Utdanningsdirektoratet

Eksamen

30.11.2010

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser reknedugleik og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (18 poeng)

a) Løys likningane

1) $\frac{1}{6}+\frac{x-1}{3}=\frac{7}{6}-\frac{x+1}{2}$

2) $2x^2=10x-12$

b) Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y=x^2-3x-2 \\ y+2=2x \end{bmatrix}$$

c)

1) Løys likninga $3\cdot 2^x=24$

2) Finn ein formel for x når $y=a\cdot b^x$

d) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x)=\frac{2x-4}{x-1}$$

Teikne grafen til f for $x\in\langle -3,\ 5\rangle$

e) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

1) Bestem $f'(x)$
2) Teikne forteiknlinja til $f'(x)$ og bruk denne til å finne topp- og botnpunktet på grafen til f.

f) Geir joggar ein fast runde kvar morgon. Det tek vanlegvis 60 minutt. Ein dag har han dårleg tid og kuttar strekninga med 20 % og aukar farten med 20 %.

Kor lang tid tek joggeturen denne morgonen?

Oppgåve 2 (6 poeng)

a) Rad nummer 0, 1 og 2 i Pascals trekant er

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & \\ 1 & & 2 & & 1 \end{array}$$

Skriv opp dei tre neste radene.

b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientane

$$\binom{3}{0}, \binom{4}{1}, \binom{4}{3} \text{ og } \binom{5}{5}$$

For rad nummer n i Pascals trekant gjeld følgjande samanheng:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

c) Vis at dette stemmer for rad nummer 0, 1, 2, 3, 4 og 5.
Finn summen av binomialkoeffisientane i rad nummer 10.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (8 poeng)

Elevrådet ved ein skole består av 9 jenter og 6 gutar. Blant desse skal det veljast ein komité på 5 personar. Dei bestemmer seg for å trekkje ut dei 5 personane tilfeldig.

a) Kor mange moglege komitear med 5 personar kan vi setje saman av medlemmene i elevrådet?

b) Kva er sannsynet for at det blir 2 gutar og 3 jenter i komiteen?

Det er trekt ut ein komité på 5 medlemmer. Elise og Mathias er med i komiteen. Det er ingen som har lyst til å vere leiar eller sekretær. Dei bestemmer seg derfor for å velje ut leiar og sekretær ved loddtrekning blant dei 5 medlemmene. Dei trekkjer først leiaren og deretter sekretæren.

c) Kva er sannsynet for at Elise blir leiar og Mathias sekretær?

d) Kva er sannsynet for at Elise blir leiar og ein annan enn Mathias blir sekretær?

Oppgåve 4 (4 poeng)

Solveig passerer eit lyskryss 40 gonger på veg til og frå skolen i løpet av ein månad. I krysset er det grønt lys 35 % av tida.

a) Kva er sannsynet for at Solveig får grønt lys akkurat 16 gonger?

b) Kva er sannsynet for at Solveig får grønt lys minst 16 gonger?

Oppgåve 5 (4 poeng)

Funksjonane f og g er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 \cdot 2^{-x}$$

$$g(x) = (8x - 6) \cdot 2^{-x}$$

a) Teikne grafane til f og g i same koordinatsystem når $x \in [0, 4]$

b) Finn koordinatane til skjeringspunkta mellom grafane både grafisk og ved rekning.

Oppgåve 6 (12 poeng)

Du skal svare på anten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved vurderinga.

(Dersom svaret ditt inneheld delar av begge alternativa,
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

a) Teikne grafen til f når $x \in \left\langle -\frac{1}{2}, 3 \right\rangle$.

b) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten i intervallet $[1, 2]$. Marker denne på figuren i a).

c) Finn den momentane vekstfarten når $x = \frac{1}{2}$. Marker denne på figuren i a).

d) Teikne forteiknlinja til $f'(x)$ og bruk denne til å finne kvar grafen til f stig, og kvar grafen til f søkk.

e) Løys likninga $f'(x) = 0$. Bestem topp- og botnpunktet på grafen til f.

f) Vis ved rekning at likninga $f(x) = 0$ berre har løysinga $x = 0$

Alternativ 2

Ei bedrift kan produsere inntil 1 400 einingar av ei bestemt vare per dag. Tabellen nedanfor viser totalkostnaden i kroner ved nokre produksjonsmengder.

Talet på einingar	200	400	600	700	800	1000
Totalkostnad	2 300	3 000	3 800	4 200	4 700	5 900

a) Bruk regresjon til å finne eit andregradsuttrykk for kostnadsfunksjonen når det blir produsert x einingar per dag.

Bedrifta kan selje heile produksjonen så lenge han held seg under 1 400 einingar per dag. Inntektene i kroner ved salet er gitt ved funksjonen

$$I(x) = -0{,}004\,x^2 + 9{,}5x + 200$$

Som kostnadsfunksjon vel bedrifta no å bruke

$$K(x) = 0{,}002\,x^2 + 2x + 1800$$

b) Teikne grafane til dei to funksjonane i same koordinatsystem.

c) Bruk grafane til å avgjere kor mykje som må produserast for at bedrifta skal sitje igjen med overskot. Forklar korleis du kan bruke grafane til å finne det største overskotet.

d) Finn eit uttrykk for overskotsfunksjonen $O(x)$. Bruk uttrykket til å undersøkje kva for produksjonsmengder som gir overskudd.

e) Bruk den deriverte til å finne ut kor mange einingar som må produserast og seljast for at inntekta $I(x)$ skal bli størst mogleg. Vil dette salet gi overskot for bedrifta?

f) Bruk den deriverte til å finne ut kva for produksjonsmengd som gir størst overskot. Kva er det største overskotet bedrifta kan oppnå?

Oppgåve 7 (8 poeng)

Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Ei ferje fraktar personbilar og lastebilar. Ein personbil treng eit areal på 15 m^2 når han står parkert på ferja, mens ein lastebil treng 50 m^2. Arealet av heile ferjedekket er 2 100 m^2.

Ein personbil veg i gjennomsnitt 1 t (tonn), og ein lastebil veg 10 t. Den samla vekta av bilane på ferja må ikkje overstige 250 t.

Det kostar 106 kroner for ein personbil på denne ferjestrekninga, mens det kostar 603 kroner for ein lastebil.

La x vere talet på personbilar og y talet på lastebilar om bord på ferja ved ein overfart.

a) Set opp ulikskapar som avgrensar talet på personbilar og lastebilar det er mogleg å ta med på ferja.

b) Teikne grafar som illustrerer ulikskapane i eit koordinatsystem. Marker på figuren kva for område som viser dei moglege tala på personbilar og lastebilar.

c) Set opp eit uttrykk som viser kor stor inntekt ferjeselskapet har på ein overfart. Finn den fordelinga av personbilar og lastebilar som gir høgast inntekt for selskapet. Kva er den største inntekta selskapet kan oppnå på ein overfart?

Det blir innført nye reglar. Av tryggleiksgrunnar er det ikkje lenger tillate å ta med meir enn 14 lastebilar .

d) Kva blir no den høgaste inntekta som er mogleg å oppnå på ein overfart?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Løs likningene

1) $\frac{1}{6}+\frac{x-1}{3}=\frac{7}{6}-\frac{x+1}{2}$

2) $2x^2=10x-12$

b) Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y=x^2-3x-2 \\ y+2=2x \end{bmatrix}$$

c)

1) Løs likningen $3\cdot 2^x=24$

2) Finn en formel for x når $y=a\cdot b^x$

d) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x)=\frac{2x-4}{x-1}$$

Tegn grafen til f for $x\in\langle -3,\ 5\rangle$

e) Vi har gitt funksjonen:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

1) Bestem $f'(x)$
2) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$ og bruk denne til å finne topp- og bunnpunktet på grafen til f.

f) Geir jogger en fast runde hver morgen. Dette tar vanligvis 60 minutter. En dag har han dårlig tid og kutter strekningen med 20 % og øker farten med 20 %.

Hvor lang tid tar joggeturen denne morgenen?

Oppgave 2 (6 poeng)

a) Rad nummer 0, 1 og 2 i Pascals trekant er

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & \\ 1 & & 2 & & 1 \end{array}$$

Skriv opp de tre neste radene.

b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientene

$$\binom{3}{0}, \binom{4}{1}, \binom{4}{3} \text{ og } \binom{5}{5}$$

For rad nummer n i Pascals trekant gjelder følgende sammenheng:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

c) Vis at dette stemmer for rad nummer 0, 1, 2, 3, 4 og 5.
Finn summen av binomialkoeffisientene i rad nummer 10.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 3 (8 poeng)

Elevrådet ved en skole består av 9 jenter og 6 gutter. Blant disse skal det velges en komité på 5 personer. De bestemmer seg for å trekke ut de 5 personene tilfeldig.

a) Hvor mange mulige komiteer med 5 personer kan vi sette sammen av medlemmene i elevrådet?

b) Hva er sannsynligheten for at det blir 2 gutter og 3 jenter i komiteen?

Det er trukket ut en komité på 5 medlemmer. Elise og Mathias er med i komiteen. Det er ingen som har lyst til å være leder eller sekretær. De bestemmer seg derfor for å velge ut leder og sekretær ved loddtrekning blant de 5 medlemmene. De trekker først lederen og deretter sekretæren.

c) Hva er sannsynligheten for at Elise blir leder og Mathias sekretær?

d) Hva er sannsynligheten for at Elise blir leder og en annen enn Mathias blir sekretær?

Oppgave 4 (4 poeng)

Solveig passerer et lyskryss 40 ganger på vei til og fra skolen i løpet av en måned. I krysset er det grønt lys 35 % av tida.

a) Hva er sannsynligheten for at Solveig får grønt lys akkurat 16 ganger?

b) Hva er sannsynligheten for at Solveig får grønt lys minst 16 ganger?

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonene f og g er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 \cdot 2^{-x}$$

$$g(x) = (8x - 6) \cdot 2^{-x}$$

a) Tegn grafene til f og g i samme koordinatsystem når $x \in [0, 4]$

b) Finn koordinatene til skjæringspunktene mellom grafene både grafisk og ved regning.

Oppgave 6 (12 poeng)

Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge alternativene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

a) Tegn grafen til f når $x \in \left\langle -\frac{1}{2}, 3 \right\rangle$.

b) Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[1, 2]$. Marker denne på figuren i a).

c) Finn den momentane vekstfarten når $x = \frac{1}{2}$. Marker denne på figuren i a).

d) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$ og bruk denne til å finne hvor grafen til f stiger, og hvor grafen til f synker.

e) Løs likningen $f'(x) = 0$. Bestem topp- og bunnpunktet på grafen til f.

f) Vis ved regning at likningen $f(x) = 0$ bare har løsningen $x = 0$

Alternativ 2

En bedrift kan produsere inntil 1 400 enheter av en bestemt vare per dag. Tabellen nedenfor viser totalkostnaden i kroner ved noen produksjonsmengder.

Antall enheter	200	400	600	700	800	1000
Totalkostnad	2 300	3 000	3 800	4 200	4 700	5 900

a) Bruk regresjon til å finne et andregradsuttrykk for kostnadsfunksjonen når det produseres x enheter per dag.

Bedriften kan selge hele produksjonen så lenge den holder seg under 1 400 enheter per dag. Inntektene i kroner ved salget er gitt ved funksjonen

$$I(x) = -0{,}004\,x^2 + 9{,}5x + 200$$

Som kostnadsfunksjon velger bedriften nå å bruke

$$K(x) = 0{,}002\,x^2 + 2x + 1800$$

b) Tegn grafene til de to funksjonene i samme koordinatsystem.

c) Bruk grafene til å avgjøre hvor mye som må produseres for at bedriften skal sitte igjen med overskudd. Forklar hvordan du kan bruke grafene til å finne det største overskuddet.

d) Finn et uttrykk for overskuddsfunksjonen $O(x)$. Bruk uttrykket til å undersøke hvilke produksjonsmengder som gir overskudd.

e) Bruk den deriverte til å finne ut hvor mange enheter som må produseres og selges for at inntekten $I(x)$ skal bli størst mulig. Vil dette salget gi overskudd for bedriften?

f) Bruk den deriverte til å finne ut hvilken produksjonsmengde som gir størst overskudd. Hva er det største overskuddet bedriften kan oppnå?

Oppgave 7 (8 poeng)

Kilde: Utdanningsdirektoratet

En ferje frakter personbiler og lastebiler. En personbil trenger et areal på 15 m^2 når den står parkert på ferja, mens en lastebil trenger 50 m^2. Arealet av hele ferjedekket er 2 100 m^2.

En personbil veier i gjennomsnitt 1 t (tonn), og en lastebil veier 10 t. Den samlede vekten av bilene på ferja må ikke overstige 250 t.

Det koster 106 kroner for en personbil på denne ferjestrekningen, mens det koster 603 kroner for en lastebil.

La x være antall personbiler og y antall lastebiler om bord på ferja ved en overfart.

a) Sett opp ulikheter som avgrenser antall personbiler og lastebiler det er mulig å ta med på ferja.

b) Tegn grafer som illustrerer ulikhetene i et koordinatsystem. Marker på figuren hvilket område som angir de mulige antallene av personbiler og lastebiler.

c) Sett opp et uttrykk som viser hvor stor inntekt ferjeselskapet har på en overfart. Finn den fordelingen av personbiler og lastebiler som gir høyest inntekt for selskapet. Hva er den største inntekten selskapet kan oppnå på en overfart?

Det innføres nye regler. Av sikkerhetsgrunner er det ikke lenger tillatt å ta med mer enn 14 lastebiler .

d) Hva blir nå den høyeste inntekten som er mulig å oppnå på en overfart?

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet