

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (12 poeng)

a) Deriver funksjonene gitt ved

1) $f(x) = 5x^3 + x - 4$

2) $g(x) = 5e^{3x}$

b) Skriv så enkelt som mulig

$$2\ln\left(\frac{a^2}{b}\right) + \ln(ab) - 3\ln a$$

c) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^3 - 3x$

1) Bestem nullpunktene til f .

2) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter til grafen til f .

3) Tegn grafen til f .

d) Polynomet $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ er gitt. Heltallige løsninger av likningen $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet.

Bruk dette til å finne en løsning av $P(x) = 0$ og polynomdivisjon til å finne de andre løsningene.

e) Posisjonsvektoren til en ball er gitt ved $\vec{r}(t) = [3,0t, -4,9t^2]$

Bestem fartsvektoren og akselerasjonsvektoren.

Oppgave 2 (7 poeng)

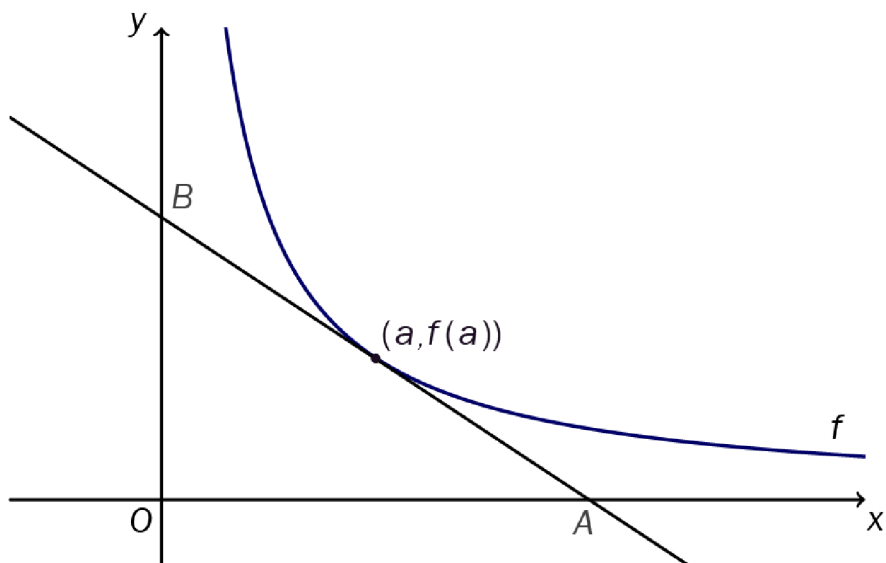
Likningen for en rett linje er på formen $y = ax + b$

- a) Forklar at $[1, a]$ er en retningsvektor for linjen
- b) To rette linjer med stigningstall a_1 og a_2 står vinkelrett på hverandre. Vis at da er

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

- c) Bestem likningen for en rett linje som står vinkelrett på $y = 2x - 1$ og som skjærer y-aksen i $y = 5$.
- d) Tegn de to linjene fra c) inn i samme koordinatsystem.

Oppgave 3 (5 poeng)



Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}$ og en tangent i punktet $(a, f(a))$.

a) Vis at likningen for tangenten er

$$y = -\frac{1}{a^2} \cdot x + \frac{2}{a}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i A og B .

b) Bestem koordinatene til A og B .

c) Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 4 (4 poeng)

Vi har gitt punktene $A(-3, -2)$, $B(6, 3)$ og $C(2, 4)$

- Bestem $\angle BAC$ ved å bruke vektorregning.
- Bestem koordinatene til et punkt D slik at $\square ABCD$ blir et parallellogram.

Oppgave 5 (2 poeng)

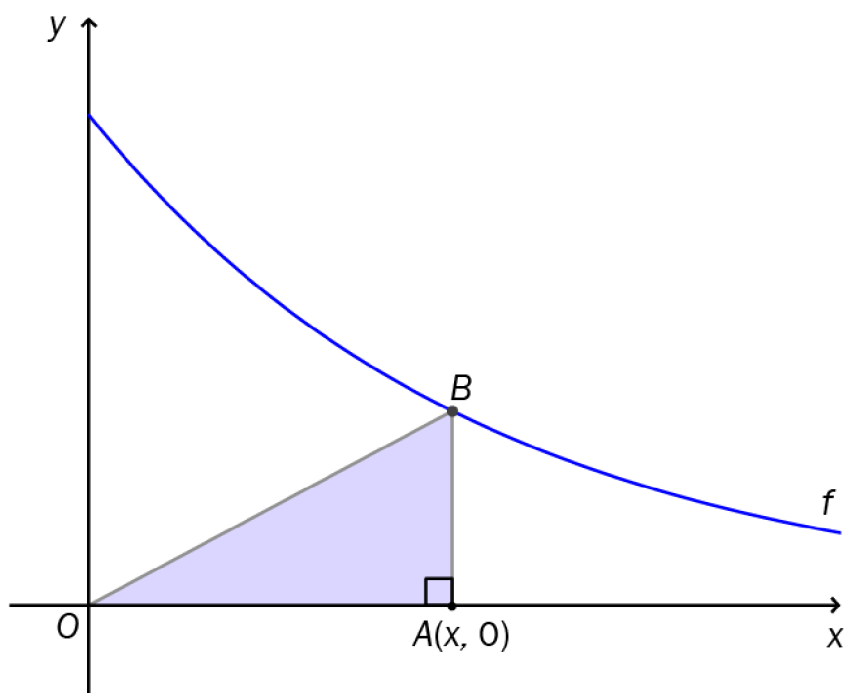
Punktene $A(2, 4)$ og $B(4, 2)$ ligger på en sirkel slik at AB er diameter til sirkelen.

Vis ved regning at likningen til sirkelen er $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 2$

Oppgave 6 (5 poeng)

- Bestem en parameterframstilling for en rett linje l som går gjennom punktene $E(2, 4)$ og $F(7, -1)$.
- Bestem skjæringspunktene mellom l og koordinataksene.
- Bestem ved regning avstanden fra punktet $G(6, 3)$ til l .

Oppgave 7 (6 poeng)



Figuren viser en del av grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{5}{2}e^{-\frac{x}{2}}, \quad x > 0$$

a) Vis at arealet av $\triangle OAB$ er gitt ved

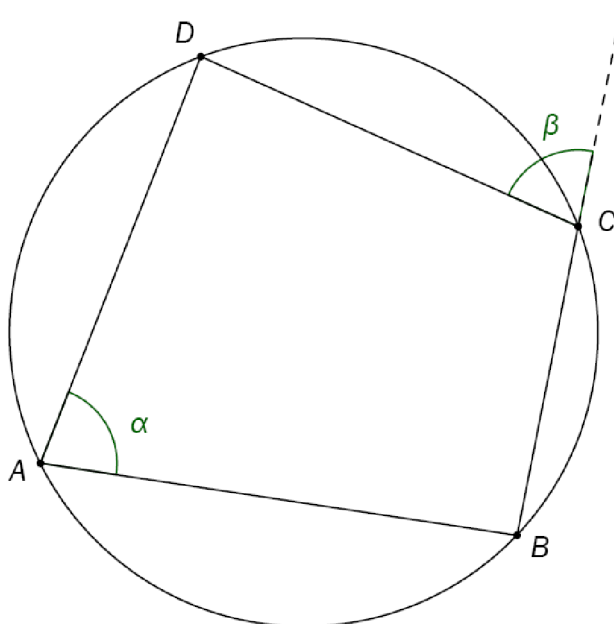
$$g(x) = \frac{5}{4}x \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

b) Bestem det største arealet som $\triangle OAB$ kan ha.

c) Bruk digitalt verktøy til å bestemme x slik at trekanten er likebeint.

Hvor stort er arealet da?

Oppgave 8 (5 poeng)



På skissen ovenfor er $\square ABCD$ innskrevet i en sirkel.

$\angle A = \alpha$, og nabovinkelen til $\angle C$ kalles β . Buen $BCD = x$

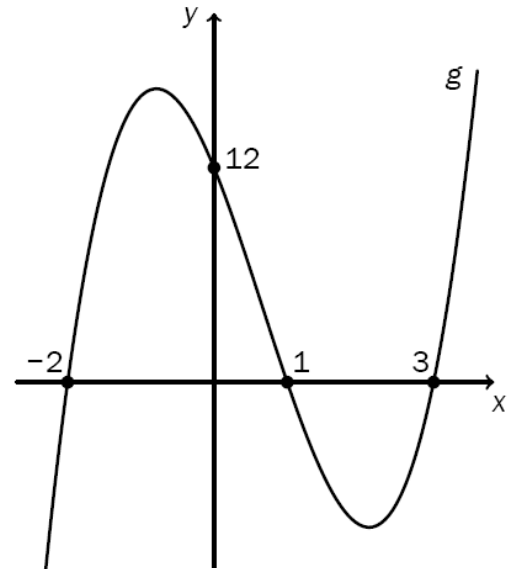
- Forklar at $\alpha = \frac{x}{2}$
- Forklar at $180^\circ - \beta = \frac{1}{2}(360^\circ - x)$
- Vis at $\alpha = \beta$

Oppgave 9 (6 poeng)

a) Tegn grafen til funksjonen f gitt ved

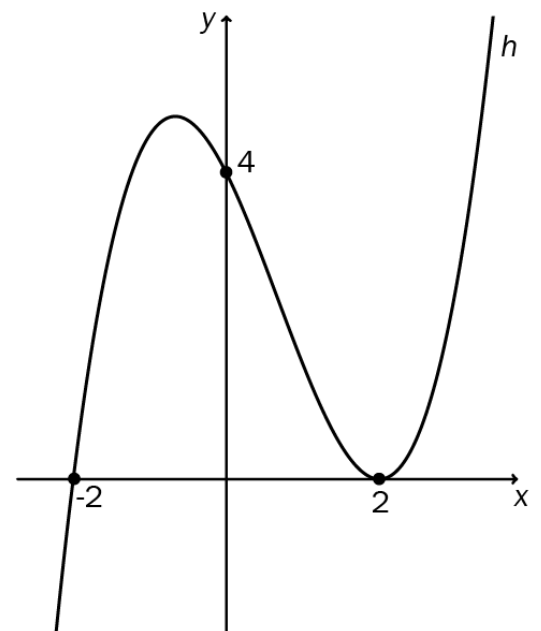
$$f(x) = 2(x+1)(x-1)(x-3)$$

b) På figur 1 er det tegnet en skisse av grafen til en annen funksjon g . Skriv funksjonsuttrykket $g(x)$ på samme form som i a).



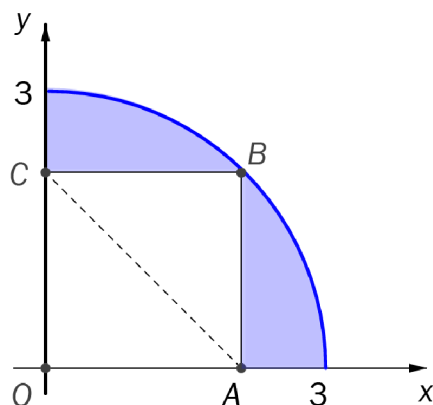
Figur 1

c) På figur 2 er det tegnet en skisse av grafen til en tredje funksjon h . Skriv funksjonsuttrykket $h(x)$ på samme form som ovenfor.



Figur 2

Oppgave 10 (3 poeng)



På skissen ovenfor er det tegnet en kvartsirkel med radius 3. $\square OABC$ er et kvadrat der A ligger på x -aksen, B på kvartsirkelen og C på y -aksen.

- Bestem lengden til diagonalen AC .
- Bestem arealet av det skraverte området.

Oppgave 11 (5 poeng)

En skole vil arrangere aktivitetsdag. Det pleier å regne 8 % av dagene på denne tiden av året. Værmeldingen har vært korrekt 90 % av de dagene det faktisk regner. Når det har vært oppholdsvær, har meteorologene meldt regn 10 % av dagene.

Vi definerer hendelsene:

A : Det regner på aktivitetsdagen

B : Det er meldt regn på aktivitetsdagen

- Bestem $P(A)$ og $P(\bar{A})$
- Bestem $P(B|A)$, $P(B|\bar{A})$ og $P(B)$

Det er meldt regn den dagen skolen ønsker å arrangere aktivitetsdag.

- Bestem sannsynligheten for at det ikke regner denne dagen selv om det altså er meldt regn.