

Eksamen

04.12.2008

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk

| Eksamensinformasjon | |
|----------------------------------|--|
| Eksamenstid: | 5 timer: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar. |
| Hjelpemiddel på Del 1: | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med cm-mål og vinkelmålar |
| Hjelpemiddel på Del 2: | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. |
| Bruk av kjelder: | <p>Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal oppgivast på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må oppgi forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur.</p> <p>Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal heile adressa og nedlastingsdato oppgivast. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med www.Wikipedia.no.</p> |
| Vedlegg: | Ingen |
| Framgangsmåte: | <p>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.</p> <p>Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.</p> |
| Rettleiing om vurderinga: | <p>Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du</p> <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar |

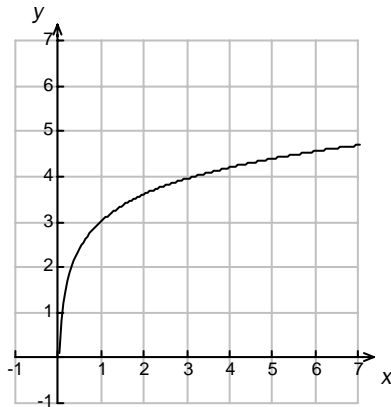
Del 1

Oppgave 1

a) Løys ulikskapen $2x+4 \leq 4x+8$

b) Løys ulikskapen $2x^2+10x > x^2+10x+25$

c) Vi har gitt funksjonen $f(x) = 2\lg x + 3$. Figuren viser grafen til f .



1) Løys likninga $f(x) = 4$ grafisk og ved rekning.

2) Bruk grafen til å bestemme ein tilnærma verdi for $f'(3)$.

d) Løys likningssettet $2x^2 - 2x - y = 2$ og $4x - y = 6$

e) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{(a^2)^2 \cdot b^0 \cdot a^{-2} \cdot b^2}{b \cdot a}$$

f) Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x$$

- 1) Bestem $f'(x)$ og bruk denne til å avgjøre når grafen til f stig og når han fell.
- 2) Bestem eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .

Oppgave 2

a) Vis at $\binom{8}{4} = 70$

På ein sykkelverkstad var det ein dag 8 syklar inne til reparasjon. Av desse var 4 raude, og 4 var blå. Syklane vart reparerte i tilfeldig rekkjefølgje.

b) Finn sannsynet for at dei to første syklane som blir reparerte, er raude.

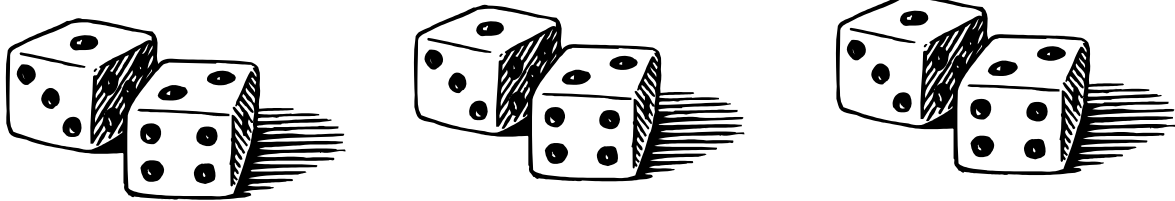
Før lunsj hadde verkstaden reparert 4 av syklane.

c) Bestem sannsynet for at det var 3 raude og ein blå sykkel som var reparerte.

d) Kva er sannsynet for at minst 3 av dei 4 syklane var raude?

Del 2

Oppgave 3



Jan skal kaste seks terningar på éin gong i spelet maxiyatzy.

- Bestem sannsynet for at Jan vil få akkurat éin seksar i kastet.
- Bestem sannsynet for at Jan vil få høgst 4 seksarar.
- Finn sannsynet for at Jan vil få minst éin seksar.
- Kor mange gonger må Jan kaste alle seks terningane for at sannsynet for å få minst éin seksar skal bli større enn 0,99?

Oppgave 4

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativene er likeverdige ved vurderinga.**

*(Dersom svaret inneheld delar av begge,
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)*

Alternativ I

Ei bedrift produserer og sel ei vare. Dei totale kostnadene $K(x)$ kroner ved produksjon av x einingar av vara per dag er omtrent slik det er vist i tabellen nedanfor.

| | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| x | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 70 | 90 |
| $K(x)$ | 3 000 | 3 130 | 3 400 | 3 930 | 4 840 | 6 250 | 11 000 | 19 300 |

Inntekta i kroner ved sal av x einingar av vara er

$$I(x) = 660x - 6x^2, \quad x \in [0, 90]$$

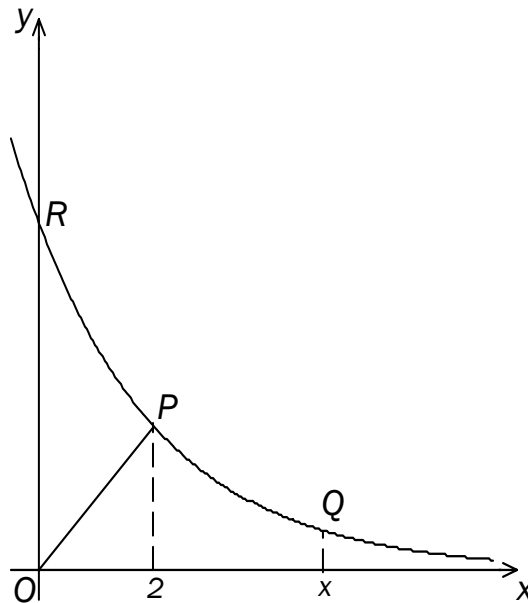
- Merk av punkta i tabellen ovanfor i eit koordinatsystem. Trekk ei kurve gjennom punkta. Teikn grafen til I i same koordinatsystem. Kva for produksjonsmengd gir størst inntekt?
- Ved kva for produksjon vil kostnader og inntekter vere like store?
- Bruk regresjon til å skrive $K(x)$ på forma $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- Undersøk om det lønner seg å auke produksjonen når $x = 50$.

Bedrifta vil tilpasse produksjonen slik at overskottet $I(x) - K(x)$ blir størst mogleg.

- Bruk derivasjon til å finne den produksjonen som gir størst overskott per dag. Kor stort er dette overskottet?

Alternativ II

På figuren har vi teikna grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = 6 \cdot 0,65^x$.



O er origo og R er skjæringspunktet mellom grafen og y -aksen. P og Q er punkt på grafen med førstekoordinatar respektive 2 og x .

- Bestem koordinatane til punkta R og P .
- Finn lengda av linjestykket OP .
- Bestem lengda av linjestykket OQ uttrykt ved x .
- Bruk digitalt verktøy til å bestemme koordinatane til Q slik at linjestykket OQ blir kortast mogleg.

Funksjonen g er gitt ved $g(x) = \frac{6}{1+x}$, $x \in [0, 3]$

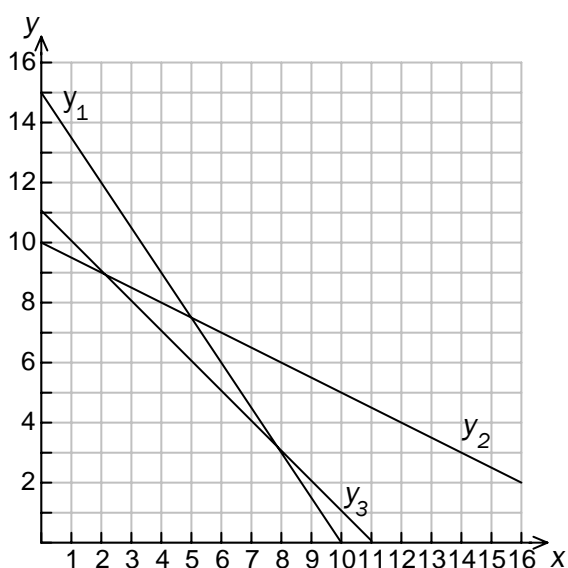
- Bestem den kortaste avstanden frå origo til eit punkt på grafen til g .

Oppgave 5

Ein bonde har eit jorde der han skal dyrke poteter og kålrabi. Jordet er på 11 dekar. Han bruker x dekar til poteter og y dekar til kålrabi.

Investeringane er kr 1200 per dekar for poteter og kr 800 per dekar for kålrabi. Han har høve til å investere inntil kr 12000 til denne produksjonen.

Bonden reknar med å bruke 10 timar per dekar til å stelle potetene og 20 timar per dekar til å stelle kålrabien. Han kan bruke inntil 200 timar på dette jordet.



- På figuren er det teikna inn tre linjer y_1 , y_2 og y_3 . Bruk figuren og finn likninga til kvar av dei tre rette linjene.
- Forklar kva for opplysningar i den innleiande teksten som kan knytast til kvar av likningane.
- Bruk den innleiande teksten til å grunngi i kva for eit område på figuren punkta (x, y) kan liggje. Teikn figuren i eige oppgavesvar, og skraver området.

Bonden sel avlinga. Han får kr 2,- per kg for poteter og kr 2,50 per kg for kålrabi. Bonden reknar med at han produserer 6000 kg poteter per dekar og 7000 kg kålrabi per dekar.

- Set opp ei aktuell problemstilling for bonden, og løys ho.

Bokmål

| Eksamensinformasjon | |
|-----------------------------------|--|
| Eksamenstid: | 5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer. |
| Hjelpemidler på Del 1: | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med cm-mål og vinkelmåler |
| Hjelpemidler på Del 2: | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. |
| Bruk av kilder: | Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med www.Wikipedia.no . |
| Vedlegg: | Ingen |
| Framgangsmåte: | Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling. |
| Veiledning om vurderingen: | Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger |

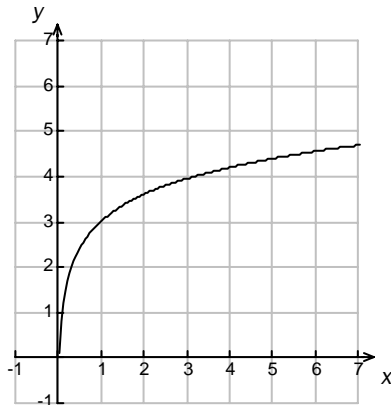
Del 1

Oppgave 1

a) Løs ulikheten $2x+4 \leq 4x+8$

b) Løs ulikheten $2x^2+10x > x^2+10x+25$

c) Vi har gitt funksjonen $f(x) = 2\lg x + 3$. Figuren viser grafen til f .



1) Løs likningen $f(x) = 4$ grafisk og ved regning.

2) Bruk grafen til å bestemme en tilnærmet verdi for $f'(3)$.

d) Løs likningssettet $2x^2 - 2x - y = 2$ og $4x - y = 6$

e) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{(a^2)^2 \cdot b^0 \cdot a^{-2} \cdot b^2}{b \cdot a}$$

f) Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x$$

- 1) Bestem $f'(x)$ og bruk denne til å avgjøre når grafen til f stiger og når den synker.
- 2) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .

Oppgave 2

a) Vis at $\binom{8}{4} = 70$

På et sykkelverksted var det en dag 8 sykler inne til reparasjon. Av disse var 4 røde, og 4 var blå. Syklene ble reparert i tilfeldig rekkefølge.

b) Finn sannsynligheten for at de to første syklene som blir reparert, er røde.

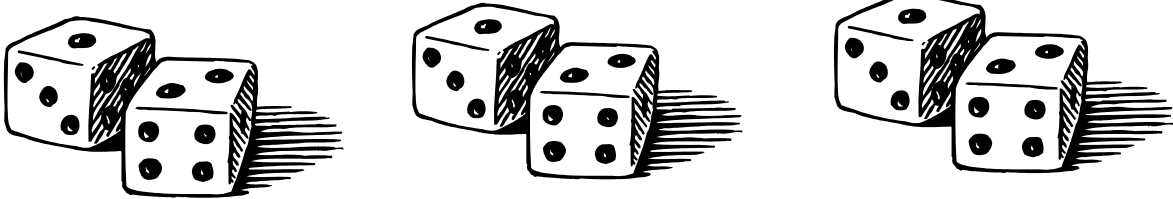
Før lunsj hadde verkstedet reparert 4 av syklene.

c) Bestem sannsynligheten for at det var 3 røde og en blå sykkel som var reparert.

d) Hva er sannsynligheten for at minst 3 av de 4 syklene var røde?

Del 2

Oppgave 3



Jan skal kaste seks terninger på én gang i spillet maxiyatzy.

- Bestem sannsynligheten for at Jan vil få akkurat én sekser i kastet.
- Bestem sannsynligheten for at Jan vil få høyst 4 seksere.
- Finn sannsynligheten for at Jan vil få minst én sekser.
- Hvor mange ganger må Jan kaste alle seks terningene for at sannsynligheten for å få minst én sekser skal bli større enn 0,99?

Oppgave 4

**Du skal besvare enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.**

*(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)*

Alternativ I

En bedrift produserer og selger en vare. De totale kostnadene $K(x)$ kroner ved produksjon av x enheter av varen per dag er omtrent slik som vist i tabellen nedenfor.

| | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| x | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 70 | 90 |
| $K(x)$ | 3 000 | 3 130 | 3 400 | 3 930 | 4 840 | 6 250 | 11 000 | 19 300 |

Inntekten i kroner ved salg av x enheter av varen er

$$I(x) = 660x - 6x^2, \quad x \in [0, 90]$$

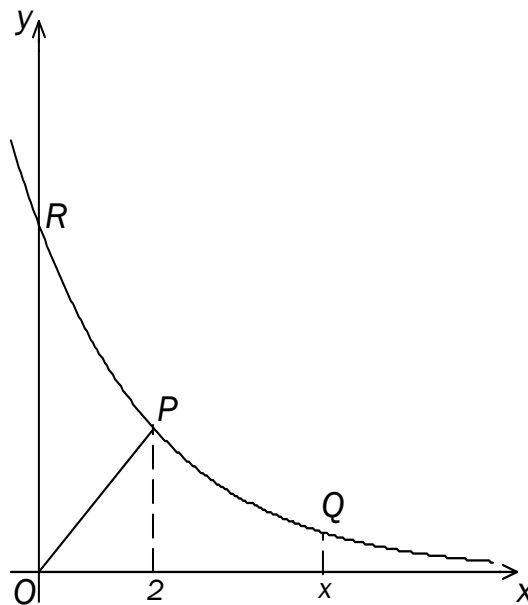
- Merk av punktene i tabellen ovenfor i et koordinatsystem. Trekk en kurve gjennom punktene. Tegn grafen til I i samme koordinatsystem. Hvilken produksjonsmengde gir størst inntekt?
- Ved hvilken produksjon vil kostnader og inntekter være like store?
- Bruk regresjon til å skrive $K(x)$ på formen $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
- Undersøk om det lønner seg å øke produksjonen når $x = 50$.

Bedriften vil tilpasse produksjonen slik at overskuddet $I(x) - K(x)$ blir størst mulig.

- Bruk derivasjon til å finne den produksjonen som gir størst overskudd per dag. Hvor stort er dette overskuddet?

Alternativ II

På figuren har vi tegnet grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = 6 \cdot 0,65^x$.



O er origo og R er skjæringspunktet mellom grafen og y -aksen. P og Q er punkter på grafen med førstekoordinater henholdsvis 2 og x .

- Bestem koordinatene til punktene R og P .
- Finn lengden av linjestykket OP .
- Bestem lengden av linjestykket OQ uttrykt ved x .
- Bruk digitalt verktøy til å bestemme koordinatene til Q slik at linjestykket OQ blir kortest mulig.

Funksjonen g er gitt ved $g(x) = \frac{6}{1+x}$, $x \in [0, 3]$

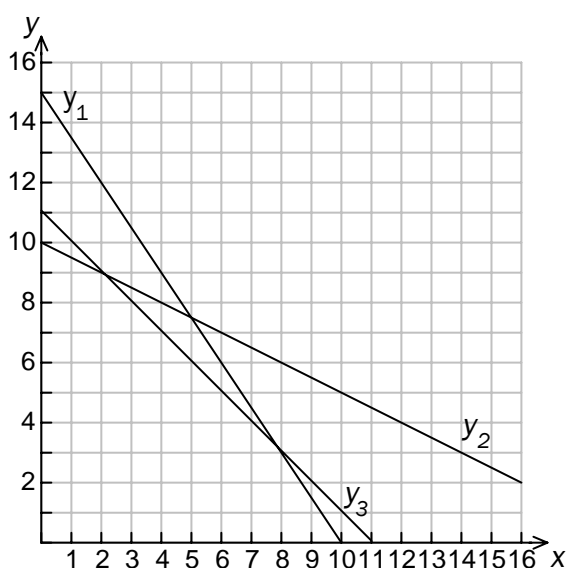
- Bestem den korteste avstanden fra origo til et punkt på grafen til g .

Oppgave 5

En bonde har et jorde der han skal dyrke poteter og kålrabi. Jordet er på 11 dekar. Han bruker x dekar til poteter og y dekar til kålrabi.

Investeringene er kr 1200 per dekar for poteter og kr 800 per dekar for kålrabi. Han har anledning til å investere inntil kr 12000 til denne produksjonen.

Bonden regner med å bruke 10 timer per dekar til å stelle potetene og 20 timer per dekar til å stelle kårabien. Han kan bruke inntil 200 timer på dette jordet.



- På figuren er det tegnet inn tre linjer y_1 , y_2 og y_3 . Bruk figuren og finn likningen til hver av de tre rette linjene.
- Forklar hvilke opplysninger i den innledende teksten som kan knyttes til hver av likningene.
- Bruk den innledende teksten til å begrunne i hvilket område på figuren punktene (x, y) kan ligge. Tegn figuren i egen besvarelse, og skraver området.

Bonden selger avlingen. Han får kr 2,- per kg for poteter og kr 2,50 per kg for kålrabi. Bonden regner med at han produserer 6000 kg poteter per dekar og 7000 kg kålrabi per dekar.

- Sett opp en aktuell problemstilling for bonden, og løs den.

Kolstadgata 1
Postboks 2924 Tøyen
0608 OSLO
Telefon 23 30 12 00
Telefaks 23 30 12 99
www.utdanningsdirektoratet.no