Utdanningsdirektoratet

Eksamen

27.05.2016

MAT1017 Matematikk 2T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Teikningar, grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlane nedanfor.

Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er n. X er talet på gonger A inntreffer.
$P(A)=p$ i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$. r element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå D.

Oppgåve 1 (3 poeng)

Teikn fire vektorar $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ og $\vec{d}$ slik at

- $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$
- $\vec{a}\cdot\vec{c}=0$
- $\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}=2\vec{d}$

Oppgåve 2 (5 poeng)

Gitt vektorane $\vec{a} = [3,4]$, $\vec{b} = [2,-5]$ og $\vec{c} = \left[\frac{1}{2}, k\right]$

a) Bestem $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

b) Bestem k slik at $\vec{c} \perp \vec{a}$

c) Bestem k slik at $\vec{c} \parallel \vec{b}$

d) Bestem k slik at $|\vec{c}| = \frac{1}{2}|\vec{a}|$

Oppgåve 3 (5 poeng)

Ei linje l går gjennom punkta $A(-2,4)$ og $B(7,1)$.

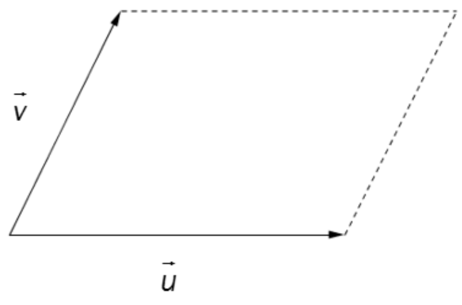
a) Bestem ei parameterframstilling for linja l.

Ei linje m er gitt ved $y = 3x$

b) Vis ved rekning at $l \perp m$

c) Bestem skjeringspunktet mellom l og m ved rekning.

Oppgåve 4 (4 poeng)



Eit parallellogram P er utspent av to vektorar, $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

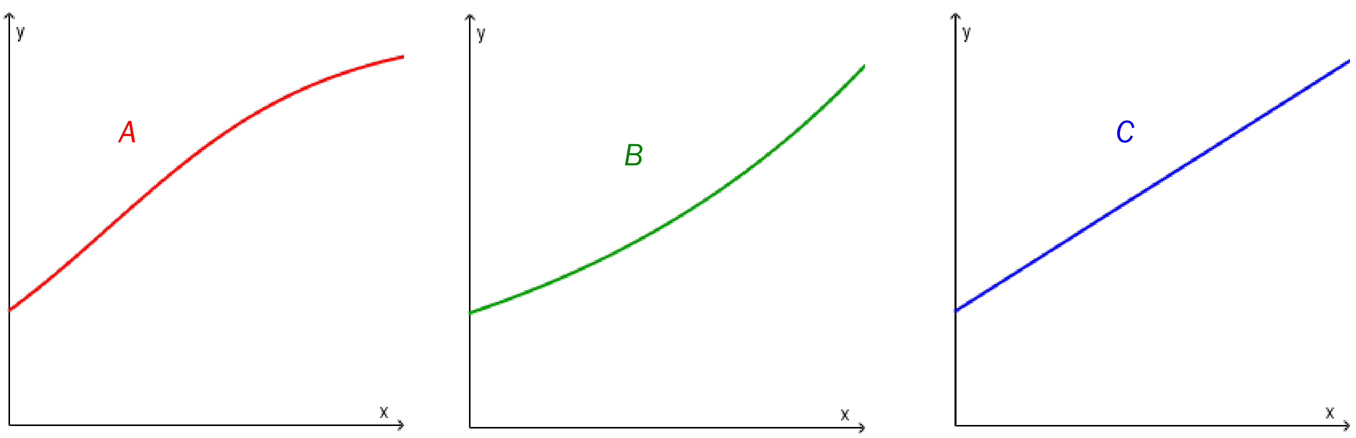
a) Vis at $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|^2 = \left|\vec{u}\right|^2 + \left|\vec{v}\right|^2 + 2\cdot\vec{u}\cdot\vec{v}$

b) Set opp uttrykket i oppgåve a) dersom P er eit rektangel.
Formuler den matematiske setninga du no har bevist.

Oppgåve 5 (2 poeng)

a) Forklar kva det vil seie at ein storleik aukar eksponentielt.

b) Nedanfor ser du tre ulike grafar. Kva for ein eller kva for nokre av desse grafane illustrerer eksponentiell vekst? Grunngi svaret ditt.



Oppgåve 6 (4 poeng)

Marte er telefonseljar. Ho har ei fast grunnlønn per time. I tillegg får ho eit fast beløp for kvart produkt ho sel.

Ein time selde ho 2 produkt. Ho tente da til saman 170 kroner.
Den neste timen selde ho 4 produkt. Denne timen tente ho til saman 220 kroner.

a) Lag ei grafisk framstilling som viser samanhengen mellom kor mange produkt Marte sel i løpet av ein time, og kor mykje ho tener denne timen.

b) Bruk den grafiske framstillinga til å bestemme grunnlønna til Marte per time og det beløpet ho får for kvart produkt ho sel.

c) Kor mange produkt må Marte selje i løpet av ein time dersom ho skal tene 370 kroner denne timen?

Oppgåve 7 (4 poeng)

Ved ein skole er det to Vg2-klassar, 2A og 2B. Det er like mange elevar i kvar klasse.
Alle elevane i 2A har valt 2T, medan berre halvparten av elevane i 2B har valt 2T.

a) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev i Vg2 har valt 2T.

b) Bestem sannsynet for at ein tilfeldig vald elev som har valt 2T, går i klasse 2A.

Oppgåve 8 (4 poeng)

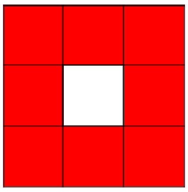
I ein Vg2-klasse er det 10 elevar. 40 % av elevane et frukost kvar dag.
Vi vel tilfeldig fire elevar frå klassen.

a) Bestem sannsynet for at nøyaktig to av desse et frukost kvar dag.

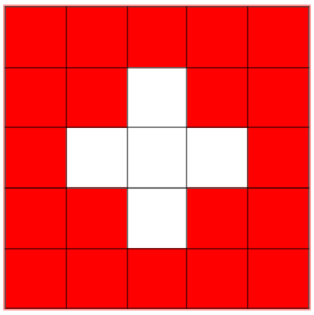
Ei undersøking blant Vg2-elevar i ein landsdel viser at 40 % et frukost kvar dag.
Vi vel tilfeldig fire Vg2-elevar frå landsdelen.

b) Set opp eit uttrykk som kan brukast til å bestemme sannsynet for at nøyaktig to av desse elevane et frukost kvar dag.

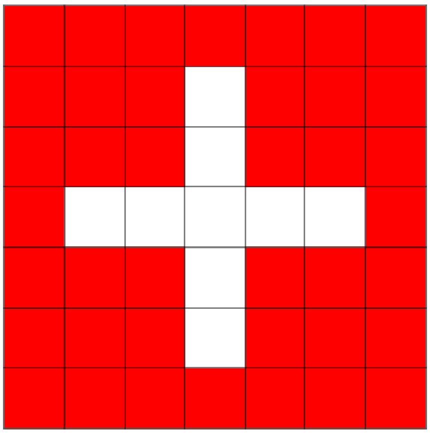
Oppgåve 9 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Tenk deg at du skal lage figurar av raude og kvite kvadrat som vist ovanfor.

a) Skriv av tabellen nedanfor, og fyll han ut.

Figur	Kvite kvadrat	Raude kvadrat	Kvadrat totalt
1	1	8	9
2	5		
3			
4			
n			

b) Bruk uttrykka i siste rad i tabellen i oppgåve a) til å bestemme kor mange kvadrat du treng totalt dersom du skal lage ein figur med 77 kvite kvadrat.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser talet på arbeidsledige i Noreg i januar nokre utvalde år.

År	Arbeidsledige
2005	66 064
2006	54 036
2007	39 032
2008	31 328
2009	43 761
2010	55 587
2011	55 498
2012	48 675
2013	48 531
2014	55 296

La x vere åra etter 2005. (La $x = 0$ svare til år 2005, $x = 1$ til år 2006, osv.)

a) Bruk regresjon til å bestemme den tredjegradsfunksjonen og den fjerdegradsfunksjonen som best illustrerer talmaterialet i tabellen ovanfor.

b) Når var det ifølgje kvar av funksjonane frå oppgåve a) færrast arbeidsledige i Noreg i perioden 2005–2014?

c) Vurder om det er realistisk å bruke nokon av dei to funksjonane som modell for å seie noko om talet på arbeidsledige i åra etter 2014.

Oppgåve 2 (2 poeng)

I Noreg bur no 8 av 10 personar i tettbygde strøk. 80 personar som bur i Noreg, skal delta i ei undersøking. Dei 80 personane blir valde tilfeldig.

Bestem sannsynet for at 65 eller fleire av personane som blir valde ut, bur i tettbygde strøk.

Oppgåve 3 (3 poeng)

Gitt punkta $A\;\;5,0\;\;$, $B(1,-3)$ og $P(x,y)$.

Bruk CAS til å bestemme x og y slik at $\left|\overrightarrow{AP}\right| = 5$ og $\left|\overrightarrow{BP}\right| = 5\sqrt{2}$.

Oppgåve 4 (7 poeng)

To lokomotiv, A og B, køyrer på kvart sitt spor. Posisjonen til kvart av dei to lokomotiva t minutt etter klokka 06.00 er gitt ved parameterframstillingane

$$A: \begin{cases} x = \dfrac{2}{5}t - 4 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \text{og} \qquad B: \begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{3}{10}t - \dfrac{27}{10} \end{cases}$$

Eininga på aksane er kilometer.

a) Bestem posisjonen til kvart av dei to lokomotiva klokka 06.20.

b) Forklar at dei to spora kryssar kvarandre i punktet $S(0,0)$.

c) Kva for lokomotiv passerer punktet S først?
Kor langt frå S er det andre lokomotivet da?

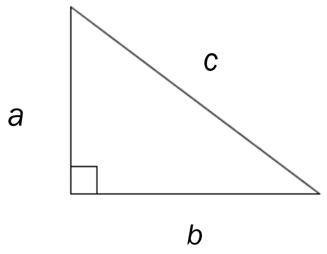
d) Når er lokomotiva nærmast kvarandre, og kor stor er avstanden mellom dei da?

Oppgåve 5 (7 poeng)

Tre heile tal som passar i Pytagoras' læresetning, kallar vi eit pytagoreisk taltrippel. Fordi $3^2+4^2=5^2$, er 3, 4 og 5 eit pytagoreisk taltrippel. I tabellen nedanfor ser du fleire eksempel.

a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	60	61

$a^2+b^2=c^2$



Tala i første kolonne i tabellen er oddetal. I andre og tredje kolonne ser det ut til at differansen mellom tala aukar frå rad til rad.

Dei første differansane i andre kolonne er $12-4=\mathbf{8}$, $24-12=\mathbf{12}$, $40-24=\mathbf{16}$ ...

a) Studer korleis differansane i andre og tredje kolonne aukar. Bruk dette til å bestemme b og c når $a=13$. Vis at desse verdiane for a, b og c er eit pytagoreisk taltrippel.

Vi ser at differansen mellom dei to største tala i kvart taltrippel er 1.

b) Bruk dette til å bestemme b og c når $a=25$. Vis at desse verdiane for a, b og c er eit pytagoreisk taltrippel.

Rad nummer	a	b	c
1	3	4	5
2	5	12	13
3	7	24	25
4	9	40	41
5	11	60	61
n	$2n+1$	$2n^2+2n$	$2n^2+2n+1$

c) Bruk regresjon til å vise at rad n i tabellen blir som gitt ovanfor.

d) Bruk CAS til å vise at uttrykka i rad n er eit pytagoreisk taltrippel.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Tegninger, grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

På Del 1 av eksamen kan du få bruk for formlene nedenfor.

Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Antall uavhengige forsøk er n. X er antall ganger A inntreffer.
$P(A)=p$ i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$. r elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra D.

Oppgave 1 (3 poeng)

Tegn fire vektorer $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ og $\vec{d}$ slik at

- $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$
- $\vec{a}\cdot\vec{c}=0$
- $\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}=2\vec{d}$

Oppgave 2 (5 poeng)

Gitt vektorene $\vec{a} = [3,4]$, $\vec{b} = [2,-5]$ og $\vec{c} = \left[\frac{1}{2}, k\right]$

a) Bestem $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

b) Bestem k slik at $\vec{c} \perp \vec{a}$

c) Bestem k slik at $\vec{c} \parallel \vec{b}$

d) Bestem k slik at $|\vec{c}| = \frac{1}{2}|\vec{a}|$

Oppgave 3 (5 poeng)

En linje l går gjennom punktene $A(-2,4)$ og $B(7,1)$.

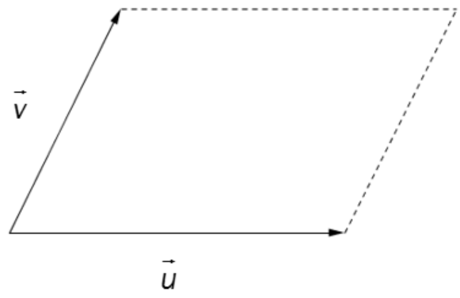
a) Bestem en parameterframstilling for linjen l.

En linje m er gitt ved $y = 3x$

b) Vis ved regning at $l \perp m$

c) Bestem skjæringspunktet mellom l og m ved regning.

Oppgave 4 (4 poeng)



Et parallellogram P er utspent av to vektorer, $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

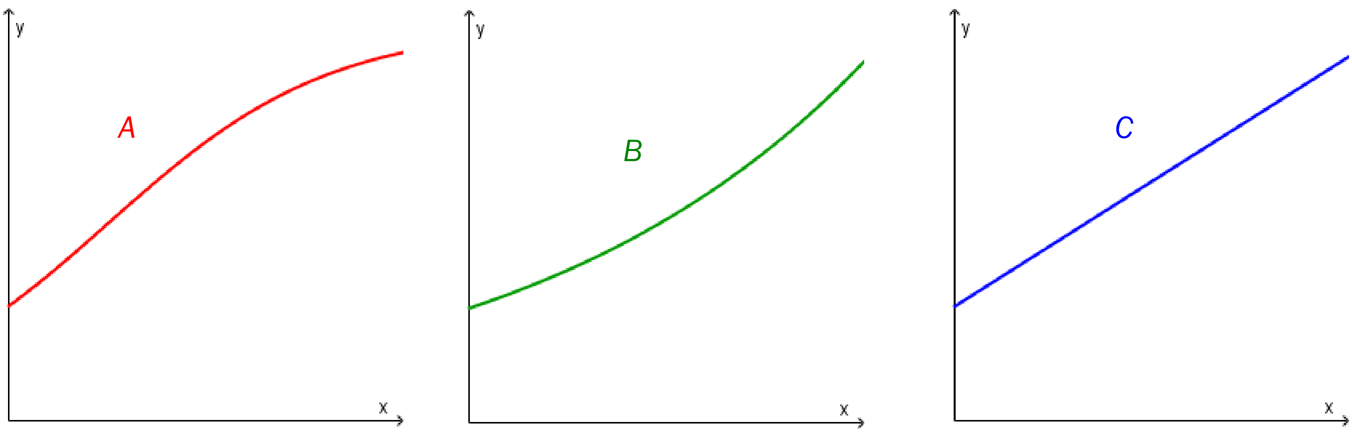
a) Vis at $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|^2 = \left|\vec{u}\right|^2 + \left|\vec{v}\right|^2 + 2\cdot\vec{u}\cdot\vec{v}$

b) Sett opp uttrykket i oppgave a) dersom P er et rektangel.
Formuler den matematiske setningen du nå har bevist.

Oppgave 5 (2 poeng)

a) Forklar hva det vil si at en størrelse øker eksponentielt.

b) Nedenfor ser du tre ulike grafer. Hvilken eller hvilke av disse grafene illustrerer eksponentiell vekst? Begrunn svaret ditt.



Oppgave 6 (4 poeng)

Marte er telefonselger. Hun har en fast grunnlønn per time. I tillegg får hun et fast beløp for hvert produkt hun selger.

En time solgte hun 2 produkter. Hun tjente da til sammen 170 kroner.
Den neste timen solgte hun 4 produkter. Denne timen tjente hun til sammen 220 kroner.

a) Lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom hvor mange produkter Marte selger i løpet av en time, og hvor mye hun tjener denne timen.

b) Bruk den grafiske framstillingen til å bestemme Martes grunnlønn per time og det beløpet hun får for hvert produkt hun selger.

c) Hvor mange produkter må Marte selge i løpet av en time dersom hun skal tjene 370 kroner denne timen?

Oppgave 7 (4 poeng)

Ved en skole er det to Vg2-klasser, 2A og 2B. Det er like mange elever i hver klasse.
Alle elevene i 2A har valgt 2T, mens bare halvparten av elevene i 2B har valgt 2T.

a) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev i Vg2 har valgt 2T.

b) Bestem sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev som har valgt 2T, går i klasse 2A.

Oppgave 8 (4 poeng)

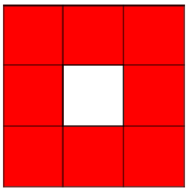
I en Vg2-klasse er det 10 elever. 40 % av elevene spiser frokost hver dag.
Vi velger tilfeldig fire elever fra klassen.

a) Bestem sannsynligheten for at nøyaktig to av disse spiser frokost hver dag.

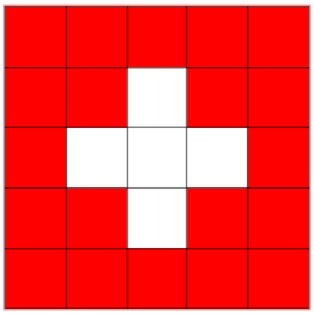
En undersøkelse blant Vg2-elever i en landsdel viser at 40 % spiser frokost hver dag.
Vi velger tilfeldig fire Vg2-elever fra landsdelen.

b) Sett opp et uttrykk som kan brukes til å bestemme sannsynligheten for at nøyaktig to av disse elevene spiser frokost hver dag.

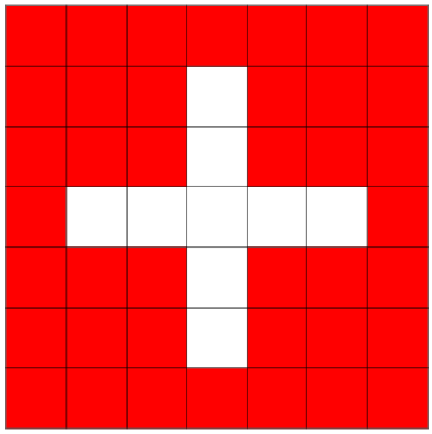
Oppgave 9 (5 poeng)



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Tenk deg at du skal lage figurer av røde og hvite kvadrater som vist ovenfor.

a) Skriv av tabellen nedenfor, og fyll den ut.

Figur	Antall hvite kvadrater	Antall røde kvadrater	Antall kvadrater totalt
1	1	8	9
2	5		
3			
4			
n			

b) Bruk uttrykkene i siste rad i tabellen i oppgave a) til å bestemme hvor mange kvadrater du trenger totalt dersom du skal lage en figur med 77 hvite kvadrater.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall arbeidsledige i Norge i januar noen utvalgte år.

År	Antall arbeidsledige
2005	66 064
2006	54 036
2007	39 032
2008	31 328
2009	43 761
2010	55 587
2011	55 498
2012	48 675
2013	48 531
2014	55 296

La x være antall år etter 2005. (La $x = 0$ svare til år 2005, $x = 1$ til år 2006, osv.)

a) Bruk regresjon til å bestemme den tredjegradsfunksjonen og den fjerdegradsfunksjonen som best illustrerer tallmaterialet i tabellen ovenfor.

b) Når var det ifølge hver av funksjonene fra oppgave a) færrest arbeidsledige i Norge i perioden 2005–2014?

c) Vurder om det er realistisk å bruke noen av de to funksjonene som modell for å si noe om antall arbeidsledige i årene etter 2014.

Oppgave 2 (2 poeng)

I Norge bor nå 8 av 10 personer i tettbygde strøk. 80 personer som bor i Norge, skal delta i en undersøkelse. De 80 personene velges tilfeldig.

Bestem sannsynligheten for at 65 eller flere av personene som velges ut, bor i tettbygde strøk.

Oppgave 3 (3 poeng)

Gitt punktene $A\;5,\,0\;$, $B(1,-3)$ og $P(x,y)$.

Bruk CAS til å bestemme x og y slik at $\left|\overrightarrow{AP}\right|=5$ og $\left|\overrightarrow{BP}\right|=5\sqrt{2}$.

Oppgave 4 (7 poeng)

To lokomotiv, A og B, kjører på hvert sitt spor. Posisjonen til hvert av de to lokomotivene t minutter etter klokken 06.00 er gitt ved parameterframstillingene

$$A:\ \begin{cases} x=\dfrac{2}{5}t-4 \\ y=0 \end{cases} \qquad \text{og} \qquad B:\ \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{3}{10}t-\dfrac{27}{10} \end{cases}$$

Enheten på aksene er kilometer.

a) Bestem posisjonen til hvert av de to lokomotivene klokka 06.20.

b) Forklar at de to sporene krysser hverandre i punktet $S(0,0)$.

c) Hvilket lokomotiv passerer punktet S først?
Hvor langt fra S er det andre lokomotivet da?

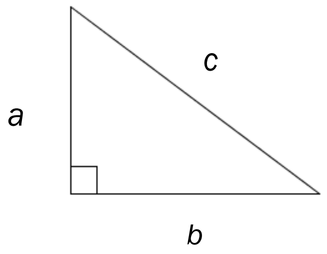
d) Når er lokomotivene nærmest hverandre, og hvor stor er avstanden mellom dem da?

Oppgave 5 (7 poeng)

Tre hele tall som passer i Pytagoras' læresetning, kaller vi et pytagoreisk talltrippel. Fordi $3^2+4^2=5^2$, er 3, 4 og 5 et pytagoreisk talltrippel. I tabellen nedenfor ser du flere eksempler.

a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	60	61

$a^2+b^2=c^2$



Tallene i første kolonne i tabellen er oddetall. I andre og tredje kolonne ser det ut til at differansen mellom tallene øker fra rad til rad.

De første differansene i andre kolonne er $12-4=\mathbf{8}$, $24-12=\mathbf{12}$, $40-24=\mathbf{16}$ ...

a) Studer hvordan differansene i andre og tredje kolonne øker. Bruk dette til å bestemme b og c når $a=13$. Vis at disse verdiene for a, b og c er et pytagoreisk talltrippel.

Vi ser at differansen mellom de to største tallene i hvert talltrippel er 1.

b) Bruk dette til å bestemme b og c når $a=25$. Vis at disse verdiene for a, b og c er et pytagoreisk talltrippel.

Rad nummer	a	b	c
1	3	4	5
2	5	12	13
3	7	24	25
4	9	40	41
5	11	60	61
n	$2n+1$	$2n^2+2n$	$2n^2+2n+1$

c) Bruk regresjon til å vise at rad n i tabellen blir som gitt ovenfor.

d) Bruk CAS til å vise at uttrykkene i rad n er et pytagoreisk talltrippel.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no