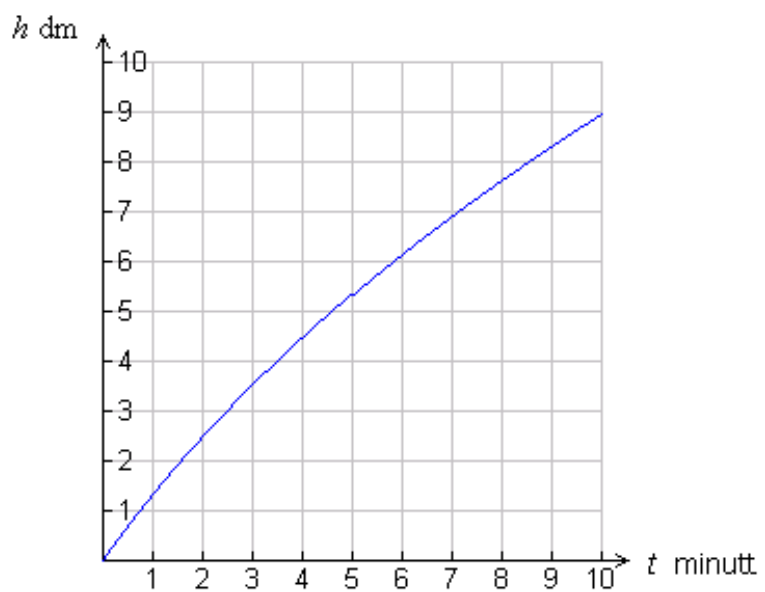
- c) Kor mange ulike tresifra tal kan du lage av tala 2, 4, 6 og 8?
- d) Vi har gitt punkta $A = (3, 0)$ og $B = (2, 0)$. Bestem ei parameterframstilling for linja l gjennom A og B .
- e) Skriv så enkelt som mogleg
- $$\frac{3a \cdot b^5}{2} \cdot \frac{a^5}{3b^2}$$
- f) Løys likninga $\lg(x + 2) - 2 = 0$

- g) Likninga $(x^2 + 1)(2x + k) = 0$ har ei løysing for $x = 16$. Kva for ein verdi har k ?
- h) $\vec{v} = [3, y]$. Finn y slik at lengda av \vec{v} er 5.
- i) Vi har punkta $A(1, 2)$, $B(2, 5)$ og $C(4, 3)$
Undersøk ved rekning om \overline{AC} står vinkelrett på \overline{CB} .

Oppgåve 2

Sebastian har ein tank som han fyller med vatn. Vass-straumen er jamn. Grafen nedanfor viser høgda h dm til vassoverflata i tanken som funksjon av tida t minutt.

- a) Finn høgda når $t = 7$.
- b) Bruk grafen til å bestemme kor raskt vassoverflata stig når $t = 2$ og når $t = 8$.
- c) Nedanfor har vi teikna ei skisse av tre vasstankar. Kva for ein av dei tre vasstankane meiner du liknar mest på tanken til Sebastian? Hugs at du må grunngi svaret ditt.



Tank 1



Tank 2



Tank 3

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 3

For å finne elevar med tuberkulose, skal alle elevane på ein skole ta pirquetprøve.

Frå tidlegare undersøkingar veit ein følgjande:

- 1 % av elevane har tuberkulose.
- 80 % av dei elevane som har tuberkulose, får positivt utslag på pirquetprøva.
- 10 % av dei elevane som ikkje har tuberkulose, får positivt utslag på pirquetprøva.

Vi definerer to hendingar:

- A: Pirquetprøva er positiv.
B: Eleven har tuberkulose.

- a) Kva er sannsynet for at ein elev ikkje har tuberkulose?
b) Finn sannsynet for at ein elev får positivt utslag på pirquetprøva.
c) Ein elev får positivt utslag på pirquetprøva. Kor stort er sannsynet for at denne eleven verkeleg har tuberkulose?

Oppgave 4



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

I perioden frå og med år 2000 til og med år 2007 har fleire nordmenn valt å kjøpe bilar som går på diesel, i staden for bensindrivne bilar. Funksjonen f er ein modell for utviklinga i salet av diesel i denne perioden, medan funksjonen g er ein modell for utviklinga i salet av bensin.

$$f(x) = 0,54x^3 + 6,32x^2 + 33,8x + 1410$$

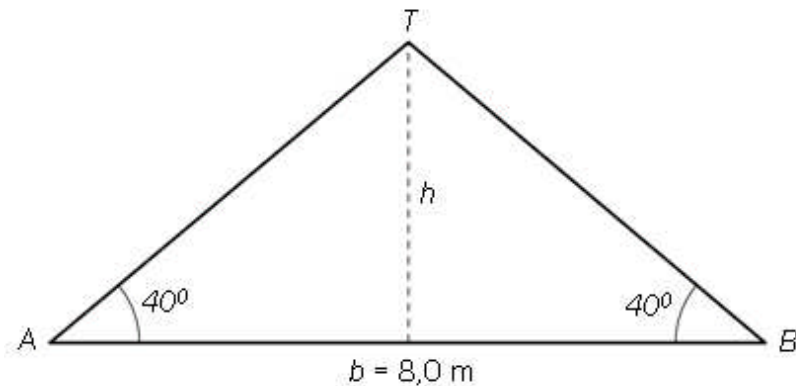
$$g(x) = -0,20x^3 - 5,32x^2 + 18,8x + 1693$$

Her er x talet på år etter år 2000. $f(x)$ og $g(x)$ viser salet av dei to petroleumsprodukta diesel og bensin i millionar liter per år.

- Teikn grafen til f og grafen til g i eit koordinatsystem for x -verdiar frå og med 0 til og med 8.
- Når vart det selt like mykje diesel og bensin?
- Deriver $g(x)$ og bruk den deriverte til å finne ut når bensinforbruket var høgast.
- Når passerte det totale salet av dei to petroleumsprodukta 3 500 millionar liter per år?

Oppgave 5

Else skal byggje seg hus. Ho har fått beskjed frå bygningsmyndigheitene om at takvinkelen skal vere 40° . Breidda på huset skal vere $b = 8,0$ meter. Sjå figuren nedanfor.

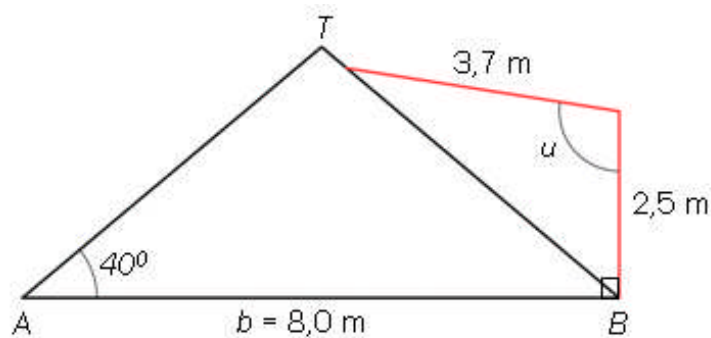


- a) Forklar at høgda h blir 3,4 meter.

Else skal montere ein takstige som skal gå frå A til T .

- b) Kor lang blir denne stigen?

Else vil ha eit utbygg på huset. Ho vil setje opp ein 2,5 meter høg loddrett vegg frå B og derfrå leggje ein bjelke på 3,7 meter til taket. Sjå figuren nedanfor.



- c) Kor stor blir vinkelen u ?

Oppgave 6

Ein ball sprett. Vi måler kor høgt ballen er over bakken ved forskjellige tidspunkt. Her er nokre av måleresultata:

Tida t sekund	Høgda h meter
0	0
0,05	0,159
0,10	0,301
0,14	0,425
0,18	0,531
0,22	0,620
0,26	0,671
0,30	0,720
0,34	0,754
0,38	0,771
0,42	0,773
0,45	0,757
0,55	0,667



- Teikn punkta i eit koordinatsystem.
- Bruk regresjon til å finne den andregradsfunksjonen som passar best med dataa frå forsøket.

Fysikkens lover gir ein formel for ballen si høgd h meter over bakken etter tida t sekund.

$$h(t) = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$$

Her er g tyngdeakselerasjonen, som er lik $9,8 \text{ m/s}^2$, og $v_0 \text{ m/s}$ er farten til ballen når $t = 0$.

- Kva for ein verdi gir resultatet i oppgave b) for g ?

Oppgåve 7

I denne oppgåva skal du velje **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved sensuren.

Alternativ I

Truls skal bake peparkaker. Kakene skal ha form som hjarte.

Vi reknar med at hjarta er samansette av ein likesida trekant ABC og to halvsirkklar. Diametrane i halvsirklane er halvparten så lange som sidene i trekanten.

La x være radius i halvsirklane.

a) 1) Forklar at kvar av sidene i trekanten har lengda $4x$.

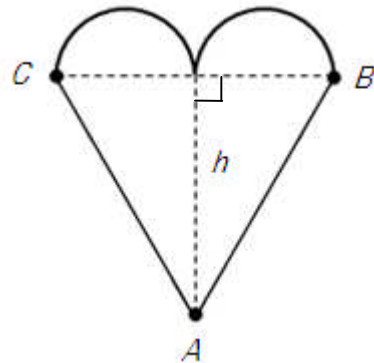
2) Vis at høgda h i trekanten er $\sqrt{12} \cdot x$

b) Vis at arealet av eit peparkakehjarte er $A = (\pi + 2\sqrt{12}) \cdot x^2$

Truls vurderer om han skal lage nokre hjarte som er litt større.

c) Kor mykje aukar arealet av eit hjarte dersom han aukar radien til det dobbelte?

d) Kor mykje må radien aukast til dersom arealet skal bli dobbelt så stort?



Alternativ II

La funksjonen f vere gitt ved

$$x^3 - 3x^2 + 2$$

- Teikn grafen til f for x -verdiar mellom -3 og 2 . Finn koordinatane til toppunktet T og botnpunktet B .
- Linja gjennom B og T skjer grafen til f i eit tredje punkt V . Vis at punktet V har koordinatane $(1,0)$.
- Finn lengda av vektorane \overline{BV} og \overline{TV} .

Punktet $P(3,2)$ ligg på grafen til f . Linja gjennom P og V skjer grafen til f i eit tredje punkt Q .

- Finn koordinatane til Q . Vis at vektorane \overline{VQ} og \overline{VP} er like lange.

Ut frå svara i c) og d) kan det sjå ut som det er ein samanheng mellom avstanden frå punktet V til ulike punkt på grafen til f .

- Beskriv denne samanhengen, og fortel kort kva du ville ha gjort for å undersøkje om samanhengen gjeld meir generelt.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med cm-mål og vinkelmåler
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Bruk av kilder:	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med www.wikipedia.no .
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

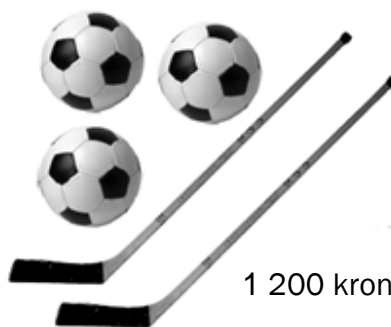
DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1

- a) Bruk opplysningene nedenfor til å finne ut hva én ball koster, og hva én hockeykølle koster.



500 kroner



1 200 kroner

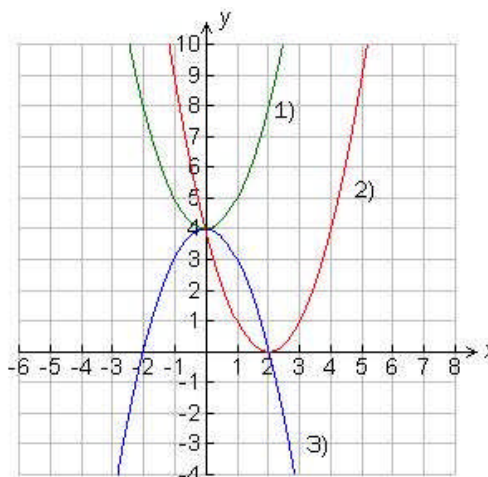
- b) Figuren viser grafene til tre andregradsfunksjoner f , g og h .

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = -x^2 + 4$$

$$h(x) = x^2 - 4x + 4$$

Hvilken graf hører til hvilken funksjon?
Husk at du må begrunne svarene dine.



- c) Hvor mange ulike tresifrede tall kan du lage av tallene 2, 4, 6 og 8?
- d) Vi har gitt punktene $A = (3, 0)$ og $B = (2, 0)$. Bestem en parameterframstilling for linja l gjennom A og B .
- e) Skriv så enkelt som mulig
$$\frac{3a \cdot b^5}{2} \cdot \frac{a^5}{3b^2}$$
- f) Løs likningen $\lg(x+2) - 2 = 0$

- g) Likningen $(x^2 + 1)(2x + k) = 0$ har en løsning for $x = 16$. Hvilken verdi har k ?
- h) $\vec{v} = [3, y]$. Finn y slik at lengden av \vec{v} er 5.
- i) Vi har punktene $A(1, 2)$, $B(2, 5)$ og $C(4, 3)$
Undersøk ved regning om \overline{AC} står vinkelrett på \overline{CB} .

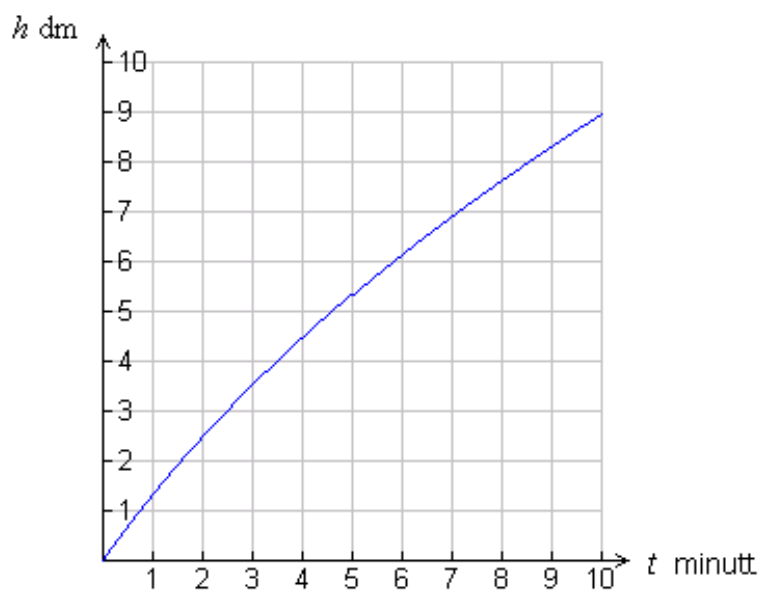
Oppgave 2

Sebastian har en tank som han fyller med vann. Vannstrømmen er jevn. Grafen nedenfor viser høyden h dm til vannoverflaten i tanken som funksjon av tiden t minutter.

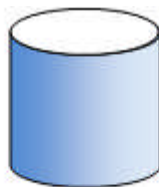
- a) Finn høyden når $t = 7$.

- b) Bruk grafen til å bestemme hvor raskt vannoverflaten stiger når $t = 2$ og når $t = 8$.

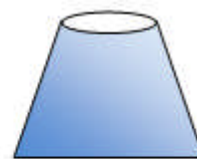
- c) Nedenfor har vi tegnet en skisse av tre vanntanker. Hvilken av de tre vanntankene mener du ligner mest på tanken til Sebastian? Husk at du må begrunne svaret ditt.



Tank 1



Tank 2



Tank 3

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 3

For å finne elever med tuberkulose, skal alle elevene på en skole ta pirquetprøve.

Fra tidligere undersøkelser vet man følgende:

- 1 % av elevene har tuberkulose.
- 80 % av de elevene som har tuberkulose, får positivt utslag på pirquetprøven.
- 10 % av de elevene som ikke har tuberkulose, får positivt utslag på pirquetprøven.

Vi definerer to hendelser:

A: Pirquetprøven er positiv.
B: Eleven har tuberkulose.

- a) Hva er sannsynligheten for at en elev ikke har tuberkulose?
- b) Finn sannsynligheten for at en elev får positivt utslag på pirquetprøven.
- c) En elev får positivt utslag på pirquetprøven. Hvor stor er sannsynligheten for at denne eleven virkelig har tuberkulose?

Oppgave 4



Kilde: Utdanningsdirektoratet

I perioden fra og med år 2000 til og med år 2007 har flere nordmenn valgt å kjøpe biler som går på diesel, i stedet for bensindrevne biler. Funksjonen f er en modell for utviklingen i salget av diesel i denne perioden, mens funksjonen g er en modell for utviklingen i salget av bensin.

$$f(x) = 0,54x^3 + 6,32x^2 + 33,8x + 1410$$

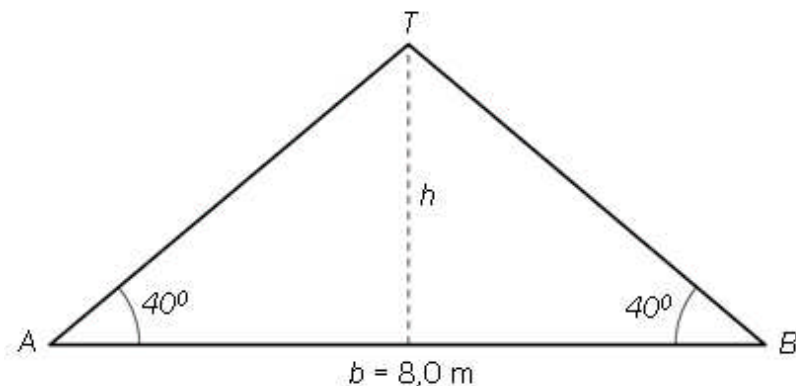
$$g(x) = -0,20x^3 - 5,32x^2 + 18,8x + 1693$$

Her er x antall år etter år 2000. $f(x)$ og $g(x)$ viser salget av de to petroleumsproduktene diesel og bensin i millioner liter per år.

- Tegn grafen til f og grafen til g i et koordinatsystem for x -verdier fra og med 0 til og med 8.
- Når ble det solgt like mye diesel og bensin?
- Deriver $g(x)$ og bruk den deriverte til å finne ut når bensinforbruket var høyest.
- Når passerte det totale salget av de to petroleumsproduktene 3 500 millioner liter per år?

Oppgave 5

Else skal bygge seg hus. Hun har fått beskjed fra bygningsmyndighetene om at takvinkelen skal være 40° . Husets bredde skal være $b = 8,0$ meter. Se figuren nedenfor.

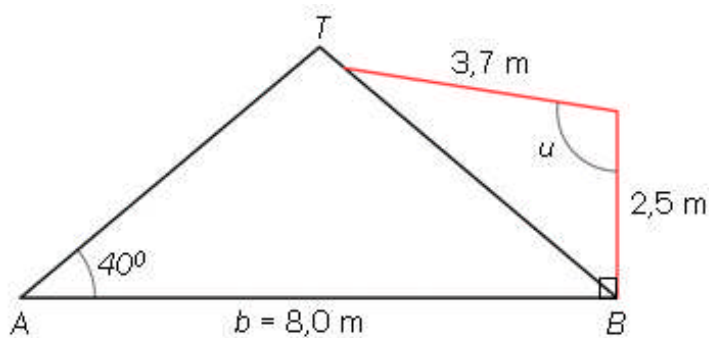


- a) Forklar at høyden h blir 3,4 meter.

Else skal montere en takstige som skal gå fra A til T .

- b) Hvor lang blir denne stigen?

Else vil ha et utbygg på huset. Hun vil sette opp en 2,5 meter høy loddrett vegg fra B og derfra legge en bjelke på 3,7 meter til taket. Se figuren nedenfor.



- c) Hvor stor blir vinkelen u ?

Oppgave 6

En ball spretter. Vi måler hvor høyt ballen er over bakken ved forskjellige tidspunkt. Her er noen av måleresultatene:

Tiden t sekunder	Høyden h meter
0	0
0,05	0,159
0,10	0,301
0,14	0,425
0,18	0,531
0,22	0,620
0,26	0,671
0,30	0,720
0,34	0,754
0,38	0,771
0,42	0,773
0,45	0,757
0,55	0,667



- Tegn punktene i et koordinatsystem.
- Bruk regresjon til å finne den andregradsfunksjonen som passer best med dataene fra forsøket.

Fysikkens lover gir en formel for ballens høyde h meter over bakken etter tiden t sekunder.

$$h(t) = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Her er g tyngdens akselerasjon, som er lik $9,8 \text{ m/s}^2$, og $v_0 \text{ m/s}$ er farten til ballen når $t = 0$.

- Hvilken verdi gir resultatet i oppgave b) for g ?

Oppgave 7

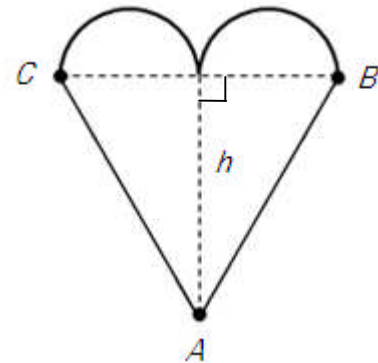
I denne oppgaven skal du velge **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved sensuren.

Alternativ I

Truls skal bake pepperkaker. Kakene skal ha form som hjerter.

Vi regner med at hjertene er sammensatt av en likesidet trekant ABC og to halvsirkler. Diameterne i halvsirklene er halvparten så lange som sidene i trekanten.

La x være radius i halvsirklene.



- a) 1) Forklar at hver av sidene i trekanten har lengden $4x$.
- 2) Vis at høyden h i trekanten er $\sqrt{12} \cdot x$
- b) Vis at arealet av et pepperkakehjerte er $A = (\pi + 2\sqrt{12}) \cdot x^2$

Truls vurderer om han skal lage noen hjerter som er litt større.

- c) Hvor mye øker arealet av et hjerte hvis han øker radien til det dobbelte?
- d) Hvor mye må radien økes til dersom arealet skal bli dobbelt så stort?

Alternativ II

La funksjonen f være gitt ved

$$x^3 - 3x^2 + 2$$

- a) Tegn grafen til f for x -verdier mellom -3 og 2 . Finn koordinatene til toppunktet T og bunnpunktet B .
- b) Linja gjennom B og T skjærer grafen til f i et tredje punkt V . Vis at punktet V har koordinatene $(1,0)$.
- c) Finn lengden av vektorene \overline{BV} og \overline{TV} .

Punktet $P(3,2)$ ligger på grafen til f . Linja gjennom P og V skjærer grafen til f i et tredje punkt Q .

- d) Finn koordinatene til Q . Vis at vektorene \overline{VQ} og \overline{VP} er like lange.

Ut fra svarene i c) og d) kan det se ut som det er en sammenheng mellom avstanden fra punktet V til ulike punkt på grafen til f .

- e) Beskriv denne sammenhengen, og fortell kort hva du ville ha gjort for å undersøke om sammenhengen gjelder mer generelt.

Kolstadgata 1
Postboks 2924 Tøyen
0608 OSLO
Telefon 23 30 12 00
Telefaks 23 30 12 99
www.utdanningsdirektoratet.no