Utdanningsdirektoratet

Eksamen

31.05.2011

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (18 poeng)

a) Vi har funksjonen $f(x) = 2x^3 - 5x + 2$

1) Deriver funksjonen.

2) Bestem $f'(1)$. Kva fortel svaret deg om grafen til f?

b) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{3}{2x+4} - \frac{2-x}{3x+6}$$

c) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{2^{-1} \cdot a \cdot b^{-1}}{4^{-1} \cdot a^{-2} \cdot b^{2}}$$

d) Skriv så enkelt som mogleg

$$\lg\left(a^2 \cdot b\right) + \lg\left(a \cdot b^2\right) + \lg\left(\frac{a}{b^3}\right)$$

e) Ein familie på to vaksne og to barn betalte til saman 220 kroner for å komme inn på eit arrangement. Ein annan vaksen og tre barn betalte til saman 190 kroner.

Kva kosta éin barnebillett, og kva kosta éin vaksenbillett?

f) Vi har gitt funksjonane $f(x) = x^2 - x - 2$ og $g(x) = x + 1$

Rekne ut koordinatane til skjeringspunkta mellom grafen til f og grafen til g.

g) Vi har gitt samanhengen

$$a + ab + b^2 = 1$$

Finn a uttrykt ved b. Skriv svaret så enkelt som mogleg.

h) Løys ulikskapen

$$-2x^2 - 4x + 6 \geq 0$$

i) Teikne grafen til funksjonen

$$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{når} \quad x \geq 0$$

Oppgåve 2 (6 poeng)

a) Rekne ut binomialkoeffisienten $\binom{8}{3}$

Ei gruppe på 8 elevar består av like mange gutar som jenter.
Vi trekkjer tilfeldig ut 3 elevar.

b) Kva er sannsynet for å trekkje ut 2 gutar og 1 jente?

c) Kva er sannsynet for å trekkje ut minst 1 jente?

Hypergeometrisk sannsynsfordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n - m$ element i $\overline{D}$.
r element blir trekte tilfeldig.
X er talet på element som blir trekte frå D.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (5 poeng)

Langs ein del av kysten reknar ein med at 30 % av all auren er smitta av ein bestemt sjukdom. Vi fangar 5 tilfeldige aurar.

a) Kva må vi gå ut frå for å kunne bruke binomiske sannsyn i denne situasjonen?

b) Finn sannsynet for at

1) alle 5 er smitta

2) akkurat 3 er smitta

3) høgst 3 er smitta

4) minst 1 er smitta

Oppgåve 4 (6 poeng)

Eit beløp blei sett inn på ein bankkonto. Kapitalen K på kontoen t år etter at beløpet blei sett inn, er

$$K(t) = 30\,000 \cdot 1{,}035^t$$

a)

1) Kor stort var beløpet som blei sett inn?

2) Kor mykje stod det på kontoen etter 8 år?

b) Kor lang tid tok det før beløpet på kontoen hadde auka til 40 000 kroner?

c) Finn den gjennomsnittlege vekstfarten dei 15 første åra.

Oppgåve 5 (10 poeng)

Ei bedrift produserer og sel x einingar av ei vare per veke. Produksjonskostnadene K per veke er

$$K(x) = 0{,}2x^2 + 20x + 20\,000 \quad , \quad x \in \langle 0,\ 1000 \rangle$$

Salsprisen P på vara er

$$P(x) = 300 - 0{,}1\,x$$

Både $K(x)$ og $P(x)$ er gitt i kroner.

a) Finn eit uttrykk $I(x)$ for inntekta til bedrifta I per veke.

b) Teikne grafen til kostnadsfunksjonen K og grafen til inntektsfunksjonen I i det same koordinatsystemet.

c) For kva verdiar av x går bedrifta med overskot?

d)

1) Vis at uttrykket for overskotsfunksjonen O kan skrivast

$$O(x) = -0{,}3x^2 + 280x - 20\,000$$

2) Undersøk kva x må vere for at overskotet skal bli størst mogleg.

3) Kva er prisen for vara når overskotet er størst? Kor stort er overskotet da?

Oppgåve 6 (7 poeng)

I denne oppgåva skal du bruke lineær optimering.

Ein leiketøysfabrikk lagar to populære leiker, ei dokke og ein lekebil.

Fabrikken har tre avdelingar, éi for produksjon, éi for måling og éi for montering av leikene.

Nedanfor ser du ei oversikt over nødvendig tidsbruk per leike og talet på arbeidstimar som kan brukast i kvar av dei tre avdelingane.

Avdeling	Arbeidstimar per dokke	Arbeidstimar per leikebil	Tilgjengelege arbeidstimar i alt
Produksjon	0,5	0,25	700
Måling	1	0,25	1 100
Montering	0,2	0,5	1 200

Kvar dokke kan seljast for 900 kroner, mens kvar leikebil kan seljast for 300 kroner.
Vi føreset at alt som blir produsert, blir selt.

a) Kor mange av kvar leike vil du rå fabrikken til å lage når dei ønskjer at den totale inntekta skal bli så høg som mogleg?

(Denne oppgåva tel som tre delspørsmål.)

b) Kva er den største inntekta fabrikken kan oppnå?

Oppgåve 7 (8 poeng)

Tre bakarar skal bake brød.

La x vere talet på kilogram kveitemjøl som skal brukast.

a) Bakar nr. 1 tek halvparten av kveitemjølet, pluss eit halvt kilogram.

Forklar at bakar nr. 1 tek $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$ kg kveitemjøl, og at det er igjen $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ kg kveitemjøl.

b) Bakar nr. 2 tek halvparten av det kveitemjølet som er igjen, pluss eit halvt kilogram.

Forklar at bakar nr. 2 tek $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)$ kg kveitemjøl, og at det er igjen $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)$ kg kveitemjøl.

c) Bakar nr. 3 tek halvparten av det kveitemjølet som er igjen, pluss eit halvt kilogram.

Forklar at bakar nr. 3 tek $\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right)$ kg kveitemjøl.

Etter at dei tre bakarane har teke kveitemjølet sitt, er det 1 kg kveitemjøl igjen.

d) Forklar at $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right) = x-1$

Bestem x.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Vi har funksjonen $f(x) = 2x^3 - 5x + 2$

1) Deriver funksjonen.

2) Bestem $f'(1)$. Hva forteller svaret deg om grafen til f?

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{3}{2x+4} - \frac{2-x}{3x+6}$$

c) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2^{-1} \cdot a \cdot b^{-1}}{4^{-1} \cdot a^{-2} \cdot b^2}$$

d) Skriv så enkelt som mulig

$$\lg\left(a^2 \cdot b\right) + \lg\left(a \cdot b^2\right) + \lg\left(\frac{a}{b^3}\right)$$

e) En familie på to voksne og to barn betalte til sammen 220 kroner for å komme inn på et arrangement. En annen voksen og tre barn betalte til sammen 190 kroner.

Hva kostet én barnebillett, og hva kostet én voksenbillett?

f) Vi har gitt funksjonene $f(x) = x^2 - x - 2$ og $g(x) = x + 1$

Regn ut koordinatene til skjæringspunktene mellom grafen til f og grafen til g.

g) Vi har gitt sammenhengen

$$a + ab + b^2 = 1$$

Finn a uttrykt ved b. Skriv svaret så enkelt som mulig.

h) Løs ulikheten

$$-2x^2 - 4x + 6 \geq 0$$

i) Tegn grafen til funksjonen

$$f(x) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{når} \quad x \geq 0$$

Oppgave 2 (6 poeng)

a) Regn ut binomialkoeffisienten $\binom{8}{3}$

En gruppe på 8 elever består av like mange gutter som jenter.
Vi trekker tilfeldig ut 3 elever.

b) Hva er sannsynligheten for å trekke ut 2 gutter og 1 jente?

c) Hva er sannsynligheten for å trekke ut minst 1 jente?

Hypergeometrisk sannsynlighetsfordeling: $P(X = k) = \dfrac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D. $n - m$ elementer i $\overline{D}$.
r elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra D.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 3 (5 poeng)

Langs en del av kysten regner man med at 30 % av all ørret er smittet av en bestemt sykdom. Vi fanger 5 tilfeldige ørreter.

a) Hva må vi anta for å kunne bruke binomiske sannsynligheter i denne situasjonen?

b) Finn sannsynligheten for at

1) alle 5 er smittet
2) akkurat 3 er smittet
3) høyst 3 er smittet
4) minst 1 er smittet

Oppgave 4 (6 poeng)

Et beløp ble satt inn på en bankkonto. Kapitalen K på kontoen t år etter at beløpet ble satt inn, er

$$K(t) = 30\,000 \cdot 1{,}035^{t}$$

a)

1) Hvor stort beløp ble satt inn?
2) Hvor mye sto det på kontoen etter 8 år?

b) Hvor lang tid tok det før beløpet på kontoen hadde økt til 40 000 kroner?

c) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten de 15 første årene.

Oppgave 5 (10 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per uke. De ukentlige produksjons-kostnadene K er

$$K(x) = 0{,}2x^2 + 20x + 20\,000 \quad , \quad x \in \langle 0,\ 1000 \rangle$$

Salgsprisen P på varen er

$$P(x) = 300 - 0{,}1\,x$$

Både $K(x)$ og $P(x)$ er gitt i kroner.

a) Finn et uttrykk $I(x)$ for bedriftens inntekt I per uke.

b) Tegn grafen til kostnadsfunksjonen K og grafen til inntektsfunksjonen I i det samme koordinatsystemet.

c) For hvilke verdier av x går bedriften med overskudd?

d)

1) Vis at uttrykket for overskuddsfunksjonen O kan skrives

$$O(x) = -0{,}3x^2 + 280x - 20\,000$$

2) Undersøk hva x må være for at overskuddet skal bli størst mulig.

3) Hva er prisen for varen når overskuddet er størst? Hvor stort er overskuddet da?

Oppgave 6 (7 poeng)

I denne oppgaven skal du bruke lineær optimering.

En leketøysfabrikk lager to populære leker, en dukke og en lekebil.

Fabrikken har tre avdelinger, én for produksjon, én for maling og én for montering av lekene.

Nedenfor ser du en oversikt over nødvendig tidsbruk per leke og antall arbeidstimer som kan brukes i hver av de tre avdelingene.

Avdeling	Antall arbeidstimer per dukke	Antall arbeidstimer per lekebil	Antall tilgjengelige arbeidstimer i alt
Produksjon	0,5	0,25	700
Maling	1	0,25	1 100
Montering	0,2	0,5	1 200

Hver dukke kan selges for 900 kroner, mens hver lekebil kan selges for 300 kroner.
Vi forutsetter at alt som produseres, blir solgt.

a) Hvor mange av hver leke vil du anbefale fabrikken å lage når de ønsker at den totale inntekten skal bli så høy som mulig?

(Denne oppgaven teller som tre delspørsmål.)

b) Hva er den største inntekten fabrikken kan oppnå?

Oppgave 7 (8 poeng)

Tre bakere skal bake brød.

La x være antall kilogram hvetemel som skal brukes.

a) Baker nr. 1 tar halvparten av hvetemelet, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 1 tar $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$ kg hvetemel, og at det er igjen $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ kg hvetemel.

b) Baker nr. 2 tar halvparten av det hvetemelet som er igjen, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 2 tar $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)$ kg hvetemel, og at det er igjen $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)$ kg hvetemel.

c) Baker nr. 3 tar halvparten av det hvetemelet som er igjen, pluss et halvt kilogram.

Forklar at baker nr. 3 tar $\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right)$ kg hvetemel.

Etter at de tre bakerne har tatt hvetemelet sitt, er det 1 kg hvetemel igjen.

d) Forklar at $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right) = x-1$

Bestem x.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet