

Eksamen

22.05.2009

REA3026 Matematikk S1

Om vedlegg og opphavsrettigheter

Utdanningsdirektoratet har ikke adgang til å publisere opphavrettslig materiale på Internett. Tekster som er vedlagt oppgavene kan i noen tilfeller finnes på Internett. Oppgavene med vedlegg er også sendt fylkeskommunene og kan skaffes herfra. Mange av tekstene vil du også kunne finne på biblioteket.

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med cm-mål og vinkelmålar
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Bruk av kjelder:	Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal oppgivast på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må oppgi forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal heile adressa og nedlastingsdato oppgivast. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med www.wikipedia.no
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

Illustrasjonen på framsida er henta frå www.abelprisen.no. Niels Henrik Abel sette Norge på verdskartet i matematikk.

Del 1

Oppgave 1

a) Skriv så enkelt som mulig

1) $\frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1}$

2) $\frac{(2a^2)^2 \cdot b}{a^3 \cdot b^{-2}}$

b) Løys likningane

1) $2 \cdot 10^{2x} = 2000$

2) $\lg(x^2) + 3 \cdot \lg x - 15 = 0$

c) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = ax^2 + bx + 5$.

Grafen til f går gjennom punkta $(1, 4)$ og $(-1, 8)$.

Bruk disse opplysningane til å bestemme tala a og b .

d) Formelen for arealet av eit trapes er $A = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$.

Finn ein formel for b uttrykt ved A , a og h .

Bestem b når $A = 40$, $a = 7$ og $h = 5$.

e) Erik fiskar med kastesluk. Vi antek at sannsynet for å få fisk er $0,1$ i kvart kast.

1) Kva er sannsynet for at Erik får akkurat 1 fisk i løpet av dei 3 første kasta?

2) Kva er sannsynet for at han får minst 1 fisk i løpet av dei 3 første kasta?

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$.

- Finn gjennomsnittleg veksthastighet for f frå $x=0$ til $x=2$.
- Finn $f'(x)$. Kva er den momentane veksthastigheita når $x = 1$?
- Bruk $f'(x)$ til å bestemme koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .
- Skisser grafen til f for x -verdiar mellom -1 og 3 . Marker på skissa det du har funne i a), b) og c).

Del 2

Oppgåve 3

Ved ein stor vidaregåande skole blir det brukt ei nettbasert ressurside. Bruk av ressursida føreset at kvar elev har installert eit bestemt program på datamaskinen sin.

I klasse 2b fekk 15 av 27 elevar hjelp av IKT-seksjonen med installeringa av programmet. Resten av elevane installerte det sjølv.

Det blir trekt tilfeldig ut 10 elevar i klasse 2b.

- a) Finn sannsynet for at 6 av dei 10 elevane fekk hjelp av IKT-seksjonen.
- b) Bestem sannsynet for at minst 2 av dei 10 elevane installerte programmet sjølv.

Ved skolen måtte 30 % av alle elevane få hjelp av IKT-seksjonen for å komme inn på ressursida.

- c) Kva er sannsynet for at 9 av 24 tilfeldig valde elevar har fått hjelp av IKT-seksjonen? Forklar kva føresetnader du må leggje inn for å kunne rekne binomisk.
- d) Kva er sannsynet for at minst 9 av 24 tilfeldig valde elevar har fått hjelp av IKT-seksjonen?

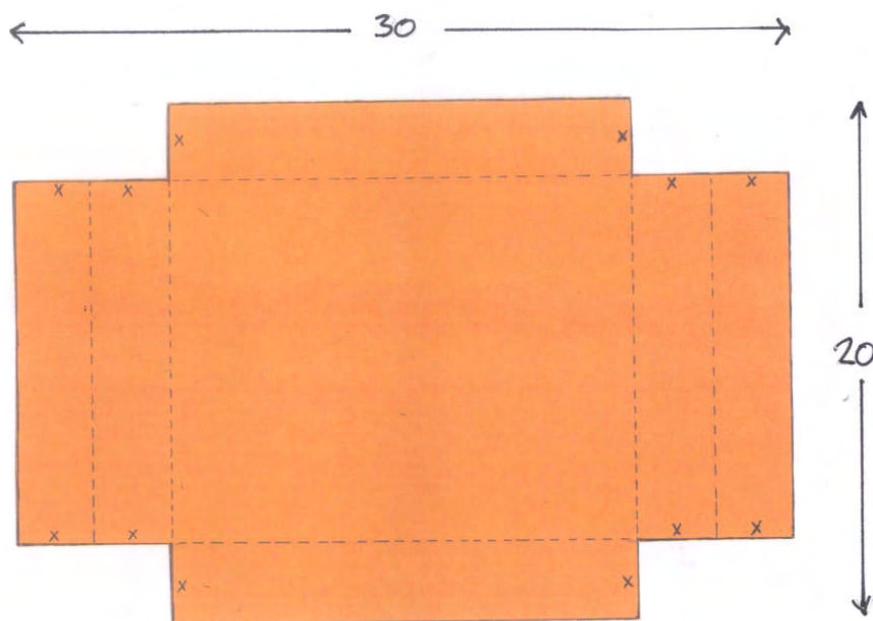
Oppgave 4

Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativa er likeverdige ved vurderinga.

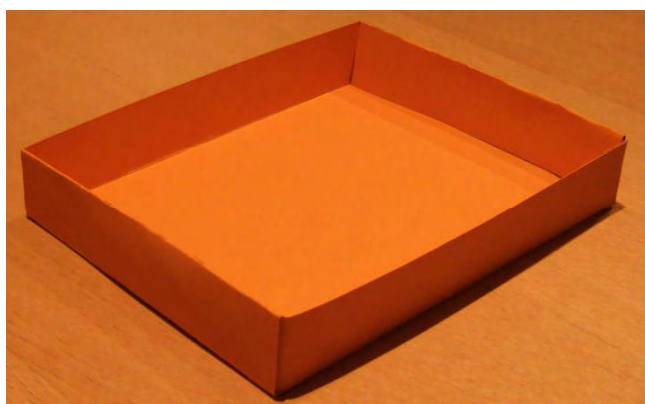
(Dersom svaret inneheld delar av begge,
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

Ein fabrikant ønskjer å lage modellar av esker ved å brette rektangulære ark. Vi startar med ark som er 30 cm langt og 20 cm breitt og klipper ut eit lite rektangel i kvart hjørne. Se figuren nedanfor.



Vi bretter langs dei stipla linjene to gonger langs kortsidene og ein gong langs langsiden. Høgda på eska blir x cm. Den ferdige eska ser ut som på figuren nedanfor.



Dersom vi til dømes lagar ei eske med høgde 3 cm, blir lengda av eska 18 cm og breidda 14 cm.

Vi vil undersøke sammenhengen mellom høgda og volumet av eska.

a) Skriv av og fyll ut tabellen nedanfor.

Høgd i cm	1	2	3	4
Volum i cm ³		704		

Vi ønsker å finne ut kor stor høgda må vere for at volumet skal bli størst mogleg. Vi lèt høgda av eska vere x cm.

b) Vis at volumet målt i cm³ er gitt ved $V(x) = 8x^3 - 140x^2 + 600x$

1) ved å bruke regresjon, og

2) ved å analysere figuren og bruke formelen for volumet av ei slik eske.

c) Finn ved rekning den høgda som gir størst volum. Kor stort er dette volumet?

d) Undersøk om vi kan få eit større volum ved at det er langsida som blir bretta to gonger og kortsida én gong.

Alternativ II

I delar av denne oppgåva er det ein fordel å bruke digitalt verktøy.

Tabellen nedanfor viser samanhengande verdiar av to storleikar x og y .

x	8	11	15	19	23	27	31
y	45,3	23,2	9,50	3,89	1,59	0,653	0,267

Du får opplyst at y med god tilnærming kan skrivast som ein eksponentialfunksjon f .

a) Bruk regresjon til å finne funksjonsuttrykket $f(x)$.

Ein modell for talet på insekt i ein bestemt populasjon er gitt ved

$$g(x) = \frac{400000}{2 + f(x)}$$

der $g(x)$ er talet på insekt, og x er talet på døgn etter eit bestemt tidspunkt.

b) Teikn grafen til g . Bestem talet på insekt når $x = 0$.

c) Finn både grafisk og ved rekning kor lang tid det tek før talet på insekt er 100 000.

d) Bruk grafen til g til å finne ein tilnærma verdi for den momentane veksthastigheita når $x = 28$. Kva fortel svaret?

e) Kva nærmar talet på insekt seg ifølgje modellen når x blir veldig stor?

Oppgave 5

Helga har sin eigen tekstilverkstad. Ho syr kjolar og skjørt. Ho førebur seg til ei utstilling, der ho håpar å oppnå godt sal.

Kjolane og skjørta syr ho av stoff som ho sjølv kjøper inn. Til kjolane bruker ho eit silkestoff som kostar 200 kroner per meter. I skjørta bruker ho eit bomullsstoff som kostar 125 kroner per meter. Ho kan bruke inntil 10 000 kroner på innkjøp av stoff. Men ho vil ikkje satse meir enn 7 500 kroner på kvart av stoffa.

Ein kjole blir laga av 2,5 meter silkestoff. Til eit skjørt går det med 2,0 meter bomullsstoff. Ho treng 4 timar til å sy ein kjole og 1 time til å sy eit skjørt. Ho kan bruke inntil 60 timar på å sy før utstillinga.

Helga reknar med å kunne selje kjolane for 2 200 kroner stykket og skjørta for 900 kroner stykket.

Ho syr og sel x kjolar og y skjørt.

a) Forklar at opplysningane ovanfor gir desse ulikskapane:

$$(1) \quad x \geq 0 \quad \text{og} \quad y \geq 0$$

$$(2) \quad x \leq 15 \quad \text{og} \quad y \leq 30$$

$$(3) \quad y \leq -2x + 40$$

$$(4) \quad y \leq -4x + 60$$

b) Skraver i eit koordinatsystem det området som er definert av ulikskapane.

c) Finn den største salsinntekta Helga kan oppnå. Forklar framgangsmåten.

d) Kva blir overskottet dersom ho oppnår høgast salsinntekt? Overskottet blir lønn til Helga. Kva blir timelønna når ho i tillegg til syinga må bruke 30 arbeidstimar på sjølve utstillinga?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med cm-mål og vinkelmåler
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Bruk av kilder:	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med www.wikipedia.no
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan anvende fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Illustrasjonen på forsiden er hentet fra www.abelprisen.no. Niels Henrik Abel satte Norge på verdenskartet i matematikk.

Del 1

Oppgave 1

a) Skriv så enkelt som mulig

1) $\frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1}$

2) $\frac{(2a^2)^2 \cdot b}{a^3 \cdot b^{-2}}$

b) Løs likningene

1) $2 \cdot 10^{2x} = 2000$

2) $\lg(x^2) + 3 \cdot \lg x - 15 = 0$

c) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = ax^2 + bx + 5$.

Grafen til f går gjennom punktene $(1, 4)$ og $(-1, 8)$.

Bruk disse opplysningene til å bestemme tallene a og b .

d) Formelen for arealet av et trapes er $A = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$.

Finn en formel for b uttrykt ved A , a og h .

Bestem b når $A = 40$, $a = 7$ og $h = 5$.

e) Erik fisker med kastesluk. Vi antar at sannsynligheten for å få fisk er 0,1 i hvert kast.

1) Hva er sannsynligheten for at Erik får akkurat 1 fisk i løpet av de 3 første kastene?

2) Hva er sannsynligheten for at han får minst 1 fisk i løpet av de 3 første kastene?

Oppgave 2

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$.

- Finn gjennomsnittlig veksthastighet for f fra $x=0$ til $x=2$.
- Finn $f'(x)$. Hva er den momentane veksthastigheten når $x = 1$?
- Bruk $f'(x)$ til å bestemme koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Skisser grafen til f for x -verdier mellom -1 og 3 . Marker på skissen det du har funnet i a), b) og c).

Del 2

Oppgave 3

Ved en stor videregående skole blir det brukt en nettbasert ressurside. Bruk av ressursiden forutsetter at hver elev har installert et bestemt program på datamaskinen sin.

I klasse 2b fikk 15 av 27 elever hjelp av IKT-seksjonen med installeringen av programmet. Resten av elevene installerte det selv.

Det trekkes tilfeldig ut 10 elever i klasse 2b.

- a) Finn sannsynligheten for at 6 av de 10 elevene fikk hjelp av IKT-seksjonen.
- b) Bestem sannsynligheten for at minst 2 av de 10 elevene installerte programmet selv.

Ved skolen måtte 30 % av alle elevene få hjelp av IKT-seksjonen for å komme inn på ressursiden.

- c) Hva er sannsynligheten for at 9 av 24 tilfeldig valgte elever har fått hjelp av IKT-seksjonen? Forklar hvilke forutsetninger du må legge inn for å kunne regne binomisk.
- d) Hva er sannsynligheten for at minst 9 av 24 tilfeldig valgte elever har fått hjelp av IKT-seksjonen?

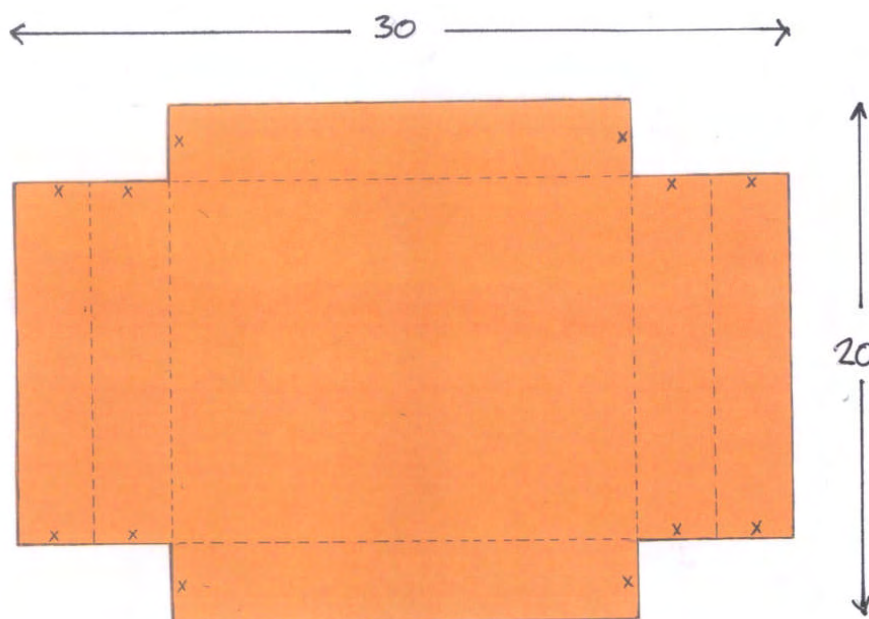
Oppgave 4

Du skal besvare enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.

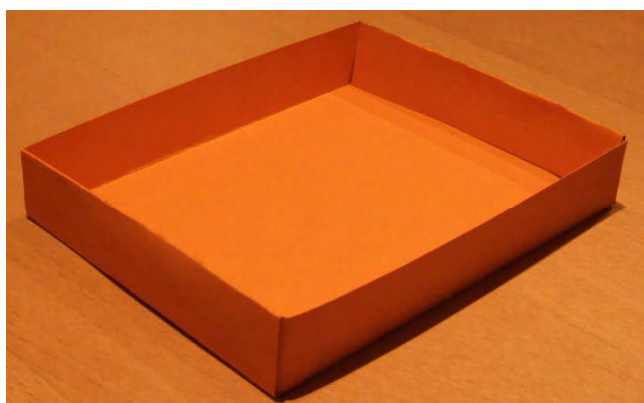
(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

En fabrikant ønsker å lage modeller av esker ved å brette rektangulære ark. Vi starter med ark som er 30 cm langt og 20 cm bredt og klipper ut et lite rektangel i hvert hjørne. Se figuren nedenfor.



Vi bretter langs de stiplede linjene to ganger langs kortsidene og én gang langs langsiden. Høyden av esken blir x cm. Den ferdige esken ser ut som på figuren nedenfor.



Dersom vi for eksempel lager en eske med høyde 3 cm, blir lengden av esken 18 cm og bredden 14 cm.

Vi vil undersøke sammenhengen mellom høyden og volumet av esken.

a) Skriv av og fyll ut tabellen nedenfor.

Høyde i cm	1	2	3	4
Volum i cm ³		704		

Vi ønsker å finne ut hvor stor høyden må være for at volumet skal bli størst mulig. Vi lar høyden av esken være x cm.

b) Vis at volumet målt i cm³ er gitt ved $V(x) = 8x^3 - 140x^2 + 600x$

1) ved å bruke regresjon, og

2) ved å analysere figuren og bruke formelen for volumet av en slik eske.

c) Finn ved regning den høyden som gir størst volum. Hvor stort er dette volumet?

d) Undersøk om vi kan få et større volum ved at det er langsiden som brettes to ganger og kortsiden én gang.

Alternativ II

I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.

Tabellen nedenfor viser sammenhengende verdier av to størrelser x og y .

x	8	11	15	19	23	27	31
y	45,3	23,2	9,50	3,89	1,59	0,653	0,267

Du får opplyst at y med god tilnærming kan skrives som en eksponentialfunksjon f .

a) Bruk regresjon til å finne funksjonsuttrykket $f(x)$.

En modell for antall insekter i en bestemt populasjon er gitt ved

$$g(x) = \frac{400000}{2 + f(x)}$$

der $g(x)$ er antall insekter, og x er antall døgn etter et bestemt tidspunkt.

b) Tegn grafen til g . Bestem antall insekter når $x = 0$.

c) Finn både grafisk og ved regning hvor lang tid det tar før antall insekter er 100 000.

d) Bruk grafen til g til å finne en tilnærmet verdi for den momentane veksthastigheten når $x = 28$. Hva forteller svaret?

e) Hva nærmer antall insekter seg ifølge modellen når x blir veldig stor?

Oppgave 5

Helga har sitt eget tekstilverksted. Hun syr kjoler og skjørt. Hun forbereder seg til en utstilling, hvor hun håper å oppnå godt salg.

Kjolene og skjørtene syr hun av stoff som hun selv kjøper inn. Til kjolene bruker hun et silkestoff som koster 200 kroner per meter. I skjørtene bruker hun et bomullsstoff som koster 125 kroner per meter. Hun kan bruke inntil 10 000 kroner på innkjøp av stoff. Men hun vil ikke satse mer enn 7 500 kroner på hvert av stoffene.

En kjole lages av 2,5 meter silkestoff. Til et skjørt går det med 2,0 meter bomullsstoff. Hun trenger 4 timer til å sy en kjole og 1 time til å sy et skjørt. Hun kan bruke inntil 60 timer på å sy før utstillingen.

Helga regner med å kunne selge kjolene for 2 200 kroner stykket og skjørtene for 900 kroner stykket.

Hun syr og selger x kjoler og y skjørt.

a) Forklar at opplysningene ovenfor gir disse ulikhetene:

$$(1) \quad x \geq 0 \quad \text{og} \quad y \geq 0$$

$$(2) \quad x \leq 15 \quad \text{og} \quad y \leq 30$$

$$(3) \quad y \leq -2x + 40$$

$$(4) \quad y \leq -4x + 60$$

b) Skraver i et koordinatsystem det området som er definert av ulikhetene.

c) Finn den største salgsinntekten Helga kan oppnå. Forklar framgangsmåten.

d) Hva blir overskuddet hvis hun oppnår høyest salgsinntekt?
Overskuddet blir lønn til Helga. Hva blir timelønna når hun i tillegg til syingen må bruke 30 arbeidstimer på selve utstillingen?

(Blank side)

(Blank side)

Kolstadgata 1
Postboks 2924 Tøyen
0608 OSLO
Telefon 23 30 12 00
Telefaks 23 30 12 99
www.utdanningsdirektoratet.no