

Eksamen

29.11.2012

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Løys likningane

- a) $x^2 + 2x = 8$
- b) $3 \cdot 3^x = 27$
- c) $2 \lg(x+1) = 4$

Oppgåve 2 (4 poeng)

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = x^3 - 3x$$

- a) Bestem eventuelle null-, topp- og botnpunkt på grafen til f .
- b) Lag ei skisse av grafen til f .

Oppgåve 3 (2 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{cases} y - 10x = x^2 + 28 \\ y - 2x = 12 \end{cases}$$

Oppgåve 4 (1 poeng)

Lag ein formel for x uttrykt ved y når $3y = \frac{4x^2}{3}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Harald kjøpte i alt 20 sekker med bjørkeved og granved. Ein sekk med bjørkeved kosta 83 kroner, og ein sekk med granved kosta 65 kroner. Til saman betalte han 1570 kroner for sekkene.

Bestem kor mange sekker med bjørkeved og kor mange sekker med granved Harald kjøpte.

Oppgave 6 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $\lg(ab)^2 + 3\lg b - \lg\left(\frac{a}{b^5}\right)$

b) $(2x+3)^2 - (2x-1)(2x+1) + (x-3)(x-1)$

Oppgave 7 (4 poeng)

a) Skriv opp dei åtte første radene i Pascals trekant.

b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientane

$$\binom{4}{0}, \binom{5}{2}, \binom{5}{4} \text{ og } \binom{7}{5}$$

c) I ei eske er det åtte papirlappar nummererte frå og med 1 til og med 8.

Kor mange ulike tal med tre siffer kan vi lage med dei åtte nummererte lappane?

Oppgave 8 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

Vis at $f'(x) = 4x$ ved å bruke definisjonen av den deriverte.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Eit utleigefirma har 20 kajakkar på lager. Av dei er sju gule, åtte raude og fem kvite. Maria og tre venner vil leige kvar sin kajakk. Firmaet vel ut fire kajakkar tilfeldig frå lageret.

- Bestem sannsynet for at Maria og vennene får utdelt to gule, éin raud og éin kvit kajakk.
- Bestem sannsynet for at firmaet vel ut fire gule kajakkar.
- Bestem sannsynet for at ingen av dei fire kajakkane er gule.

Oppgave 2 (9 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2$$

- Bestem ved rekning skjæringspunktene mellom grafen til f og koordinataksene.
- Teikn grafen til f når $x \in \langle -2, 5 \rangle$. Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[0, 3]$.
- Bruk $f'(x)$ til å bestemme eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .
- For kva verdier av x er den momentane vekstfarten lik $-1,5$?

Oppgave 3 (7 poeng)

Kostnadene f , målte i kroner, ved å produsere ei bestemt vare er gitt ved funksjonen

$$f(x) = 3^{0,4x} + 2000$$

der x er talet på hundre produserte einingar. For eksempel svarer $x = 20$ til 2 000 einingar.

Produsenten sel heile produksjonen. Prisen per eining er 5,00 kroner.

- Forklar at inntektsfunksjonen g er gitt ved

$$g(x) = 500x$$

Teikn grafane til f og g i same koordinatsystem når $x \in [0, 22]$.

- Bestem kor mange einingar som må produserast og seljast for at drifta skal gå i balanse.
- Bestem den produksjonsmengda som gir størst overskot. Kor stort er det største overskotet?

Oppgave 4 (8 poeng)

Ei bedrift produserer x einingar av ei vare A og y einingar av ei anna vare B. Bedrifta har funne ut at det er nokre grenser når det gjeld produksjonen:

$$3x + 9y \leq 132$$

$$4x + 2y \geq 50$$

$$2x + 3y \geq 44$$

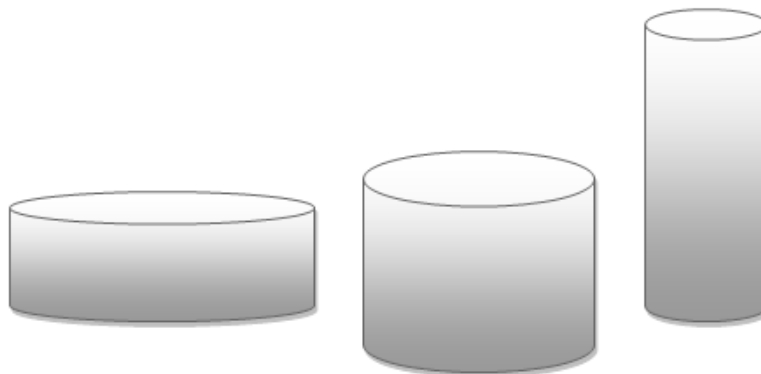
$$5y - 4 \geq x$$

- a) Lag eit koordinatsystem og marker på figuren det området som er avgrensa av dei fire ulikskapane.

Bedrifta reknar med at vare A kan seljast for 840,00 kroner per eining, mens vare B kan seljast for 1500,00 kroner per eining.

- b) Kor mange einingar bør produserast og seljast av kvart vareslag dersom salsinntekta skal bli størst mogleg? Kor stor er den maksimale inntekta bedrifta kan oppnå?
- c) Vis at bedrifta er sikra ei minsteinntekt på 19 440,00 kroner.

Oppgave 5 (6 poeng)



Ein produsent skal lage ein rett, lukka sylinder. Høgda h og diameteren d kan variere, men $d + h = 6$. Vi set radius i sylindern lik x .

- a) Vis at volumet V av sylindern da kan skrivast som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3$$

Forklar at i denne oppgåva må $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

- b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylindern kan få, er nøyaktig lik 8π .

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene

a) $x^2 + 2x = 8$

b) $3 \cdot 3^x = 27$

c) $2 \lg(x+1) = 4$

Oppgave 2 (4 poeng)

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = x^3 - 3x$$

a) Bestem eventuelle null-, topp- og bunnpunkter på grafen til f .

b) Lag en skisse av grafen til f .

Oppgave 3 (2 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} y - 10x = x^2 + 28 \\ y - 2x = 12 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4 (1 poeng)

Lag en formel for x uttrykt ved y når $3y = \frac{4x^2}{3}$

Oppgave 5 (2 poeng)

Harald kjøpte i alt 20 sekker med bjørkeved og granved. En sekk med bjørkeved kostet 83 kroner, og en sekk med granved kostet 65 kroner. Til sammen betalte han 1570 kroner for sekkene.

Bestem hvor mange sekker med bjørkeved og hvor mange sekker med granved Harald kjøpte.

Oppgave 6 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\lg(ab)^2 + 3\lg b - \lg\left(\frac{a}{b^5}\right)$

b) $(2x+3)^2 - (2x-1)(2x+1) + (x-3)(x-1)$

Oppgave 7 (4 poeng)

- a) Skriv opp de åtte første radene i Pascals trekant.
b) Bruk Pascals trekant til å bestemme binomialkoeffisientene

$$\binom{4}{0}, \binom{5}{2}, \binom{5}{4} \text{ og } \binom{7}{5}$$

- c) I en eske er det åtte papirlapper nummerert fra og med 1 til og med 8.

Hvor mange ulike tall med tre siffer kan vi lage med de åtte nummererte lappene?

Oppgave 8 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 + 1$$

Vis at $f'(x) = 4x$ ved å bruke definisjonen av den deriverte.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)



Kilde: Utdanningsdirektoratet

Et utleiefirma har 20 kajakker på lager. Av disse er sju gule, åtte røde og fem hvite. Maria og tre venner vil leie hver sin kajakk. Firmaet velger ut fire kajakker tilfeldig fra lageret.

- Bestem sannsynligheten for at Maria og vennene får utdelt to gule, én rød og én hvit kajakk.
- Bestem sannsynligheten for at firmaet velger ut fire gule kajakker.
- Bestem sannsynligheten for at ingen av de fire kajakkene er gule.

Oppgave 2 (9 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2$$

- Bestem ved regning skjæringspunktene mellom grafen til f og koordinataksene.
- Tegn grafen til f når $x \in \langle -2, 5 \rangle$. Bestem den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[0, 3]$.
- Bruk $f'(x)$ til å bestemme eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- For hvilke verdier av x er den momentane vekstfarten lik $-1,5$?

Oppgave 3 (7 poeng)

Kostnadene f , målt i kroner, ved å produsere en bestemt vare er gitt ved funksjonen

$$f(x) = 3^{0,4x} + 2000$$

der x er antall hundre produserte enheter. For eksempel svarer $x = 20$ til 2 000 enheter.

Produsenten selger hele produksjonen. Prisen per enhet er 5,00 kroner.

- Forklar at inntektsfunksjonen g er gitt ved

$$g(x) = 500x$$

Tegn grafene til f og g i samme koordinatsystem når $x \in [0, 22]$.

- Bestem hvor mange enheter som må produseres og selges for at driften skal gå i balanse.
- Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd. Hvor stort er det største overskuddet?

Oppgave 4 (8 poeng)

En bedrift produserer x enheter av en vare A og y enheter av en annen vare B. Bedriften har funnet ut at det er følgende begrensninger i forbindelse med produksjonen:

$$3x + 9y \leq 132$$

$$4x + 2y \geq 50$$

$$2x + 3y \geq 44$$

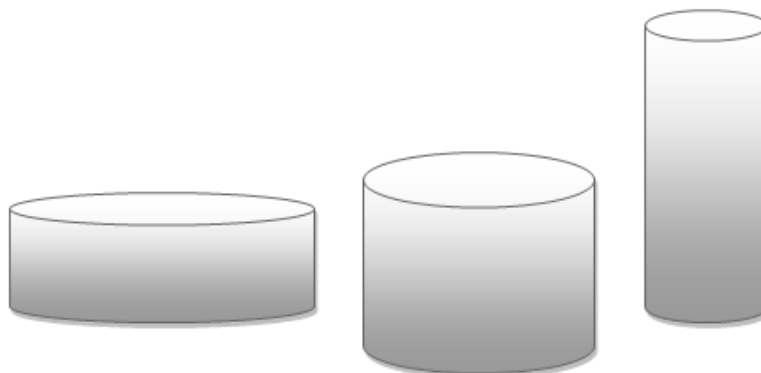
$$5y - 4 \geq x$$

- a) Lag et koordinatsystem og marker på figuren det området som er avgrenset av de fire ulikhetene.

Bedriften regner med at vare A kan selges for 840,00 kroner per enhet, mens vare B kan selges for 1500,00 kroner per enhet.

- b) Hvor mange enheter bør produseres og selges av hvert vareslag dersom salgsinntekten skal bli størst mulig? Hvor stor er den maksimale inntekten bedriften kan oppnå?
- c) Vis at bedriften er sikret en minsteinntekt på 19 440,00 kroner.

Oppgave 5 (6 poeng)



En produsent skal lage en rett, lukket sylinder. Høyden h og diameteren d kan variere, men $d + h = 6$. Vi setter radius i sylindere lik x .

- a) Vis at volumet V av sylindere da kan skrives som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3$$

Vis at i denne oppgaven må $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

- b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylindere kan få, er nøyaktig lik 8π .

Blank side.

Blank side.



Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no