Del 1

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x)=x^2+2x+e^x$

b) $g(x)=x^2\cdot\ln x$

c) $h(x)=\dfrac{x-1}{e^{2x+1}}$

Oppgave 2 (4 poeng)

Løs likningene

a) $e^{2x}+7e^x-8=0$

b) $\ln(x^2-5x-1)-\ln(3-2x)=0$

Oppgave 3 (5 poeng)

Gitt vektorene $\vec{a}=[2,\,3]$ og $\vec{b}=[-5,\,3]$

a) Bestem vektorsummen $2\vec{b}-3\vec{a}$

b) Avgjør om $|\vec{a}|>4$

c) Avgjør ved hjelp av vektorregning om vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er spiss, rett eller stump.

Oppgave 4 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 + 6x^2 - x - 30$$

a) Vis at divisjonen $f(x) : (x-2)$ går opp.

b) Faktoriser $f(x)$ i lineære faktorer.

c) Løs ulikheten $-2 \cdot f(x) \geq 0$

Oppgave 5 (4 poeng)

Andersen selger juletrær. Han selger edelgran og vanlig gran. Av erfaring vet han at 70 % av dem som kjøper juletrær, er menn. Han vet også at 60 % av mennene og 40 % av kvinnene kjøper edelgran.

a) Hva er sannsynligheten for at det første treet han selger en dag, er edelgran?

Alle som kjøper edelgran, får et lodd i et lotteri. På julaften trekkes vinneren av lotteriet.

b) Hva er sannsynligheten for at vinneren av lotteriet blir en kvinne?

Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2\,, & x \leq a \\ x^2 + x + 3\,, & x > a \end{cases}$$

For hvilke verdier av a blir f en kontinuerlig funksjon?

Oppgave 7 (6 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x - 2\ln(x^2 + 3) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

a) Vis at $g'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 3}$

b) Bestem x-koordinaten til eventuelle toppunkt og x-koordinaten til eventuelle bunnpunkt på grafen til g.

c) Bestem x-koordinaten til eventuelle vendepunkt på grafen til g.

Oppgave 8 (5 poeng)

I trekanten ABC er $AB = 8$ cm, $AC = 5$ cm og $BC = 7$ cm.

a) Konstruer trekanten.

b) Konstruer den innskrevne sirkelen til trekanten ABC.

Trekanten ABC er del av firkanten $ABCD$ der $AD = 6$ cm, $AD < CD$ og $\angle ADC = 30°$.

c) Konstruer firkanten. (Hint: Du kan få bruk for periferivinkler.)

Del 2

Oppgave 1 (6 poeng)

Et gartneri produserer og selger en plante som får enten røde eller gule blomster.
Sannsynligheten er $p = 0,4$ for at en tilfeldig valgt plante får gule blomster.

Astrid kjøper ti tilfeldige planter av denne typen.

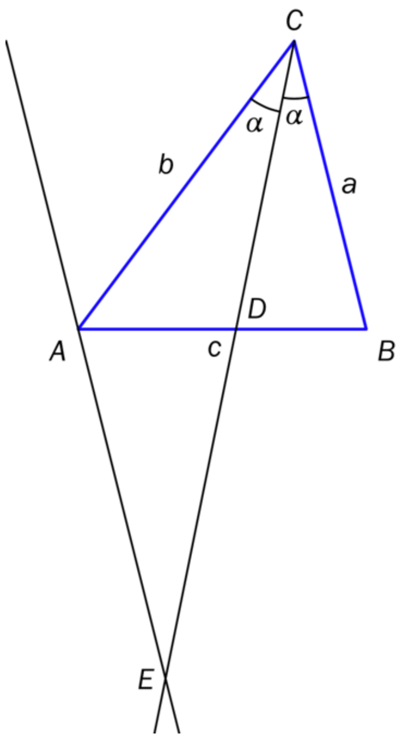
a) Bestem sannsynligheten for at halvparten av plantene til Astrid får gule blomster.

b) Bestem sannsynligheten for at flere enn fem av plantene til Astrid får gule blomster.

Stian har fire like planter med gule blomster og seks like planter med røde blomster.
Disse skal han plante på én rekke i en blomsterkasse.

c) På hvor mange ulike måter kan han plassere plantene i kassen?

Oppgave 2 (6 poeng)



Trekanten *ABC* har sidelengder *a*, *b* og *c*. Vinkelhalveringslinjen til $\angle ACB$ skjærer linjestykket *AB* i punktet *D*.

En linje gjennom A er parallell med linjestykket *BC*. Linjen skjærer halveringslinjen i punktet *E*. Se skissen til høyre.

a) Begrunn at $\angle DEA = \angle DCB$.

b) Begrunn at trekantene AED og BCD er formlike.

c) Begrunn at trekant AEC er likebeint.

d) Forklar at $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{b}{a}$

Sett $a = 6$, $b = 7$ og $c = 10$.

e) Bestem den eksakte verdien til lengden *AD* i dette tilfellet.

Oppgave 3 (6 poeng)

Gitt punktene $A(3, 0)$ og $B(5, 5)$.

a) Bestem en parameterframstilling for den rette linjen ℓ gjennom punktene A og B.

Vektorfunksjonen $\vec{r}$ er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[t + 1,\ t^2 + 2\right]$$

b) Tegn grafen til $\vec{r}$ for $-3 \leq t \leq 3$. Tegn linjen ℓ i samme koordinatsystem.

La P være det punktet på grafen til $\vec{r}$ som ligger nærmest linjen ℓ.

Et resultat fra geometrien sier at tangenten til grafen til $\vec{r}$ i punktet P er parallell med ℓ.

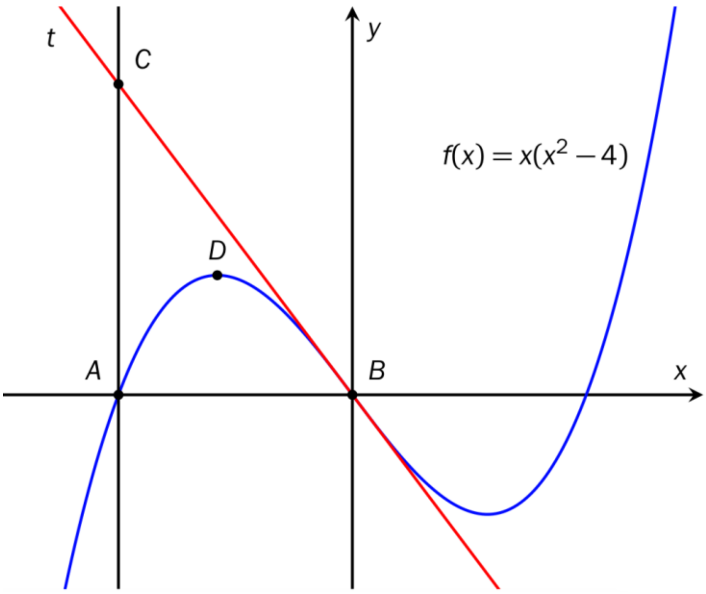
c) Bruk dette resultatet til å bestemme den eksakte verdien for den minste avstanden mellom linjen ℓ og grafen til $\vec{r}$.

Oppgave 4 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x(x^2 - 4)$$

Skissen nedenfor viser grafen til f sammen med vendetangenten t i punktet $B(0, 0)$. Punktet A har koordinatene $(-2, 0)$. Punktet C er skjæringspunktet mellom linjen t og linjen $x = -2$. Punktet D er toppunktet på grafen til f.



a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f sammen med vendetangenten og punktene A, B, C og D.

b) Bestem forholdet mellom arealene av trekantene ABC og ABD.

Vi ser nå på det generelle uttrykket

$$g(x) = x \cdot (x^2 - r^2), \quad r > 0$$

Punktene E, F, G og H er definert ved at

- E er venstre nullpunkt
- F er origo
- G er skjæringspunktet mellom vendetangenten og den vertikale linjen gjennom E
- H er toppunktet på grafen til g

c) Bruk CAS til å vise at forholdet mellom arealene av trekantene EFG og EFH er uavhengig av r.