

Eksamen

28.11.2011

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk

| Eksamensinformasjon | |
|----------------------------------|---|
| Eksamenstid: | 5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar. |
| Hjelpemiddel på Del 1: | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar. |
| Hjelpemiddel på Del 2: | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. |
| Framgangsmåte: | Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2 . Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing. |
| Rettleiing om vurderinga: | Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar |

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x + 3$$

b) Løys likningane

1) $\frac{6x}{5} - 2 = \frac{4}{5} + \frac{x}{2}$

2) $3x^2 = 18 - 3x$

3) $2\lg x + 3 = 5$

4) $2 \cdot 3^x = 54$

c) Bestem koordinatane til skjæringspunkta på grafane til funksjonane

$$f(x) = x^2 + x \quad \text{og} \quad g(x) = -x + 3$$

d) Skriv så enkelt som mogleg

1) $\frac{2^2 \cdot 2 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 2^{-2}}$

2) $\frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}}$

e) Forkort brøken

$$\frac{3a^2 - 75}{6a + 30}$$

f) Vi har gitt ulikskapane

$$x > 0$$

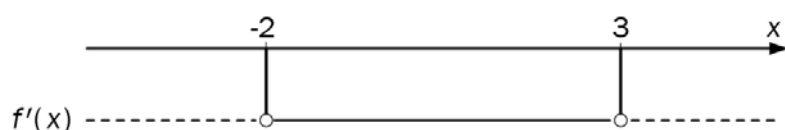
$$y > 0$$

$$x + y \leq 3$$

$$3x + y \leq 6$$

Teikne ulikskapane inn i eit koordinatsystem. Skraver det området i koordinatsystemet som tilfredsstiller *alle* ulikskapane.

g) Vi har gitt ein funksjon f . Forteiknslinja til $f'(x)$ er gitt ved



1) Bestem kvar grafen til f stig og søkk.

2) Teikne ei skisse som viser korleis grafen til f kan sjå ut.

h) Ei gruppe på to vaksne og to barn går på fotballkamp. Billettane kostar til saman 500 kroner. Ei anna gruppe på éin vaksen og fire barn betaler til saman 550 kroner.

Set opp eit likningssystem, og finn prisen for éin barnebillett og éin vaksenbillett.

i) Vi skal studere samanhengen mellom nokre binomialkoeffisientar.

1) Skriv opp dei seks første radene i Pascals taltrekant.

2) Bruk oppgåve i) 1) til å forklare at
$$\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$$

3) Set opp ein tilsvarande samanheng for
$$\binom{6}{5}$$

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 2 (6 poeng)

Ein klasse på 12 jenter og 8 gutar er på fjelltur. Fire av ryggsekkene er ekstra tunge. Dei bestemmer seg for å trekkje lodd om kven som skal bere desse ryggsekkene.

- Bestem sannsynet for at det er fire jenter som må bere dei tunge ryggsekkene.
- Bestem sannsynet for at dei fire ryggsekkene blir fordelte på to jenter og to gutar.
- Bestem sannsynet for at minst éin gut må bere ein tung ryggsekk.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Kjelde: www.ssb.no/emner/01/03/10/energikomm/tab-2011-02-22-02.html (06.05.2011)

Energimengda E , målt i joule (J), som blir utløyst i eit jordskjelv med styrke R på Richters skala, er gitt ved

$$E = 10^{1.5R+9}$$

- Bestem energimengda som blir utløyst av eit jordskjelv som har styrke 7,5 på Richters skala.
- I 2009 var det årlege forbruket av energi i Noreg $3,99 \cdot 10^{17}$ J. Bestem Richter-talet R til eit jordskjelv som utløyser same energimengd.
- Bestem $\frac{E(5)}{E(4)}$ og $\frac{E(9)}{E(8)}$. Kommenter svara dine.

Oppgåve 4 (2 poeng)

Set inn korrekt symbol (\Rightarrow eller \Leftarrow eller \Leftrightarrow) i boksen slik at påstanden blir riktig:

$$x^2 - 9 = 0 \quad \boxed{} \quad x = 3$$

Skriv av oppgåva på svaret ditt, og forklar korleis du tenkjer.

Oppgave 5 (6 poeng)



Kjeldre: www.flickr.com/photos/lrargerich/3314418396/ (06.05.2011)

På ein flytur er det 70 passasjerar om bord. 35 av dei er amerikanarar.

- a) Vi reknar med at passasjerane går om bord i vilkårlig rekkjefølgje.

Bestem sannsynet for at dei 3 første passasjerane som går om bord i flyet, er amerikanarar.

På ein annan flytur er sannsynet 0,5 for at ein tilfeldig vald passasjer er amerikanar. Vi reknar med at passasjerane blir plasserte vilkårlig i flyet. På første seterad er det 10 sete i breidda. Alle seta på første seterad blir fylte opp.

- b) Bestem sannsynet for at det sit akkurat 3 amerikanarar på første seterad.
c) Bestem sannsynet for at det sit minst 3 amerikanarar på første seterad.

Oppgave 6 (9 poeng)

Eit bakeri lagar og sel eit populært brød. Tabellen nedanfor viser samanhengen mellom talet på bakte brød x og kostnadene $K(x)$ kroner.

| | | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| x | 50 | 75 | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 | 225 | 250 | 275 |
| $K(x)$ | 190 | 240 | 280 | 365 | 489 | 655 | 878 | 1121 | 1323 | 1700 |

a) Bruk regresjon, og vis at

$$K(x) = 0,029 x^2 - 2,8 x + 270$$

er ein god modell for kostnadsfunksjonen.

b) Rekne ut $K'(200)$. Kva fortel dette talet oss?

c) Utsalsprisen per brød blir sett til 14 kroner.

Vis at bakeriet vil få eit overskot på

$$O(x) = -0,029x^2 + 16,8x - 270$$

ved produksjon og sal av x brød.

d) Bakeriet har funne ut at overskotet blir størst når kostnaden ved å produsere eitt ekstra brød er akkurat lik 14 kroner. Forklar kvifor dette er riktig.

e) Bestem det talet på brød som gir størst overskot, og kor stort dette overskotet blir.

Oppgave 7 (7 poeng)

Eit jernbaneselskap skal innreie eit nytt togsett. Sitjeplassane i toget er fordelte på første klasse og andre klasse. Selskapet ønskjer å fordele seta slik at billettinntektene blir størst mogleg. Etterspørselen er stor, så dei reknar med å selje alle billettane på kvar avgang.

La x vere talet på sete på første klasse, og la y vere talet på sete på andre klasse.

Fordelinga av sete er gitt med desse avgrensingane:

$$60 \leq y \leq 400$$

$$0 \leq x \leq 150$$

$$y \leq -\frac{1}{3}x + 250$$

$$y \leq -\frac{4}{3}x + 360$$

Billettprisen på første klasse er 820 kroner per sete, og prisen på andre klasse er 465 kroner per sete.

Bestem det talet på sete på første klasse og det talet på sete på andre klasse som gir selskapet størst mogleg samla inntekt per avgang.

Bestem kor stor denne inntekta blir.

Bokmål

| Eksamensinformasjon | |
|-----------------------------------|---|
| Eksamenstid: | 5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer. |
| Hjelpemidler på Del 1: | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler. |
| Hjelpemidler på Del 2: | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. |
| Framgangsmåte: | Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling. |
| Veiledning om vurderingen: | Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger |

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x + 3$$

b) Løs likningene

1) $\frac{6x}{5} - 2 = \frac{4}{5} + \frac{x}{2}$

2) $3x^2 = 18 - 3x$

3) $2\lg x + 3 = 5$

4) $2 \cdot 3^x = 54$

c) Bestem koordinatene til skjæringspunktene på grafene til funksjonene

$$f(x) = x^2 + x \quad \text{og} \quad g(x) = -x + 3$$

d) Skriv så enkelt som mulig

1) $\frac{2^2 \cdot 2 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 2^{-2}}$

2) $\frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a \cdot b^3}{a^3 \cdot b^{-2}}$

e) Forkort brøken

$$\frac{3a^2 - 75}{6a + 30}$$

f) Vi har gitt ulikhetene

$$x > 0$$

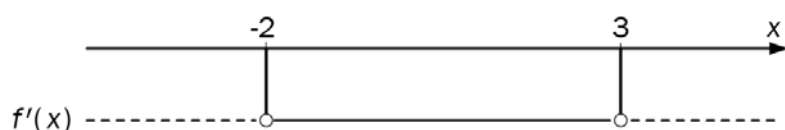
$$y > 0$$

$$x + y \leq 3$$

$$3x + y \leq 6$$

Tegn ulikhetene inn i et koordinatsystem. Skraver det området i koordinatsystemet som tilfredsstill *alle* ulikhetene.

g) Vi har gitt en funksjon f . Fortegnslinjen til $f'(x)$ er gitt ved



1) Bestem hvor grafen til f stiger og synker.

2) Tegn en skisse som viser hvordan grafen til f kan se ut.

h) En gruppe på to voksne og to barn går på fotballkamp. Billettene koster til sammen 500 kroner. En annen gruppe på én voksen og fire barn betaler til sammen 550 kroner.

Sett opp et likningssystem, og finn prisen for én barnebillett og én voksenbillett.

i) Vi skal studere sammenhengen mellom noen binomialkoeffisienter.

1) Skriv opp de seks første radene i Pascals talltrekant.

2) Bruk oppgave i) 1) til å forklare at
$$\binom{5}{3} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3}$$

3) Sett opp en tilsvarende sammenheng for
$$\binom{6}{5}$$

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 2 (6 poeng)

En klasse på 12 jenter og 8 gutter er på fjelltur. Fire av ryggsekkene er ekstra tunge. De bestemmer seg for å trekke lodd om hvem som skal bære disse ryggsekkene.

- Bestem sannsynligheten for at det er fire jenter som må bære de tunge ryggsekkene.
- Bestem sannsynligheten for at de fire ryggsekkene fordeles på to jenter og to gutter.
- Bestem sannsynligheten for at minst én gutt må bære en tung ryggsekk.

Oppgave 3 (6 poeng)

Kilde: www.ssb.no/emner/01/03/10/energikomm/tab-2011-02-22-02.html (06.05.2011)

Energimengden E , målt i joule (J), som blir utløst i et jordskjelv med styrke R på Richters skala, er gitt ved

$$E = 10^{1,5R+9}$$

- Bestem energimengden som utløses av et jordskjelv som har styrke 7,5 på Richters skala.
- I 2009 var det årlige forbruket av energi i Norge $3,99 \cdot 10^{17}$ J. Bestem Richter-tallet R til et jordskjelv som utløser samme energimengde.
- Bestem $\frac{E(5)}{E(4)}$ og $\frac{E(9)}{E(8)}$. Kommenter svarene dine.

Oppgave 4 (2 poeng)

Sett inn korrekt symbol (\Rightarrow eller \Leftarrow eller \Leftrightarrow) i boksen slik at påstanden blir riktig:

$$x^2 - 9 = 0 \quad \boxed{} \quad x = 3$$

Skriv av oppgaven på besvarelsen din, og forklar hvordan du tenker.

Oppgave 5 (6 poeng)



Kilde: www.flickr.com/photos/lrargerich/3314418396/ (06.05.2011)

På en flytur er det 70 passasjerer om bord. Av disse er 35 amerikanere.

- a) Vi regner med at passasjerene går om bord i vilkårlig rekkefølge.

Bestem sannsynligheten for at de 3 første passasjerene som går om bord i flyet, er amerikanere.

På en annen flytur er sannsynligheten 0,5 for at en tilfeldig valgt passasjer er amerikaner. Vi regner med at passasjerene plasseres vilkårlig i flyet. På første seterad er det 10 seter i bredden. Alle setene på første seterad fylles opp.

- b) Bestem sannsynligheten for at det sitter akkurat 3 amerikanere på første seterad.
c) Bestem sannsynligheten for at det sitter minst 3 amerikanere på første seterad.

Oppgave 6 (9 poeng)

Et bakeri lager og selger et populært brød. Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom antall bakte brød x og kostnadene $K(x)$ kroner.

| | | | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|
| x | 50 | 75 | 100 | 125 | 150 | 175 | 200 | 225 | 250 | 275 |
| $K(x)$ | 190 | 240 | 280 | 365 | 489 | 655 | 878 | 1121 | 1323 | 1700 |

a) Bruk regresjon, og vis at

$$K(x) = 0,029 x^2 - 2,8 x + 270$$

er en god modell for kostnadsfunksjonen.

b) Regn ut $K'(200)$. Hva forteller dette tallet oss?

c) Utsalgsprisen per brød settes til 14 kroner.

Vis at bakeriet vil få et overskudd på

$$O(x) = -0,029x^2 + 16,8x - 270$$

ved produksjon og salg av x brød.

d) Bakeriet har funnet ut at overskuddet blir størst når kostnaden ved å produsere ett ekstra brød er akkurat lik 14 kroner. Forklar hvorfor dette er riktig.

e) Bestem det antallet brød som gir størst overskudd, og hvor stort dette overskuddet blir.

Oppgave 7 (7 poeng)

Et jernbaneselskap skal innrede et nytt togsett. Sitteplassene i toget er fordelt på første klasse og andre klasse. Selskapet ønsker å fordele setene slik at billettinntektene blir størst mulig. Etterspørselen er stor, så de regner med å selge alle billettene på hver avgang.

La x være antall seter på første klasse, og la y være antall seter på andre klasse.

Fordelingen av seter er gitt med følgende begrensninger:

$$60 \leq y \leq 400$$

$$0 \leq x \leq 150$$

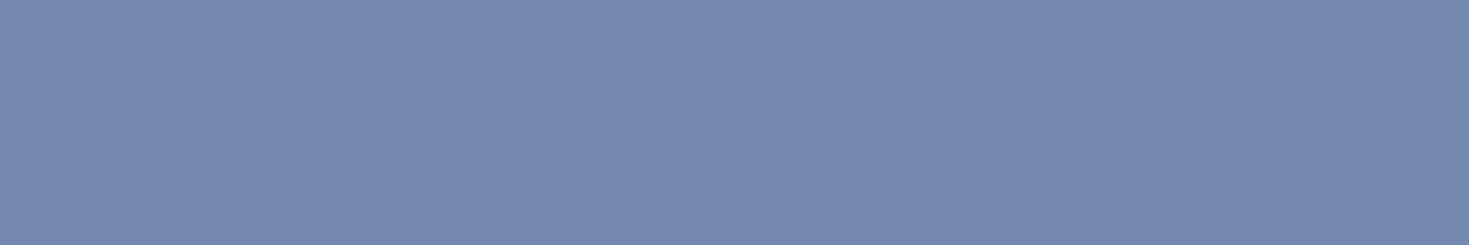
$$y \leq -\frac{1}{3}x + 250$$

$$y \leq -\frac{4}{3}x + 360$$

Billettprisen på første klasse er 820 kroner per sete, og prisen på andre klasse er 465 kroner per sete.

Bestem det antallet seter på første klasse og det antallet seter på andre klasse som gir selskapet størst mulig samlet inntekt per avgang.

Bestem hvor stor denne inntekten blir.



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no