



Utdanningsdirektoratet

# Eksamensoppgaver

02.12.2009

REA3026 Matematikk S1



# Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamensstid:	5 timer: Del 1 skal leverast inn etter 2 timer. Del 2 skal leverast inn etter 5 timer.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillåt kommunikasjon.
Bruk av kjelder:	Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal førast opp på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må føre opp forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur.  Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal du føre opp heile adressa og nedlastingsdatoen. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med <a href="http://www.wikipedia.no">www.wikipedia.no</a> .
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.  Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det vil seie at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser reknedugleik og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li><li>– forklarer framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li></ul>

## Del 1

### Oppgave 1

a) Skriv så enkelt som mogleg:

$$1) \ 5a^2 + (a-2) \cdot (a+2) - (2a+1)$$

$$2) \ \frac{2(x-2)}{3x} + \frac{1}{2}$$

$$3) \ \frac{a^4 \cdot 2b^2}{(2a)^3}$$

$$4) \ \lg(a^2b) - \lg\left(\frac{1}{ab}\right)$$

b) Løys likningane:

$$1) \ \frac{x}{4} - \frac{1}{6} = \frac{x}{6} - \left(\frac{x}{2} - 1\right)$$

$$2) \ 2x^2 - 2(x+2) = 20$$

c) Tre skruar og to mutrar veg 57 gram. Éin skrue og tre mutrar veg 33 gram. Kor mykje veg éin skrue og éin mutter?

d) Løys ulikskapen  $x^2 - 2x \leq 3$

## Oppgåve 2

Gitt funksjonen  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

- a) Skriv av og fyll ut tabellen nedanfor.

$x$	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

- b) Finn  $f'(x)$ . Teikn forteiknskjema til  $f'(x)$ . Bruk dette til å finne eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til  $f$ .
- c) Teikn grafen til  $f$ .
- d) Finn gjennomsnittleg vekstfart frå  $x = 2$  til  $x = 3$  både grafisk og ved rekning.

## Del 2

### Oppgåve 3

- a) Løys likninga ved rekning       $10^{2x} - 10^x - 6 = 0$
- b) Løys likninga ved rekning       $\lg(2x-2) - \lg(x+5) = 0$

### Oppgåve 4

I ei bedrift er det tilsett 2 menn og 18 kvinner. Bedrifta vil sende 5 av dei tilsette på eit kurs. Kursdeltakarane blir valde ut tilfeldig.

- a) Kva er sannsynet for at begge mennene får delta på kurset?
- b) Kva er sannsynet for at berre éin av mennene får delta?

Av erfaring reknar ein med at berre 25 % av alle dei som byrjar på kurset, består kurset.

- c) Kva er sannsynet for at berre 1 av dei 5 påmelde består kurset?
- d) Finn sannsynet for at 2 eller fleire av dei 5 påmelde består kurset.

Det er viktig for bedrifta at minst 1 av dei tilsette består kurset. For å oppnå dette vil dei om nødvendig auke talet på deltakarar.

- e) Kva er minimumstalet på deltakarar som bedrifta må melde på om det skal vere eit sannsyn på 95 % eller meir for at minst 1 av dei tilsette skal bestå kurset?

# Oppgåve 5

*Du skal svare på anten alternativ I eller alternativ II.  
Dei to alternativa er likeverdige ved vurderinga.*

*(Dersom svaret ditt inneholder delar av begge oppgåvene,  
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)*

## Alternativ I

Tabellen viser folketalet på jorda i tre utvalde år.

År	1950	1980	2003
Milliardar menneske	2,5	4,4	6,3

- Merk av opplysningane i eit koordinatsystem. La  $x$  vere talet på år etter 1950, og la  $y$  vere folketalet i milliardar.
- Bruk regresjon til å finne ein eksponentialfunksjon som passar med tala i tabellen ovanfor. Teikn grafen til funksjonen i same koordinatsystem som du brukte i a).
- Bruk grafen og finn ein tilnærma verdi for den momentane vekstfarten i 1980.
- Vi går ut frå at eksponentialfunksjonen i b) gjeld. Kor mange menneske vil det vere på jorda i 2020? Finn ved rekning når folketalet passerer 8,0 milliardar.

## Alternativ II

I delar av denne oppgåva er det ein fordel å bruke digitalt verktøy.

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{2x-3}{2x+6}$$

- Kva for  $x$ -verdi kan vi ikkje bruke i uttrykket  $f(x)$ ? Forklar kvifor likninga  $f(x)=1$  ikkje har noko løysing.
- Teikn grafen til  $f$ . Vel  $x$ -verdiar i intervallet  $[-6, 6]$

Ein funksjon  $g$  er gitt ved  $g(x) = 2x + 1$

- Teikn grafen til  $g$  i same koordinatsystem som grafen til  $f$ . Løys likninga  $f(x) = g(x)$ .

Ein funksjon  $h$  er gitt ved  $h(x) = ax + 1$ , der  $a$  er ein konstant. Kor mange løysingar likninga  $f(x) = h(x)$  har, er avhengig av verdien til  $a$ .

- Kva for verdiar må  $a$  ha for at likninga skal få to løysingar?

## Oppgåve 6

Denne oppgåva tel som fire delspørsmål.

To elevar har starta ei elevbedrift. Dei vil lage og selje posar med to forskjellige blandingar av nøtter, rosiner og sjokolade.

Dei har kjøpt inn desse råvarene:

5,50 kg kasjunøtter  
9,00 kg peanøtter  
6,75 kg rosiner  
4,50 kg sjokoladekuler

Ein pose med blanding A inneheld:

100 g kasjunøtter, 75 g peanøtter, 50 g rosiner, 75 g sjokoladekuler

Ein pose med blanding B inneheld:

50 g kasjunøtter, 125 g peanøtter, 75 g rosiner, 50 g sjokoladekuler

Utsalsprisen for blanding A er 30 kroner per pose. Utsalsprisen for blanding B er 25 kroner per pose.

La  $x$  vere talet på posar som dei sel av blanding A, og  $y$  talet på posar som dei sel av blanding B.

Finn  $x$  og  $y$  slik at inntekta blir størst mogleg. Kor mykje har dei til overs av dei innkjøpte råvarene i dette tilfellet?

# Bokmål

Eksamensinformasjon	
<b>Eksamensstid:</b>	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
<b>Hjelpebidler på Del 1:</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler
<b>Hjelpebidler på Del 2:</b>	Alle hjelpebidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Bruk av kilder:</b>	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til kilden. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur.  Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med <a href="http://www.wikipedia.no">www.wikipedia.no</a> .
<b>Vedlegg:</b>	Ingen
<b>Framgangsmåte:</b>	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.  Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonneringer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan bruke fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpebidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul>

## Del 1

### Oppgave 1

a) Skriv så enkelt som mulig:

$$1) \quad 5a^2 + (a-2) \cdot (a+2) - (2a+1)$$

$$2) \quad \frac{2(x-2)}{3x} + \frac{1}{2}$$

$$3) \quad \frac{a^4 \cdot 2b^2}{(2a)^3}$$

$$4) \quad \lg(a^2b) - \lg\left(\frac{1}{ab}\right)$$

b) Løs likningene:

$$1) \quad \frac{x}{4} - \frac{1}{6} = \frac{x}{6} - \left(\frac{x}{2} - 1\right)$$

$$2) \quad 2x^2 - 2(x+2) = 20$$

c) Tre skruer og to muttere veier 57 gram. Én skrue og tre muttere veier 33 gram. Hvor mye veier én skrue og én mutter?

d) Løs ulikheten  $x^2 - 2x \leq 3$

## Oppgave 2

Gitt funksjonen  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

- a) Skriv av og fyll ut tabellen nedenfor.

$x$	-1	0	1	2	3
$f(x)$					

- b) Finn  $f'(x)$ . Tegn fortegnskjema til  $f'(x)$ . Bruk dette til å finne eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til  $f$ .
- c) Tegn grafen til  $f$ .
- d) Finn gjennomsnittlig vekst hastighet fra  $x = 2$  til  $x = 3$  både grafisk og ved regning.

## Del 2

### Oppgave 3

- a) Løs likningen ved regning       $10^{2x} - 10^x - 6 = 0$
- b) Løs likningen ved regning       $\lg(2x-2) - \lg(x+5) = 0$

### Oppgave 4

I en bedrift er det ansatt 2 menn og 18 kvinner. Bedriften vil sende 5 av de ansatte på et kurs. Kursdeltakerne velges ut tilfeldig.

- a) Hva er sannsynligheten for at begge mennene får delta på kurset?
- b) Hva er sannsynligheten for at akkurat én av mennene får delta?

Av erfaring regner man med at bare 25 % av alle de som begynner på kurset, består kurset.

- c) Hva er sannsynligheten for at akkurat 1 av de 5 påmeldte består kurset?
- d) Finn sannsynligheten for at 2 eller flere av de 5 påmeldte består kurset.

Det er viktig for bedriften at minst 1 av de ansatte består kurset. For å oppnå dette vil de om nødvendig øke antall deltakere.

- e) Hva er det minste antallet deltakere bedriften må melde på dersom det skal være en sannsynlighet på 95 % eller mer for at minst 1 av de ansatte skal bestå kurset?

## Oppgave 5

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.  
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.**

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge oppgavene,  
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

### Alternativ I

Tabellen viser folketallet på jorda i tre utvalgte år.

År	1950	1980	2003
Milliarder mennesker	2,5	4,4	6,3

- Merk av opplysningene i et koordinatsystem. La  $x$  være antall år etter 1950, og la  $y$  være folketallet i milliarder.
- Bruk regresjon til å finne en eksponentialfunksjon som passer med tallene i tabellen ovenfor. Tegn grafen til funksjonen i samme koordinatsystem som du brukte i a).
- Bruk grafen og finn en tilnærmet verdi for den momentane veksthastigheten i 1980.
- Vi antar at eksponentialfunksjonen i b) gjelder. Hvor mange mennesker vil det være på jorda i 2020? Finn ved regning når folketallet passerer 8,0 milliarder.

## Alternativ II

I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{2x-3}{2x+6}$$

- Hvilken  $x$ -verdi kan vi ikke bruke i uttrykket  $f(x)$ ? Forklar hvorfor likningen  $f(x)=1$  ikke har noen løsning.
- Tegn grafen til  $f$ . Velg  $x$ -verdier i intervallet  $[-6, 6]$

En funksjon  $g$  er gitt ved  $g(x)=2x+1$

- Tegn grafen til  $g$  i samme koordinatsystem som grafen til  $f$ . Løs likningen  $f(x)=g(x)$ .

En funksjon  $h$  er gitt ved  $h(x)=ax+1$ , der  $a$  er en konstant. Antall løsninger til likningen  $f(x)=h(x)$  avhenger av verdien til  $a$ .

- Hvilke verdier må  $a$  ha for at likningen skal få to løsninger?

## Oppgave 6

Denne oppgaven teller som fire delspørsmål.

To elever har startet en elevbedrift. De vil lage og selge poser med to forskjellige blandinger av nøtter, rosiner og sjokolade.

De har kjøpt inn følgende råvarer:

5,50 kg kasjunøtter  
9,00 kg peanøtter  
6,75 kg rosiner  
4,50 kg sjokoladekuler

En pose med blanding A inneholder:

100 g kasjunøtter, 75 g peanøtter, 50 g rosiner, 75 g sjokoladekuler

En pose med blanding B inneholder:

50 g kasjunøtter, 125 g peanøtter, 75 g rosiner, 50 g sjokoladekuler

Utsalgsprisen for blanding A er 30 kroner per pose. Utsalgsprisen for blanding B er 25 kroner per pose.

La  $x$  være antall poser som selges av blanding A, og  $y$  antall poser som selges av blanding B.

Bestem  $x$  og  $y$  slik at inntekten blir størst mulig. Hvor mye har de til overs av de innkjøpte råvarene i dette tilfellet?

Kolstadgata 1  
Postboks 2924 Tøyen  
0608 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
Telefaks 23 30 12 99  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)