

Eksamen

27.05.2010

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
Hjelpemiddel på del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar er tillatne.
Hjelpemiddel på del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, bortsett frå Internett og andre verktøy som kan brukast til kommunikasjon.
Vedlegg:	Det er ingen vedlegg.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du velje framgangsmåte sjølv. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil du òg kunne få noko uttøling ved å bruke ein alternativ metode.
Rettleiing om vurderinga:	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det vil seie at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

Del 1

Oppgave 1

a) Gitt polynomfunksjonen $f(x) = 2x^3 - x^2$.

1) Rekn ut $f(1)$ og $f'(1)$.

2) Bruk 1) til å beskrive korleis grafen til f ser ut i eit lite område rundt punktet som har førstekoordinat $x = 1$.

b) Skriv så enkelt som mogleg:

1) $(a-b)^2 + (a+b)(a-b)$

2) $\frac{a^2 \cdot (a \cdot b^2)^2}{(a^2)^3 \cdot b^3}$

3) $\lg(a^2 \cdot b) + \lg\left(\frac{1}{a \cdot b}\right)$

c) Løys likningane:

1) $3 \cdot 10^{3x} = 3000$

2) $2 \lg x - \lg\left(\frac{1}{x}\right) = 6$

d) Løys ulikskapen

$$-3(x+1)(x-2) > 0$$

Oppgave 2

Den deriverte til ein funksjon f er gitt ved $f'(x) = x^2 - 2x$.

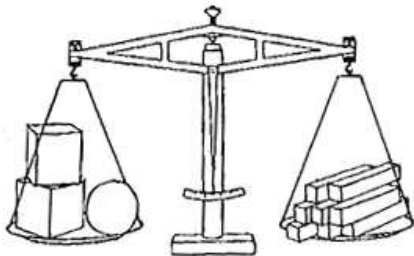
a) Skriv av og fyll ut tabellen nedanfor.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$					

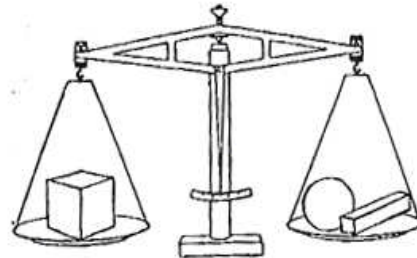
b) Teikn grafen til f' og bruk grafen til f' til å bestemme kvar grafen til f veks, og kvar han minkar.

Oppgave 3

Per og Kari leikar med terningar, kuler og stavforma klossar. To gonger klarer dei å balansere ei skålvekt. Den første gongen ligg det to terningar og éi kule i den eine skåla og åtte stavar i den andre. Den andre gongen ligg det éin terning i den eine skåla og éi kule og éin stav i den andre. Sjå figurane under.



Figur 1



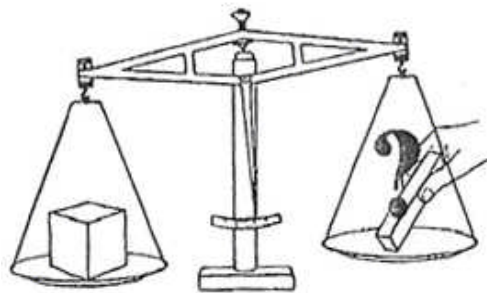
Figur 2

La x vere vekta til éin terning, la y vere vekta til éi kule, og la z vere vekta til éin stav.

a) Skriv opp ei likning som passar til figur 1, og ei likning som passar til figur 2.

Den tredje gongen legg dei éin terning i den eine skåla og berre stavar i den andre skåla. Sjå figur 3.

b) Kor mange stavar må dei no leggje i skåla for å balansere vekta?



Figur 3

Del 2

Oppgave 4

Ei bedrift har utvikla ein medisin til behandling av ein sjukdom. Bedrifta reknar med at 80% av pasientane som bruker medisinen, blir friske. Vi bruker dette overslaget i utrekningane nedanfor.

20 tilfeldig utvalde pasientar får medisinen.

- Skriv opp ein formel for sannsynet for at akkurat x av dei 20 pasientane blir friske.
- Finn sannsynet for at akkurat 15 av pasientane blir friske.
- Finn sannsynet for at minst 15 av pasientane blir friske.
- Bestem x slik at sannsynet for at minst x pasientar blir friske, er større enn 0,9.

Oppgave 5

Kostnaden K og inntekta I ved produksjon og sal av x einingar av ei vare er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 200x$$

$$I(x) = -0,3x^2 + 400x$$

Vi går ut frå at produksjonen er mindre enn 500 einingar. Både kostnaden og inntekta er oppgitt i kroner.

- Finn kostnaden og inntekta når bedrifta produserer og sel 300 einingar. Kor stort blir overskotet?
- Bestem eit uttrykk for overskotsfunksjonen P . Løys likninga $P(x) = 0$.
- Bruk derivasjon til å finne den produksjonen som gir størst overskot. Kor stort er det største overskotet?

Oppgave 6

Nedanfor følger eit sett med ulikskapar:

$$x > 0$$

$$y > \frac{2}{x} + 2$$

$$2y - 16 < -4x$$

- a) Lag eit koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrensa av ulikskapane.

Vi studerer denne situasjonen:

Eit laboratorium skal analysere vassprøver. Det har kapasitet til å gjere inntil 570 slike analysar. Ein uerfaren assistent og ein erfaren tekniskar deler på arbeidet. Assistenten analyserer 4 prøver per time, og teknikaren analyserer 6 prøver per time. Det kan brukast inntil 120 timar på analysane. Teknikaren kan ikkje bruke meir enn 70 timar på analysane av desse vassprøvene.

- b) Bestem eit sett med ulikskapar som beskriv vilkåra i teksten over.
- c) Lag eit koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrensa av ulikskapane i b).

Assistenten får 100 kroner per time i lønn, og teknikaren får 175 kroner per time. Dei får i oppdrag å analysere 570 vassprøver. Elles gjeld dei same vilkåra som i spørsmål b).

- d) Kor mange timar må assistenten arbeide, og kor mange timar må teknikaren arbeide for at dei to til saman skal tene mest mogleg?

Oppgave 7

Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved vurderinga.

(Dersom svaret inneheld delar av begge alternativa, vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ I

Ved ein kjemisk reaksjon i ei sur løysing endrar konsentrasjonen av eit stoff seg med tida. Konsentrasjonen, målt i millimol per liter, etter t sekund er gitt ved

$$f(t) = 3,00 - 3,00 \cdot 10^{-0,0007 t}$$

- Teikn grafen til f når $t \leq 3600$.
- Bestem ved rekning kor lang tid det tek før konsentrasjonen er 2 millimol per liter.
- Bestem ved rekning den gjennomsnittlege vekstfarten dei 10 første minutta.
- Finn ein tilnærma verdi for den momentane vekstfarten når $t = 600$.
- Vi lèt den sure løysinga stå i mange timar. Bruk modellen til å avgjere kva for konsentrasjon vi då kan vente oss.

Alternativ II

I delar av denne oppgåva er det ein fordel å bruke digitalt verktøy.

Prisindeks er eit mål for pris. Tabellen viser korleis prisindeksen for leilegheiter i Stavanger varierte i perioden frå 1. kvartal 2008 til 2. kvartal 2009. Eitt år er delt inn i fire kvartal som kvart er på tre månader.

Tidspunkt	1. kvartal 2008	2. kvartal 2008	3. kvartal 2008	4. kvartal 2008	1. kvartal 2009	2. kvartal 2009
x	0	1	2	3	4	5
Prisindeks	100	99,2	96,5	89,7	93,3	97,9

Vi lèt x vere talet på kvartal etter 1. kvartal i 2008.

- Bruk digitalt verktøy og finn ein 4. gradsfunksjon f som passar best mogleg med dataa i tabellen.
- Teikn grafen til f i eit koordinatsystem saman med punkta som er gitt i tabellen. Bruk x -verdiar frå 0 til 8 og y -verdiar frå 80 til 120. Korleis synest du funksjonen passar?
- Bruk derivasjon til å bestemme når prisen på leilegheiter vil nå det høgaste nivået, ut frå funksjonen i a). Kva for prisindeks gir funksjonen då?
- Vis at det også finst ein 3. gradsfunksjon g som gir ei god tilnærming til dataa i tabellen over.
 - Kva for tal gir dei to funksjonane f og g for prisindeksen på leilegheiter i 2. kvartal 2010?

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
Hjelpemidler på del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler er tillatt.
Hjelpemidler på del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, bortsett fra Internett og andre verktøy som kan brukes til kommunikasjon.
Vedlegg:	Det er ingen vedlegg.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du velge framgangsmåte selv. Hvis oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil du også kunne få noe uttelling for å bruke en alternativ metode.
Veiledning om vurderingen:	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan bruke fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

Del 1

Oppgave 1

a) Gitt polynomfunksjonen $f(x) = 2x^3 - x^2$.

1) Regn ut $f(1)$ og $f'(1)$.

2) Bruk 1) til å beskrive hvordan grafen til f ser ut i et lite område rundt punktet som har førstekoordinat $x = 1$.

b) Skriv så enkelt som mulig:

1) $(a-b)^2 + (a+b)(a-b)$

2) $\frac{a^2 \cdot (a \cdot b^2)^2}{(a^2)^3 \cdot b^3}$

3) $\lg(a^2 \cdot b) + \lg\left(\frac{1}{a \cdot b}\right)$

c) Løs likningene:

1) $3 \cdot 10^{3x} = 3000$

2) $2 \lg x - \lg\left(\frac{1}{x}\right) = 6$

d) Løs ulikheten

$$-3(x+1)(x-2) > 0$$

Oppgave 2

Den deriverte til en funksjon f er gitt ved $f'(x) = x^2 - 2x$.

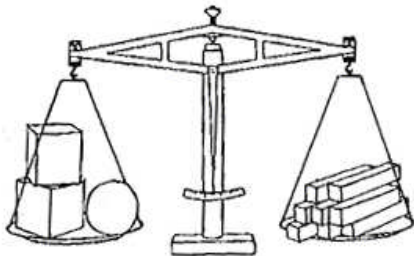
a) Skriv av og fyll ut tabellen nedenfor.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$					

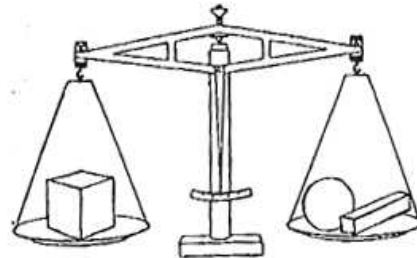
b) Tegn grafen til f' og bruk grafen til f' til å bestemme hvor grafen til f vokser, og hvor den avtar.

Oppgave 3

Per og Kari leker med terninger, kuler og stavformete klosser. To ganger klarer de å balansere en skålvækt. Den første gangen ligger det to terninger og én kule i den ene skåla og åtte staver i den andre. Den andre gangen ligger det én terning i den ene skåla og én kule og én stav i den andre. Se figurene under.



Figur 1



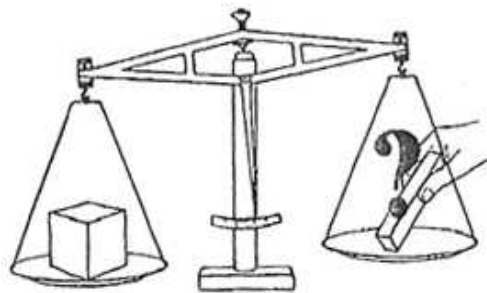
Figur 2

La x være vekten til én terning, la y være vekten til én kule, og la z være vekten til én stav.

a) Skriv opp en likning som passer til figur 1, og en likning som passer til figur 2.

Den tredje gangen legger de én terning i den ene skåla og bare staver i den andre skåla. Se figur 3.

b) Hvor mange staver må de nå legge i skåla for å balansere vekten?



Figur 3

Del 2

Oppgave 4

En bedrift har utviklet en medisin til behandling av en sykdom. Bedriften anslår at 80% av pasientene som bruker medisinen, blir friske. Vi bruker dette anslaget i utregningene nedenfor.

20 tilfeldig utvalgte pasienter får medisinen.

- Skriv opp en formel for sannsynligheten for at akkurat x av de 20 pasientene blir friske.
- Finn sannsynligheten for at akkurat 15 av pasientene blir friske.
- Finn sannsynligheten for at minst 15 av pasientene blir friske.
- Bestem x slik at sannsynligheten for at minst x pasienter blir friske, er større enn 0,9.

Oppgave 5

Kostnaden K og inntekten I ved produksjon og salg av x enheter av en vare er gitt ved

$$K(x) = 0,2x^2 + 200x$$

$$I(x) = -0,3x^2 + 400x$$

Vi antar at produksjonen er mindre enn 500 enheter. Både kostnaden og inntekten oppgis i kroner.

- Finn kostnaden og inntekten når bedriften produserer og selger 300 enheter. Hvor stort blir overskuddet?
- Bestem et uttrykk for overskuddsfunksjonen P . Løs likningen $P(x) = 0$.
- Bruk derivasjon til å finne den produksjonen som gir størst overskudd. Hvor stort er det største overskuddet?

Oppgave 6

Nedenfor følger et sett med ulikheter:

$$x > 0$$

$$y > \frac{2}{x} + 2$$

$$2y - 16 < -4x$$

- a) Lag et koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrenset av ulikhetene.

Vi studerer følgende situasjon:

Et laboratorium skal analysere vannprøver. Det har kapasitet til å utføre inntil 570 slike analyser. En uerfaren assistent og en erfaren tekniker deler på arbeidet. Assistenten analyserer 4 prøver per time, og teknikeren analyserer 6 prøver per time. Det kan brukes inntil 120 timer på analysene. Teknikeren kan ikke bruke mer enn 70 timer på analysen av disse vannprøvene.

- b) Bestem et sett med ulikheter som beskriver betingelsene i teksten over.
- c) Lag et koordinatsystem og skraver/fargelegg det området som er avgrenset av ulikhetene i b).

Assistenten lønnes med 100 kroner per time, og teknikeren lønnes med 175 kroner per time. De får i oppdrag å analysere 570 vannprøver. Ellers gjelder de samme betingelsene som i spørsmål b).

- d) Hvor mange timer må assistenten arbeide, og hvor mange timer må teknikeren arbeide for at de to til sammen skal tjene mest mulig?

Oppgave 7

*Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.*

*(Dersom besvarelsen inneholder deler av begge,
vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)*

Alternativ I

Ved en kjemisk reaksjon i en sur løsning endrer konsentrasjonen av et stoff seg med tida. Konsentrasjonen, målt i millimol per liter, etter t sekunder er gitt ved

$$f(t) = 3,00 - 3,00 \cdot 10^{-0,0007 t}$$

- Tegn grafen til f når $t \leq 3600$.
- Bestem ved regning hvor lang tid det tar før konsentrasjonen er 2 millimol per liter.
- Bestem ved regning den gjennomsnittlige veksthastigheten de 10 første minuttene.
- Finn en tilnærmet verdi for den momentane veksthastigheten når $t = 600$.
- Vi lar den sure løsningen stå i mange timer. Bruk modellen til å avgjøre hvilken konsentrasjon vi da kan vente oss.

Alternativ II

I deler av denne oppgaven er det en fordel å bruke digitalt verktøy.

Prisindeks er et mål for pris. Tabellen viser hvordan prisindeksen for leiligheter i Stavanger varierte i perioden fra 1. kvartal 2008 til 2. kvartal 2009. Ett år deles inn i fire kvartaler som hvert er på tre måneder.

Tidspunkt	1. kvartal 2008	2. kvartal 2008	3. kvartal 2008	4. kvartal 2008	1. kvartal 2009	2. kvartal 2009
x	0	1	2	3	4	5
Prisindeks	100	99,2	96,5	89,7	93,3	97,9

Vi lar x være antall kvartaler etter 1. kvartal i 2008.

- Bruk digitalt verktøy og finn en 4. gradsfunksjon f som passer best mulig med dataene i tabellen.
 - Tegn grafen til f i et koordinatsystem sammen med punktene som er gitt i tabellen. Bruk x -verdier fra 0 til 8 og y -verdier fra 80 til 120. Hvordan syns du funksjonen passer?
 - Bruk derivasjon til å bestemme når prisen på leiligheter vil nå sitt høyeste nivå, ut fra funksjonen i a). Hvilken prisindeks gir funksjonen da?
- d)
- Vis at det også finnes en 3. gradsfunksjon g som gir en god tilnærming til dataene i tabellen over.
 - Hvilke tall gir de to funksjonene f og g for prisindeksen på leiligheter i 2. kvartal 2010?

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no