Utdanningsdirektoratet

Eksamen

26.11.2015

REA3026 Matematikk S1

Ny eksamensordning

Del 1:
3 timar (utan hjelpemiddel) /
3 timer (uten hjelpemidler)

Del 2:
2 timar (med hjelpemiddel) /
2 timer (med hjelpemidler)

Minstekrav til digitale verktøy på datamaskin:

- Grafteiknar/Graftegner
- CAS

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 3 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 9 oppgåver. Del 2 har 4 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil ein alternativ metode kunne gi låg/noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som grafteiknar og CAS skal dokumenterast med utskrift eller gjennom ein IKT-basert eksamen.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar – vurderer om svar er rimelege
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv.: • Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Løys likningane nedanfor

a) $2x^2 - 3x = 0$

b) $2^{3x+1} = 4^{17}$

c) $\lg(2x+2) = 3 + \lg 2$

Oppgåve 2 (3 poeng)

Skriv uttrykka så enkelt som mogleg

a) $\dfrac{8a^3(a^{-1}b)^2}{(2ab)^2}$

b) $(x+y)(x-y)+(y+x)(y-x)-(x+y)(x-y)$

Oppgåve 3 (3 poeng)

Løys likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x^2 + x + y = 7 \\ 3x + y = -5 \end{bmatrix}$$

Oppgåve 4 (2 poeng)

Løys ulikskapen

$$-3(x-2)(x+1) < 0$$

Oppgåve 5 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$$

a) Bestem den gjennomsnittlege vekstfarten til funksjonen i intervallet $[0, 2]$.

b) Bestem $f'(x)$ og bruk denne til å avgjere om grafen til f stig eller søkk for $x = 0$.

c) Bestem *x*-verdien til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

Oppgåve 6 (4 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = \frac{2x - 3}{x + 1} \quad , \quad x \neq -1$$

a) Bestem skjeringspunkta grafen har med koordinataksane.

b) Lag ei skisse av grafen til g med eventuelle asymptotar i eit koordinatsystem.

Oppgåve 7 (6 poeng)

a) Skriv ned dei 6 første radene i Pascals taltrekant.

I kjøleskapet står det fem flasker brus: sitronbrus, appelsinbrus, pærebrus, champagnebrus og cola. Erik skal hente tre av flaskene.

b) Kor mange moglege kombinasjonar av flasker kan han velje?

Erik tar tilfeldig tre flasker.

c) Bestem sannsynet for at colaflaska er éi av dei tre.

Oppgåve 8 (6 poeng)

Ein bonde eig eit område som er 15 dekar stort. Han vil dyrke poteter og gulrøter.

Det tek 5 timar å klargjere 1 dekar for gulrotdyrking og 2,5 timar å klargjere 1 dekar for potetdyrking. Han kan maksimalt bruke 50 timar på å klargjere området.

Bonden lurer på kor stor del av arealet han bør bruke til gulrøter, og kor stor del han bør bruke til poteter, for at inntekta skal bli størst mogleg.

Vi tenkjer oss at han bruker x dekar til gulrotdyrking og y dekar til potetdyrking.

a) Forklar at situasjonen over gir oss desse ulikskapane:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x+y &\leq 15 \\ 2x+y &\leq 20 \end{aligned}$$

b) Skraver i eit koordinatsystem området som er avgrensa av ulikskapane.

Bonden reknar med at inntekta frå avlinga er 12 000 kroner for kvart dekar han bruker til gulrøter, og 8000 kroner for kvart dekar han bruker til poteter.

c) Kor stor del av arealet må han bruke til gulrøter, og kor stor del må han bruke til poteter, for at den samla inntekta skal bli størst mogleg? Kor stor blir inntekta da?

Oppgåve 9 (2 poeng)

Løys likninga

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

I ei S1-gruppe er det 10 gutar og 15 jenter. Geir er elev i gruppa. Seks av elevane skal trekkjast ut til munnleg eksamen i faget. Vi går ut frå at det skjer ved loddtrekning.

a) Bestem sannsynet for at det blir trekt ut 3 gutar og 3 jenter.

b) Bestem sannsynet for at det blir trekt ut både gutar og jenter.

c) Bestem sannsynet for at det blir trekt ut 3 gutar og 3 jenter, der Geir er éin av gutane.

Oppgåve 2 (6 poeng)

Kroppsmasseindeksen *BMI* er ein internasjonal standard som blir brukt for å seie noko om vekta i forhold til høgda hos vaksne menneske. Formelen som blir brukt, er

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

Her er m vekta i kilogram, medan h er høgda i meter.

a) Bestem *BMI* for ein person som veg 78 kg og er 177 cm høg.

b) Bestem høgda til ein person som veg 85 kg og har *BMI* lik 28.

Svein er 4 kg tyngre og 4 cm høgare enn Terje. Begge har *BMI* lik 28.

c) Set opp eit likningssystem og bruk CAS til å bestemme høgd og vekt for Svein og Terje.

Oppgåve 3 (8 poeng)

Tabellen under viser gjennomsnittleg månadslønn for heiltidstilsette norske arbeidstakarar i nokre år i tidsrommet 1998 – 2008.

Årstal	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Gjennomsnittleg månadslønn	21 600	23 600	26 350	28 250	30 550	34 250

a) Bruk regresjon til å finne ein eksponentialfunksjon som beskriv månadslønna som funksjon av talet på år etter 1998. Kva er den årlege prosentvise lønnsveksten ifølgje denne modellen?

b) Kva blir gjennomsnittleg månadslønna i 2015 ifølgje denne modellen?

Prisane på varer og tenester har auka med ca. 2,5 % per år dei siste tiåra.

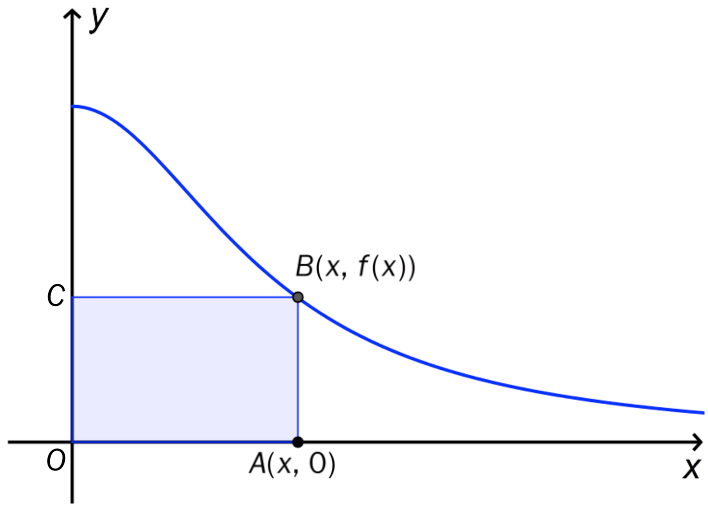
c) Lag ein modell for den gjennomsnittlege månadslønna x år etter 1998 dersom lønna følgjer prisutviklinga.

d) I kva år ville modellen i oppgåve a) ha gitt ei gjennomsnittleg månadslønn som er 10 000 kroner høgare enn den gjennomsnittleg månadslønna i modellen i oppgåve c)?

Oppgåve 4 (5 poeng)

På figuren nedanfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x)=\frac{5}{x^2+2}\ ,\quad x>0$$



Rektangelet $OABC$ er laga slik at B ligg på grafen til f.

a) Vis at arealet F til rektangelet kan skrivast som

$$F(x)=\frac{5x}{x^2+2}$$

b) Bruk graftegner til å bestemme x slik at rektangelet får areal lik 1,0.

c) Bruk CAS til å bestemme eksakt x-verdi når rektangelet har størst mogleg areal. Bestem det største arealet.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 3 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Del 1 har 9 oppgaver. Del 2 har 4 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi lav/noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som graftegner og CAS skal dokumenteres med utskrift eller gjennom en IKT-basert eksamen.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger – vurderer om svar er rimelige
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv.: • Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Løs likningene nedenfor

a) $2x^2 - 3x = 0$

b) $2^{3x+1} = 4^{17}$

c) $\lg(2x+2) = 3 + \lg 2$

Oppgave 2 (3 poeng)

Skriv uttrykkene så enkelt som mulig

a) $\dfrac{8a^3(a^{-1}b)^2}{(2ab)^2}$

b) $(x+y)(x-y)+(y+x)(y-x)-(x+y)(x-y)$

Oppgave 3 (3 poeng)

Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} 2x^2 + x + y = 7 \\ 3x + y = -5 \end{bmatrix}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Løs ulikheten

$$-3(x-2)(x+1) < 0$$

Oppgave 5 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - x^2 - x + 3$$

a) Bestem funksjonens gjennomsnittlige vekstfart i intervallet $[0, 2]$.

b) Bestem $f'(x)$ og bruk denne til å avgjøre om grafen til f stiger eller synker for $x = 0$.

c) Bestem x-verdien til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

Oppgave 6 (4 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = \frac{2x - 3}{x + 1} \quad , \quad x \neq -1$$

a) Bestem grafens skjæringspunkter med koordinataksene.

b) Lag en skisse av grafen til g med eventuelle asymptoter i et koordinatsystem.

Oppgave 7 (6 poeng)

a) Skriv ned de 6 første radene i Pascals talltrekant.

I kjøleskapet står det fem flasker brus: sitronbrus, appelsinbrus, pærebrus, champagnebrus og cola. Erik skal hente tre av flaskene.

b) Hvor mange mulige kombinasjoner av flasker kan han velge?

Erik tar tilfeldig tre flasker.

c) Bestem sannsynligheten for at colaflasken er én av de tre.

Oppgave 8 (6 poeng)

En bonde eier et område som er 15 dekar stort. Han vil dyrke poteter og gulrøtter.

Det tar 5 timer å klargjøre 1 dekar for gulrotdyrking og 2,5 timer å klargjøre 1 dekar for potetdyrking. Han kan maksimalt bruke 50 timer på å klargjøre området.

Bonden lurer på hvor stor del av arealet han bør bruke til gulrøtter, og hvor stor del han bør bruke til poteter, for at inntekten skal bli størst mulig.

Vi tenker oss at han bruker x dekar til gulrotdyrking og y dekar til potetdyrking.

a) Forklar at situasjonen ovenfor gir oss følgende ulikheter

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x+y &\leq 15 \\ 2x+y &\leq 20 \end{aligned}$$

b) Skraver i et koordinatsystem området som er begrenset av ulikhetene.

Bonden regner med at inntekten fra avlingen er 12 000 kroner for hvert dekar han bruker til gulrøtter, og 8000 kroner for hvert dekar han bruker til poteter.

c) Hvor stor del av arealet må han bruke til gulrøtter, og hvor stor del må han bruke til poteter, for at den samlede inntekten skal bli størst mulig? Hvor stor blir inntekten da?

Oppgave 9 (2 poeng)

Løs likningen

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

I en S1-gruppe er det 10 gutter og 15 jenter. Geir er elev i gruppen. Seks av elevene skal trekkes ut til muntlig eksamen i faget. Vi går ut fra at det skjer ved loddtrekning.

a) Bestem sannsynligheten for at det blir trukket ut 3 gutter og 3 jenter.

b) Bestem sannsynligheten for at det blir trukket ut både gutter og jenter.

c) Bestem sannsynligheten for at det blir trukket ut 3 gutter og 3 jenter, der Geir er én av guttene.

Oppgave 2 (6 poeng)

Kroppsmasseindeksen BMI er en internasjonal standard som brukes for å si noe om vekt i forhold til høyde hos voksne mennesker. Formelen som brukes, er

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

Her er m vekten i kilogram, mens h er høyden i meter.

a) Bestem BMI for en person som veier 78 kg og er 177 cm høy.

b) Bestem høyden til en person som veier 85 kg og har BMI lik 28.

Svein er 4 kg tyngre og 4 cm høyere enn Terje. Begge har BMI lik 28.

c) Sett opp et likningssystem og bruk CAS til å bestemme høyde og vekt for Svein og Terje.

Oppgave 3 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser gjennomsnittlig månedslønn for heltidsansatte norske arbeidstakere i noen år i tidsrommet 1998 – 2008.

Årstall	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Gjennomsnittlig månedslønn	21 600	23 600	26 350	28 250	30 550	34 250

a) Bruk regresjon til å finne en eksponentialfunksjon som beskriver månedslønnen som funksjon av antall år etter 1998. Hva er den årlige prosentvise lønnsveksten ifølge denne modellen?

b) Hva blir gjennomsnittlig månedslønnen i 2015 ifølge denne modellen?

Prisene på varer og tjenester har økt med ca. 2,5 % per år de siste tiårene.

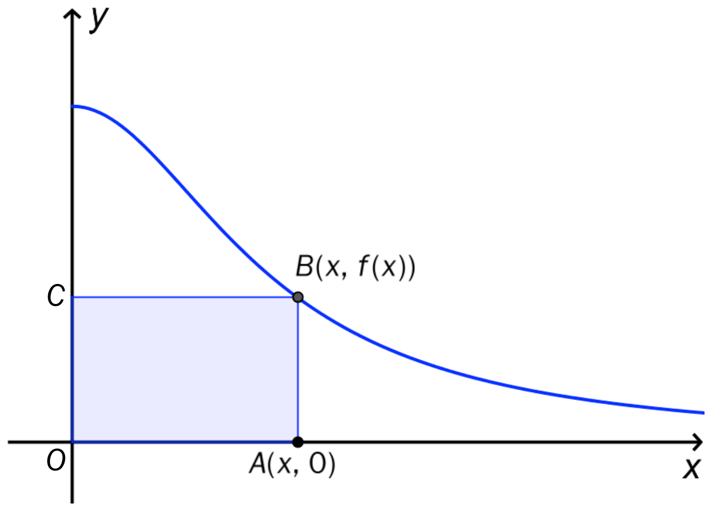
c) Lag en modell for den gjennomsnittlige månedslønnen x år etter 1998 dersom lønnen følger prisutviklingen.

d) I hvilket år ville modellen i oppgave a) ha gitt en gjennomsnittlig månedslønn som er 10 000 kroner høyere enn den gjennomsnittlige månedslønnen i modellen i oppgave c)?

Oppgave 4 (5 poeng)

På figuren nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + 2} \quad , \quad x > 0$$



Rektangelet $OABC$ er laget slik at B ligger på grafen til f.

a) Vis at arealet F til rektangelet kan skrives som

$$F(x) = \frac{5x}{x^2 + 2}$$

b) Bruk graftegner til å bestemme x slik at rektangelet får areal lik 1,0.

c) Bruk CAS til å bestemme eksakt x-verdi når rektangelet har størst mulig areal. Bestem det største arealet.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet