Utdanningsdirektoratet

Eksamen

31.05.2012

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

<table>
<tr><th colspan="2">Eksamensinformasjon</th></tr>
<tr><td>Eksamenstid:</td><td>5 timar:
Del 1 skal leverast inn etter 2 timar.
Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.</td></tr>
<tr><td>Hjelpemiddel på Del 1:</td><td>Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.</td></tr>
<tr><td>Hjelpemiddel på Del 2:</td><td>Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.</td></tr>
<tr><td>Framgangsmåte:</td><td>Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2 .

Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.

Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.</td></tr>
<tr><td>Rettleiing om vurderinga:</td><td>Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du

– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing

– gjennomfører logiske resonnement

– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar

– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel

– vurderer om svar er rimelege

– forklarer framgangsmåtar og grunngir svar

– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</td></tr>
</table>

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (16 poeng)

a)

1) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{2}{a-b}+\frac{a-2b}{a^2-b^2}$$

2) Bruk konjugatsetninga til å bestemme $99 \cdot 101$

3) Dersom $(x+y)^2 = 100$ og $x^2+y^2 = 60$, kva er da produktet $x \cdot y$?

b) Vi kastar to terningar.

Bestem sannsynet for at summen av auga på terningane blir 10.

c)

1) Løys likninga

$$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x^2-1}=1+\frac{6}{x+1}$$

2) Løys likninga

$$2\lg(x+1)=4$$

3) Bruk potensrekneregler til å avgjere kva tal som er størst av 2^{75} og 3^{50}

d) Ein kinosal har 80 sete. Ein vaksenbillett kostar 100 kroner og ein barnebillett 60 kroner. Ved ei framsyning var salen fullsett. Dei samla billettinntektene var 6 000 kroner.

Kor mange vaksne og kor mange barn var til stades på framsyninga?

e) Styret i ein ungdomsklubb består av to jenter og fire gutar. To frå styret er inviterte til eit møte i kommunen for å leggje fram ønskja til klubben.

Bestem sannsynet for at éin gut og éi jente møter dersom dei blir trekte ut på ein tilfeldig måte.

Du kan få bruk for ein av desse formlane i oppgåve e):

Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

Talet på uavhengige forsøk er *n*.

X er talet på gonger *A* inntreffer.

P(A) = p i kvart forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m element i D. $n-m$ element i $\overline{D}$.

r element blir trekte tilfeldig.

X er talet på element som blir trekte frå *D*.

Oppgåve 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=-x^2+2x$$

a) Bestem nullpunkta til f.

b) Teikn forteiknslinja til $f'(x)$. Bruk denne til å finne eventuelle topp- eller botnpunkt på grafen til f.

c) Teikn grafen til f når $x\in\langle -3,\ 3\rangle$

d) Teikn grafen til $g(x)=2x-4$ i same koordinatsystem.

e) Bestem skjeringspunkta mellom f og g ved rekning.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (4 poeng)

Kjelde: Flickr (10.12.2011)

Lars meiner at han kan kjenne igjen eit kaffimerke A på smaken i forhold til to andre kaffimerke B og C. Lisa tvilar på Lars sine evner og bestemmer seg for å setje opp ein såkalla blindtest. Ho set fram tre koppar som kvar inneheld eitt av kaffimerka A, B eller C i tilfeldig rekkjefølgje. Lars smaker på alle tre koppane, og blir bedt om å avgjere kva kopp som inneheld kaffimerket A.

a) Bestem sannsynet for at Lars vel koppen med kaffimerket A, dersom han berre gjettar.

Lars vel riktig kopp ved første forsøk. Line meiner at det er altfor stort sannsyn for at dette kjem av flaks. Ho bestemmer derfor at dei skal gjere testen fem gonger til.

b) Forklar kvifor dette blir eit binomisk forsøk dersom Lars *ikkje* har denne evna.

c) Bestem sannsynet for at Lars vel kaffimerke A minst fire av desse gongene, dersom han berre gjettar.

Oppgåve 4 (4 poeng)

a) Bestem b slik at likninga $x^2 + bx + 25 = 0$ får nøyaktig éi løysing

b) Løys likningssystemet

$$\left[\begin{array}{l} 2x + y = 22 \\ x \cdot y = 60 \end{array}\right]$$

Oppgåve 5 (6 poeng)

a) Skriv uttrykket så enkelt som mogleg

$$\lg(ab) + \lg\left(\frac{a^3}{b^4}\right) - 3\lg b$$

b) Løys likninga

$$2 \cdot 7^x = 4 \cdot 5^x$$

c)

1) Avgjer om implikasjonane nedanfor er riktige. Grunngi svara dine.

$$x = 3 \;\wedge\; y = 7 \quad \Rightarrow \quad x + y = 10$$

$$(x-2) \cdot x \cdot (x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

2) Avgjer om den motsette implikasjonen er riktig i nokon av utsegnene i c) 1).

Oppgåve 6 (10 poeng)

Ei bedrift sel ei vare og ønskjer å finne ein optimal pris per eining. Dei har gjennomført ein marknadsanalyse og funne ut at når prisen er p kroner per eining, får dei selt x einingar slik tabellen nedanfor viser.

Pris p	12	16	20	24	28	32	36
Selde einingar x	1 153	1 001	839	690	490	380	190

a) Bruk regresjon til å finne ein modell for selde einingar som funksjon av prisen p.

Vidare i oppgåva går vi ut frå denne modellen for talet på selde einingar

$$x = -40p + 1600$$

når prisen er p kroner per eining.

Bedrifta ønskjer å setje prisen så høgt som mogleg, men ikkje høgare enn at dei får selt alle einingane dei produserer.

b) Vis at inntekta ved sal av x einingar er

$$I(x) = -0{,}025x^2 + 40x$$

Bedrifta har komme fram til at kostnadene ved å produsere x einingar er

$$K(x) = 0{,}002x^2 + 10x + 4\,000, \qquad x \in \langle 0,\, 1200 \rangle$$

c) Avgjer om bedrifta får eit overskot dersom dei produserer og sel 1 000 einingar.

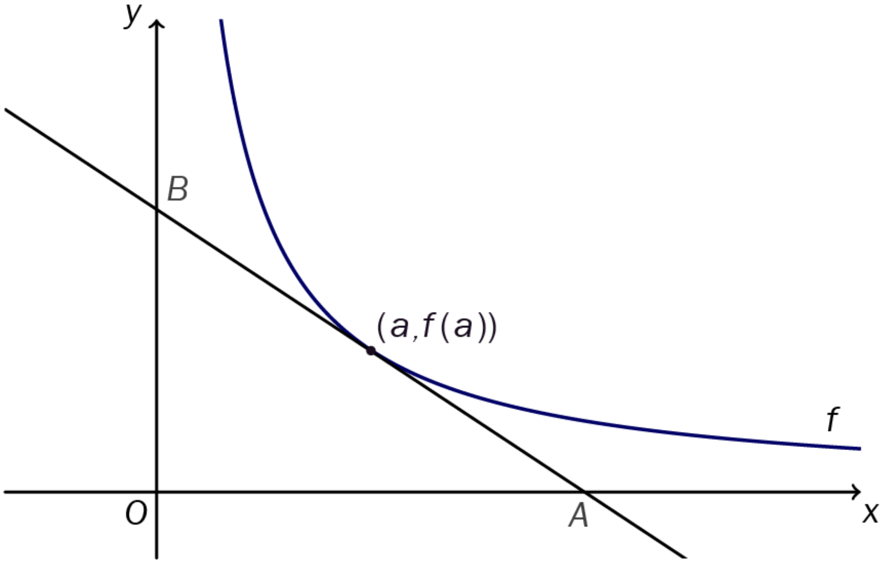
d) Teikn grafane til funksjonane K og I i same koordinatsystem.

e) Vis at overskotet ved produksjon av x einingar er gitt ved

$$O(x) = -0{,}027x^2 + 30x - 4000$$

f) Kva må prisen per eining vere for at overskotet skal bli størst mogleg?

Oppgåve 7 (4 poeng)



Skissa ovanfor viser grafen til funksjonen $f(x)=\dfrac{1}{x}$ og ein tangent i punktet $(a,\ f(a))$.

Likninga for tangenten er

$$y=-\frac{1}{a^2}\cdot x+\frac{2}{a}$$

Tangenten skjer koordinataksane i A og B.

a) Bestem koordinatane til A og B.

b) Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

Oppgåve 8 (8 poeng)

Ei bedrift lagar stolar og bord. Produksjonen går føre seg i tre avdelingar, som tek seg av høvesvis montering, kontroll og pakking.

Monteringsavdelinga har ein arbeidskapasitet på i alt 2 525 min per dag. Dei bruker 3 min på å montere ein stol og 50 min per bord.

Kontrollavdelinga har ein arbeidskapasitet på 480 min per dag. Dei bruker 2 min på å kontrollere ein stol og 8 min per bord.

Pakkeavdelinga har ein arbeidskapasitet på 810 min per dag. Dei bruker 4 min på å pakke ein stol og 10 min per bord.

a) La x vere talet på stolar og y talet på bord som blir produserte per dag.

Vis at opplysningane ovanfor gir desse ulikskapane:

$$x \geq 0 \;, \quad y \geq 0$$

$$y \leq -0{,}06x + 50{,}5$$

$$y \leq -0{,}25x + 60$$

$$y \leq -0{,}40x + 81$$

Ein stol blir seld for 300 kroner, og eit bord blir seld for 1 600 kroner. Heile produksjonen blir seld. Bedrifta ønskjer å innrette produksjonen slik at salsinntekta blir så stor som mogleg.

b) Bestem kor mange stolar og kor mange bord bedrifta må produsere per dag dersom inntekta skal bli størst mogleg. Kor stor er den største inntekta?

c) Ved denne produksjonsmengda blir ikkje heile arbeidskapasiteten ved bedrifta utnytta fullt ut.

Undersøk kor mykje den samla arbeidskapasiteten kunne reduserast utan at det ville få betydning for produksjonen.

Bedrifta lurer på om stolane burde seljast for 400 kroner per stol, mens prisen på bord blir halden uforandra på 1 600 kroner.

d) Vis at den maksimale inntekta da er 96 000 kroner per dag. Forklar at det er mogleg å oppnå denne inntekta ved mange ulike produksjonsmengder.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (16 poeng)

a)

1) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2}{a-b}+\frac{a-2b}{a^2-b^2}$$

2) Bruk konjugatsetningen til å bestemme $99\cdot 101$

3) Hvis $(x+y)^2=100$ og $x^2+y^2=60$, hva er da produktet $x\cdot y$?

b) Vi kaster to terninger.

Bestem sannsynligheten for at summen av antall øyne blir 10.

c)

1) Løs likningen

$$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{x^2-1}=1+\frac{6}{x+1}$$

2) Løs likningen

$$2\lg(x+1)=4$$

3) Bruk potensregneregler til å avgjøre hvilket tall som er størst av 2^{75} og 3^{50}

d) En kinosal har 80 seter. En voksenbillett koster 100 kroner og en barnebillett 60 kroner. Ved en forestilling var salen fullsatt. De samlede billettinntektene var 6 000 kroner.

Hvor mange voksne og hvor mange barn var til stede på forestillingen?

e) Styret i en ungdomsklubb består av to jenter og fire gutter. To fra styret er invitert til et møte i kommunen for å legge fram klubbens ønsker.

Bestem sannsynligheten for at én gutt og én jente møter dersom de trekkes ut på en tilfeldig måte.

Du kan få bruk for en av disse formlene i oppgave e):

Binomisk fordeling: $P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$
Antall uavhengige forsøk er *n*. *X* er antall ganger *A* inntreffer.
P(A) = *p* i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X=k)=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot\binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$
m elementer i D. $n-m$ elementer i $\overline{D}$.
r elementer trekkes tilfeldig.
X er antall elementer som trekkes fra *D.*

Oppgave 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=-x^2+2x$$

a) Bestem nullpunktene til f.

b) Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$. Bruk denne til å finne eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f.

c) Tegn grafen til f når $x\in\langle -3,\,3\rangle$

d) Tegn grafen til $g(x)=2x-4$ i samme koordinatsystem.

e) Bestem skjæringspunktene mellom f og g ved regning.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 3 (4 poeng)

Kilde: Flickr (10.12.2011)

Lars mener at han kan kjenne igjen et kaffemerke A på smaken i forhold til to andre kaffemerker B og C. Lisa tviler på Lars sine evner og bestemmer seg for å sette opp en såkalt blindtest. Hun setter fram tre kopper som hver inneholder ett av kaffemerkene A, B eller C i tilfeldig rekkefølge. Lars smaker på alle tre koppene, og blir bedt om å avgjøre hvilken kopp som inneholder kaffemerket A.

a) Bestem sannsynligheten for at Lars velger koppen med kaffemerket A, dersom han bare gjetter.

Lars velger riktig kopp ved første forsøk. Line mener at det er altfor stor sannsynlighet for at dette skyldes flaks. Hun bestemmer derfor at de skal gjøre testen fem ganger til.

b) Forklar hvorfor dette blir et binomisk forsøk dersom Lars *ikke* har denne evnen.

c) Bestem sannsynligheten for at Lars velger kaffemerke A minst fire av disse gangene, dersom han bare gjetter.

Oppgave 4 (4 poeng)

a) Bestem b slik at likningen $x^2 + bx + 25 = 0$ får nøyaktig én løsning

b) Løs likningssystemet

$$\left[\begin{array}{l} 2x + y = 22 \\ x \cdot y = 60 \end{array}\right]$$

Oppgave 5 (6 poeng)

a) Skriv uttrykket så enkelt som mulig

$$\lg(ab) + \lg\left(\frac{a^3}{b^4}\right) - 3\lg b$$

b) Løs likningen

$$2 \cdot 7^x = 4 \cdot 5^x$$

c)

1) Avgjør om implikasjonene nedenfor er riktige. Begrunn svarene dine.

$$x = 3 \ \wedge\ y = 7 \quad \Rightarrow \quad x + y = 10$$

$$(x-2) \cdot x \cdot (x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

2) Avgjør om den motsatte implikasjonen er riktig i noen av utsagnene i c) 1).

Oppgave 6 (10 poeng)

En bedrift selger en vare og ønsker å finne en optimal pris per enhet. De har foretatt en markedsanalyse og funnet ut at når prisen er p kroner per enhet, får de solgt x enheter slik tabellen nedenfor viser.

Pris p	12	16	20	24	28	32	36
Antall solgte enheter x	1 153	1 001	839	690	490	380	190

a) Bruk regresjon til å finne en modell for antall solgte enheter som funksjon av prisen p.

Videre i oppgaven går vi ut fra følgende modell for antall solgte enheter

$$x = -40p + 1600$$

når prisen er p kroner per enhet.

Bedriften ønsker å sette prisen så høyt som mulig, men ikke høyere enn at de får solgt alle enhetene de produserer.

b) Vis at inntekten ved salg av x enheter er

$$I(x) = -0{,}025x^2 + 40x$$

Bedriften har kommet fram til at kostnadene ved å produsere x enheter er

$$K(x) = 0{,}002x^2 + 10x + 4\,000, \qquad x \in \langle 0,\, 1200 \rangle$$

c) Avgjør om bedriften får et overskudd dersom de produserer og selger 1 000 enheter.

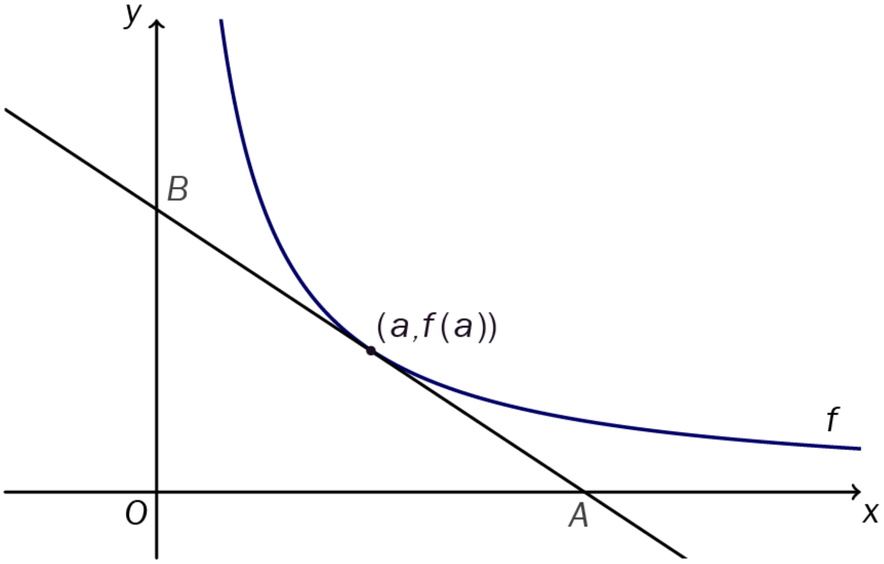
d) Tegn grafene til funksjonene K og I i samme koordinatsystem.

e) Vis at overskuddet ved produksjon av x enheter er gitt ved

$$O(x) = -0{,}027x^2 + 30x - 4000$$

f) Hva må prisen per enhet være for at overskuddet skal bli størst mulig?

Oppgave 7 (4 poeng)



Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen $f(x)=\dfrac{1}{x}$ og en tangent i punktet $(a,\ f(a))$.

Likningen for tangenten er

$$y=-\frac{1}{a^2}\cdot x+\frac{2}{a}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i A og B.

a) Bestem koordinatene til A og B.

b) Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

Oppgave 8 (8 poeng)

En bedrift lager stoler og bord. Produksjonen foregår i tre avdelinger, som tar seg av henholdsvis montering, kontroll og pakking.

Monteringsavdelingen har en arbeidskapasitet på i alt 2 525 min per dag. De bruker 3 min på å montere en stol og 50 min per bord.

Kontrollavdelingen har en arbeidskapasitet på 480 min per dag. De bruker 2 min på å kontrollere en stol og 8 min per bord.

Pakkeavdelingen har en arbeidskapasitet på 810 min per dag. De bruker 4 min på å pakke en stol og 10 min per bord.

a) La x være antall stoler og y antall bord som produseres per dag.

Vis at opplysningene ovenfor gir disse ulikhetene:

$$x \geq 0 \ , \quad y \geq 0$$

$$y \leq -0{,}06x + 50{,}5$$

$$y \leq -0{,}25x + 60$$

$$y \leq -0{,}40x + 81$$

En stol selges for 300 kroner, og et bord selges for 1 600 kroner. Hele produksjonen blir solgt. Bedriften ønsker å innrette produksjonen slik at salgsinntekten blir så stor som mulig.

b) Bestem hvor mange stoler og hvor mange bord bedriften må produsere per dag dersom inntekten skal bli størst mulig. Hvor stor er den største inntekten?

c) Ved denne produksjonsmengden blir ikke hele arbeidskapasiteten ved bedriften utnyttet fullt ut.

Undersøk hvor mye den samlede arbeidskapasiteten kunne reduseres uten at det ville få betydning for produksjonen.

Bedriften lurer på om stolene burde selges for 400 kroner per stol, mens prisen på bord holdes uforandret på 1 600 kroner.

d) Vis at den maksimale inntekten da er 96 000 kroner per dag. Forklar at det er mulig å oppnå denne inntekten ved mange ulike produksjonsmengder.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet