Utdanningsdirektoratet

Eksempeloppgave 2014

REA3022 Matematikk R1
Eksempel på eksamen våren 2015 etter ny ordning

Ny eksamensordning

Del 1:
3 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:
2 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Graftegner
- CAS

Bokmål

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Del 1 skal føres på papir. Du kan ikke bruke datamaskin. Bruk blå eller svart penn når du skriver for hånd. Del 2 kan føres på papir. Dersom du velger å skrive besvarelsen av Del 2 for hånd, skal utskrifter fra CAS og graftegner følge med, merkes som vedlegg og refereres til i besvarelsen. Du kan også velge å bruke datamaskin på hele Del 2, samle alle løsninger i ett dokument og levere som utskrift. For skoler som ønsker det, kan Del 2 gjennomføres som IKT-basert eksamen. Alle løsninger skal da samles i én fil og leveres digitalt.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Drake, thezariworks.wordpress.com (24.02.2012) • Fly, www.goto.no, www.dreamstime.com (19.09.2014)

DEL 1: 3 timer, 36 poeng

Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål
og vinkelmåler er tillatt

Oppgave 1 (3 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(t) = 0{,}02t^3 + 0{,}6t^2 + 4{,}1$

b) $g(x) = x^2 \cdot e^{2x}$

c) $h(x) = \ln(x^3 + 1)$

Oppgave 2 (3 poeng)

En polynomfunksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + ax^2 - 13x + 15$$

a) Bestem a slik at $f(x)$ blir delelig med $(x-1)$

b) Løs ulikheten $f(x) \leq 0$ for denne a-verdien.

Oppgave 3 (2 poeng)

Fra en gruppe på 7 jenter og 5 gutter skal det trekkes ut 3 representanter.

Bestem sannsynligheten for at 2 jenter og 1 gutt representerer gruppa hvis uttrekket er tilfeldig.

Oppgave 4 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x+2}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} - \frac{2}{x-4}$$

Oppgave 5 (3 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{a^2(b^2)^2}{a^{-3}b^0}$

b) $\lg\left(a^2 \cdot b\right)+\lg\left(a \cdot b^2\right)+\lg\left(\dfrac{a}{b^3}\right)$

Oppgave 6 (1 poeng)

Bestem tallet n når

$$2^3+2^3+2^3+2^3=2^n$$

Oppgave 7 (1 poeng)

Skriv av og sett $\Rightarrow$ eller $\Leftarrow$ eller $\Leftrightarrow$ mellom utsagnene nedenfor, og begrunn valget ditt.

$$x^2+5x+6=0 \quad \boxed{} \quad x=-2$$

Oppgave 8 (4 poeng)

Punktene $A(1, 0)$, $B(3, 4)$ og $C(2, t)$ er gitt.

a) Bestem $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

b) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$

c) Bestem t slik at $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$

Oppgave 9 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

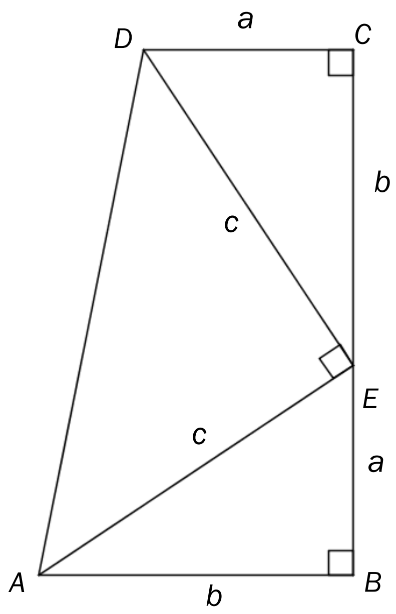
$$f(x) = x^3 - 3x^2 \,, \quad x \in \langle -1, 4 \rangle$$

a) Bestem eventuelle null-, topp- og bunnpunkter på grafen til f.

b) Tegn en skisse av grafen til f.

c) Bestem likningen for tangenten i det punktet på grafen der $x = 1$. Forklar hvorfor denne tangenten kalles en «vendetangent».

Oppgave 10 (4 poeng)



Den tidligere amerikanske presidenten James A. Garfield (1831–1881) er kjent for sitt bevis av Pytagoras-setningen.

På skissen har vi gitt et trapes $ABCD$. $AB = EC = b$, $BE = DC = a$, og $AE = ED = c$.

a) Forklar hvorfor $\angle AED = 90^\circ$

b) Bestem uttrykket for arealet av trapeset og arealet av $\triangle ABE$, $\triangle DCE$ og $\triangle AED$ gitt ved a, b og c.

c) Bruk b) til å bevise Pytagoras-setningen.

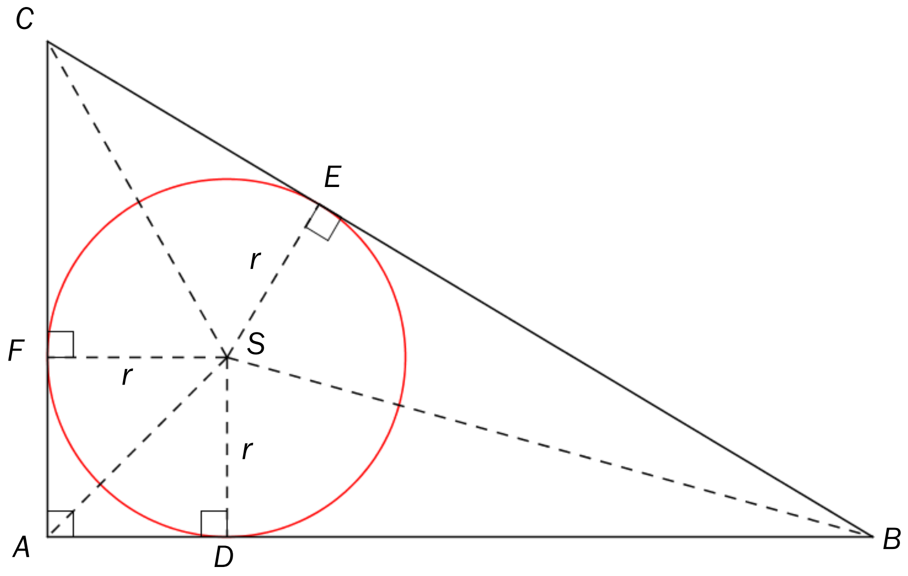
Oppgave 11 (2 poeng)

En sirkel er gitt ved likningen

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$$

Bestem sentrum og radius i sirkelen.

Oppgave 12 (5 poeng)



I en rettvinklet $\triangle ABC$ er det innskrevet en sirkel med radius r. Trekantens sider tangerer sirkelen i D, E og F. Vi setter $BE = \alpha$ og $EC = \beta$.

a) Forklar at $CF = \beta$ og $BD = \alpha$, og at arealet av trekanten ABC er gitt ved
$A_{\triangle ABC} = (\alpha + \beta) \cdot r + r^2$

Pytagoras-setningen brukt på $\triangle ABC$ gir at $(\alpha + r)^2 + (\beta + r)^2 = (\alpha + \beta)^2$

b) Vis at denne likningen kan omformes til

$$r^2 + (\alpha + \beta) \cdot r = \alpha \cdot \beta$$

og videre at

$$A_{\triangle ABC} = \alpha \cdot \beta$$

c) Vi setter $\alpha = 3$ og $\beta = 2$. Bestem $A_{\triangle ABC}$ og r

DEL 2: 2 timer, 24 poeng

Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett
og andre verktøy som tillater kommunikasjon

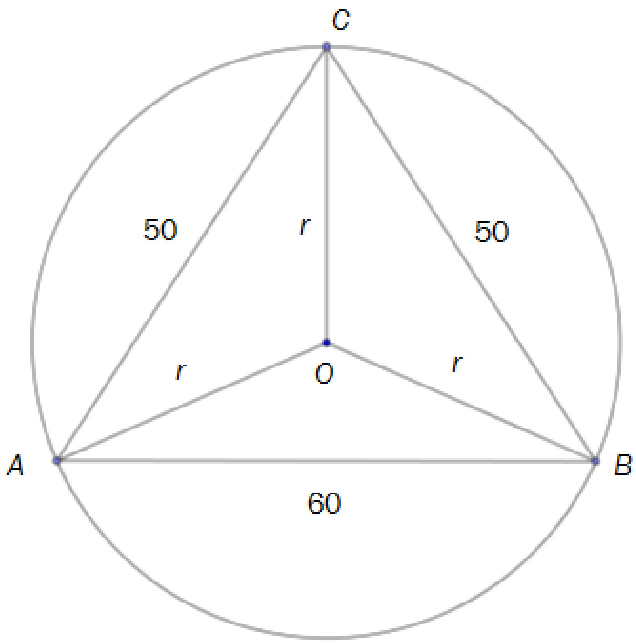
Oppgave 1 (3 poeng)

Bruk CAS til skrive funksjonsuttrykket enklere, og tegn grafen til f med alle asymptoter

$$f(x)=\frac{2x+10}{x^2-25}+\frac{x}{x+5}-\frac{2}{x-5}$$

Bestem hvor funksjonen er deriverbar og kontinuerlig.

Oppgave 2 (3 poeng)



Figuren ovenfor er fra en leirtavle fra Mesopotamia (ca. 1 700 f.Kr.).

Babylonerne regnet ut radius r i sirkelen ovenfor ved å bruke Pytagoras-setningen. Dette er trolig verdens eldste bruk av Pytagoras-setningen, ca. 1 200 år før Pytagoras selv levde!

Bestem radius r i sirkelen ved hjelp av Pytagoras-setningen.

Oppgave 3 (4 poeng)

På en skole går det 60 % gutter og 40 % jenter. Alle guttene går med bukser. Halvparten av jentene går med bukser, mens den andre halvparten går med skjørt.

Vi definerer to hendelser:

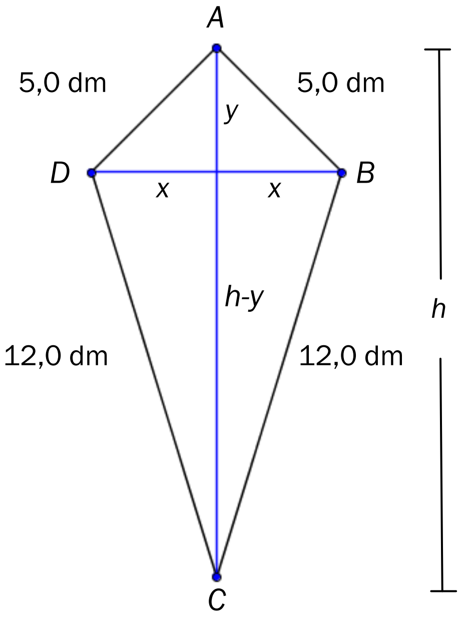
J: Eleven er en jente.
B: Eleven går med bukse.

a) Bestem sannsynlighetene $P(B|J)$ og $P(B)$.

b) Bestem sannsynligheten $P(J|B)$.

Oppgave 4 (4 poeng)

En drake har målene 5,0 dm og 12,0 dm. Se figuren nedenfor.



a) Vis at arealet av draken kan beskrives ved funksjonen A gitt ved

$$A(x) = x(\sqrt{25-x^2} + \sqrt{144-x^2})$$

b) Bruk graftegner til å bestemme det største arealet draken kan ha.

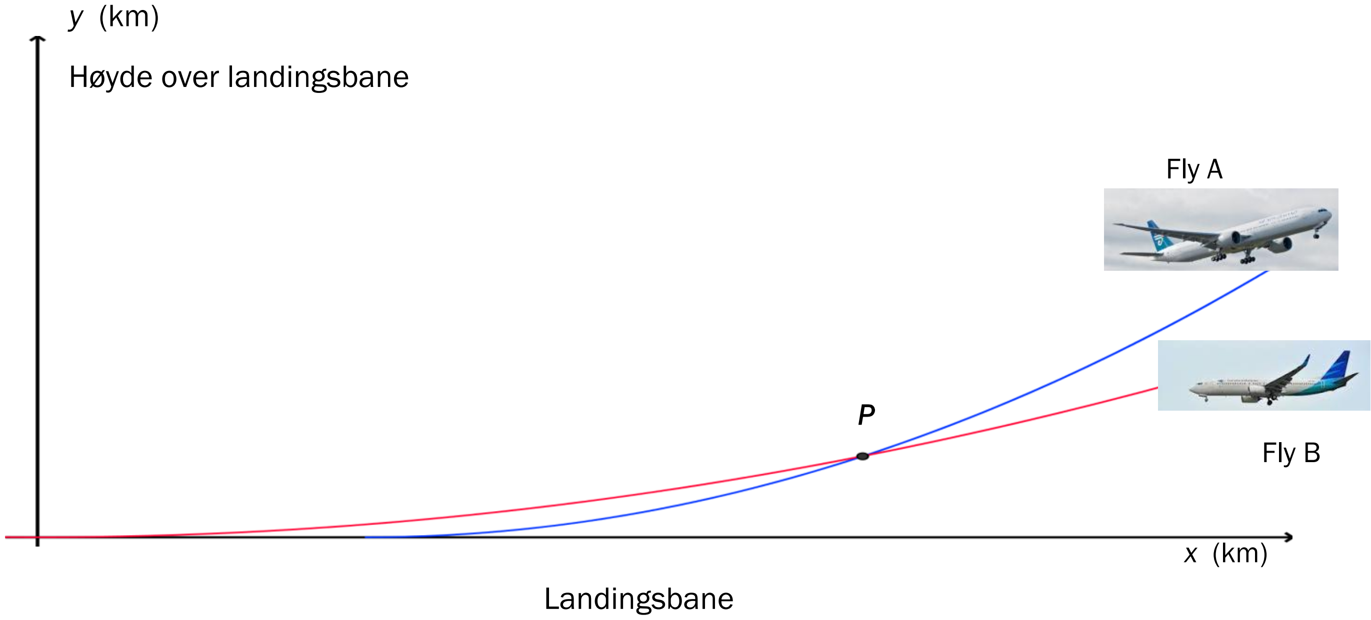
Oppgave 5 (6 poeng)

Posisjonen til et fly A og posisjonen til et fly B beskrives av vektorfunksjonene $\vec{a}(t)$ og $\vec{b}(t)$ gitt ved

$$\vec{a}(t) = \left[70t + 2,\ 140t^2\right] \quad , \quad t \in \left[0,\ t_1\right]$$

$$\vec{b}(t) = \left[-204t + 17,\ 432t^2 - 72t + 3\right] \quad , \quad t \in \left[0,\ t_1\right]$$

Fly A skal lette, mens fly B skal lande (ved tidspunkt t_1). Tiden måles i timer, og alle avstander måles i kilometer. Nedenfor ser du hvordan kursen er for de to flyene. x-aksen ligger langs landingsbanen, mens høyden over landingsbanen måles langs y-aksen.



a) Bestem tidspunktet t_1 for når fly B lander.

b) Bestem farten til fly B når $t = 0{,}08$

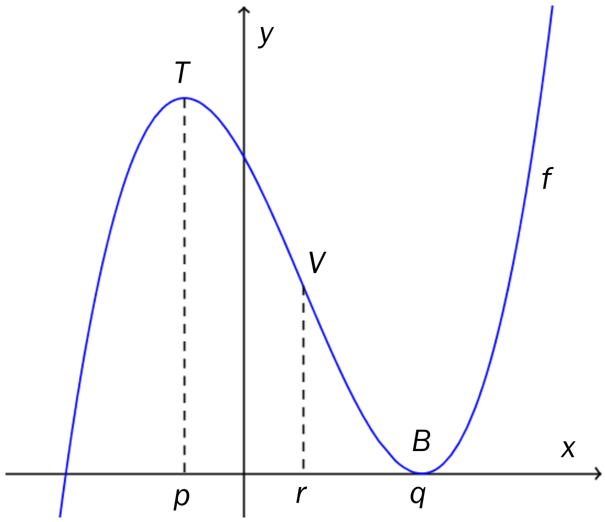
Vi ser at flyenes kurs krysser hverandre i punkt P.

c) Avgjør om flyene vil kollidere.

Oppgave 6 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$



Grafen til f har toppunkt T når $x = p$ og bunnpunkt B når $x = q$.

Bruk CAS til å vise at x-koordinaten til vendepunktet V (infleksjonspunktet) ligger midt mellom x-koordinaten til toppunktet og x-koordinaten til bunnpunktet.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet