

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Løs likningene

a) $2\lg x + 3 = 5$

b) $2x^2 + 2x = 12$

Oppgave 2 (2 poeng)

Løs likningssystemet ved regning

$$\begin{cases} y = 6 - x^2 \\ y + 4 = -3x \end{cases}$$

Oppgave 3 (4 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $\frac{2^{-3} \cdot a^0 \cdot (a \cdot b)^2}{2^{-4} \cdot a^{-1} \cdot b^2}$

b) $\lg(a \cdot b)^2 - \lg\left(\frac{a^3}{b^2}\right) + \lg(a \cdot b^2)$

Oppgave 4 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$$

- Lag en skisse av grafen til f .
- Bestem gjennomsnittlig veksthastighet for funksjonen fra $x=4$ til $x=7$.

Oppgave 5 (8 poeng)

- Skriv opp de ni første radene av Pascals talltrekant.
- Bruk Pascals talltrekant til å bestemme binomialkoeffisientene $\binom{2}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{5}{2}$ og $\binom{8}{3}$

I oppgavene nedenfor kan du få bruk for denne formelen:

$$\text{Hypergeometrisk fordeling: } P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$$

m elementer i D . $n-m$ elementer i \bar{D} . r elementer trekkes tilfeldig. X er antall elementer som trekkes fra D .

Fra en gruppe med 3 gutter og 5 jenter skal det velges en komité på 3 elever ved loddtrekning.

- Bestem sannsynligheten for at det blir 1 gutt og 2 jenter i komiteen.

Fra en gruppe med 8 elever skal det velges en komité. Du får vite at komiteen kan settes sammen på 28 ulike måter.

- Hvor mange elever kan det være i komiteen?

Oppgave 6 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 12x + 1$$

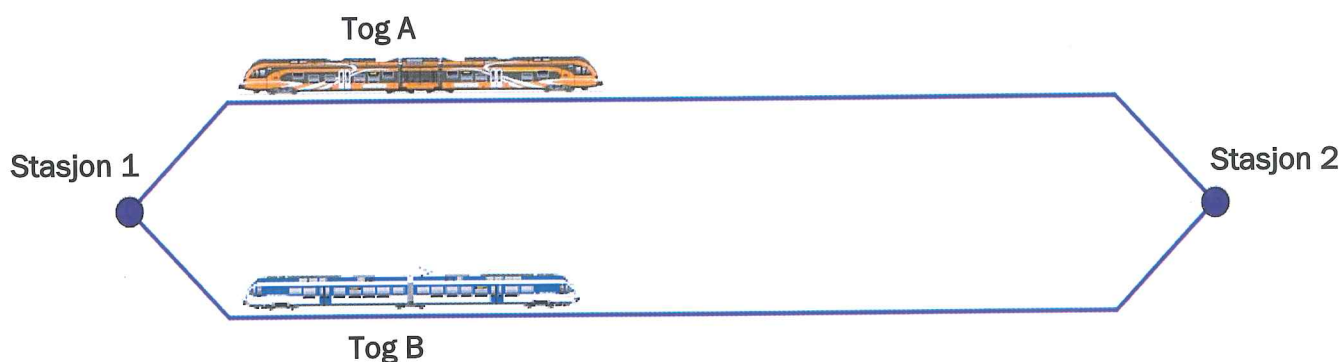
- Bestem $f'(x)$
- Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$. Bruk denne til å avgjøre hvor grafen til f stiger, og hvor den synker.

Oppgave 7 (2 poeng)

Tog A og tog B starter samtidig fra stasjon 1. De kjører på hvert sitt spor til stasjon 2. Kjørelengden er 120 km for begge togene.

Gjennomsnittsfarten til tog A er v km/h, og dette toget bruker t timer på strekningen mellom stasjonene.

Gjennomsnittsfarten til tog B er 20 km/h større enn til tog A, og tog B bruker én time kortere tid enn tog A.



Forklar at vi kan sette opp likningssystemet

$$\begin{cases} v \cdot t = 120 \\ (v + 20) \cdot (t - 1) = 120 \end{cases}$$

Bestem gjennomsnittsfarten til hvert av togene.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

En epledyrker har funnet ut at 80 % av eplene han plukker, har god nok kvalitet til at de kan selges til vanlig forbruk. Resten går til produksjon av eplesaft, syltetøy og lignende.

- En dag plukker han 70 epler. Bestem sannsynligheten for at akkurat 60 av disse kan selges til vanlig forbruk.
- Bestem sannsynligheten for at minst 60 av disse eplene kan selges til vanlig forbruk.

Epledyrkeren selger epler fra en kasse som inneholder 80 epler av sort A og 100 epler av sort B. Eplene er lagt tilfeldig ned i kassen.

- En kunde kjøper 20 epler. Bestem sannsynligheten for at kunden får akkurat 10 av hver sort når eplene trekkes ut tilfeldig.

Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser sammenhengen mellom høyden over havet målt i kilometer og lufttrykket målt i hektopascal (hPa), under visse betingelser.

Høyde x (km over havet)	0	1,10	2,10	4,20	6,00
Lufttrykk $p(x)$ (hPa)	1013	900	800	600	500

- Bruk eksponentiell regresjon til å bestemme en modell $p(x)$ som viser lufttrykket som funksjon av høyden x over havet.
- Titicacasjøen ligger 3,8 km over havet på grensen mellom Peru og Bolivia. Bruk modellen $p(x)$ og bestem lufttrykket i denne høyden.
- Bestem ved regning hvor høyt vi er over havet når vi måler lufttrykket til 700 hPa.

Oppgave 3 (10 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 4x^2$$

- Tegn grafen til f når $x \in \langle -2,5, 2,5 \rangle$
- Bestem ved regning grafens skjæringspunkter med koordinataksene.
- Bruk $f'(x)$ til å avgjøre hvor grafen til f stiger, og hvor den synker.
Bestem koordinatene til topp- og bunnpunkter på grafen til f .

En annen funksjon g er gitt ved

$$g(x) = ax^2, \text{ der } a \text{ er en konstant.}$$

Grafen til g skal gå gjennom de to bunnpunktene på grafen til f .

- Bestem a .
- Tegn grafen til g i samme koordinatsystem som grafen til f .

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift produserer to typer laksefôr, Godlaks og Gladlaks. Begge fôrtypene inneholder stoffene A og B.

- For å lage 1 tonn av fôret Godlaks blandes 300 kg av stoffet A og 700 kg av stoffet B.
- For å lage 1 tonn av fôret Gladlaks blandes 600 kg av stoffet A og 400 kg av stoffet B.
- Bedriften kan hver uke få kjøpt inntil 20 tonn av stoffet A og inntil 18 tonn av stoffet B.
- Den maksimale produksjonsmengden er inntil 35 tonn laksefôr per uke.

Bedriften produserer x tonn av fôret Godlaks og y tonn av fôret Gladlaks hver uke.

a) Forklar at x og y må oppfylle ulikhetene

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$0,3x + 0,6y \leq 20$$

$$0,7x + 0,4y \leq 18$$

$$x + y \leq 35$$

Marker det området som x og y må tilhøre i et koordinatsystem.

Bedriften selger hele produksjonen. Salgsprisen for fôret Godlaks er 5 000 kroner per tonn, mens fôret Gladlaks selges for 8 500 kroner per tonn.

b) Hvor mye må bedriften produsere av hver fôrtype for at salgsinntekten per uke skal bli størst mulig? Bestem denne salgsinntekten.

Oppgave 5 (9 poeng)

En bedrift har funnet ut at de samlede kostnadene f ved å produsere x enheter av en vare er gitt ved

$$f(x) = 55 + 0,01x^2$$

- a) De samlede kostnadene må ikke overstige 200. Hvor mange enheter kan bedriften da høyst produsere?
- b) Hele produksjonen blir solgt. Salgsinntekten g er gitt ved

$$g(x) = 1,6x$$

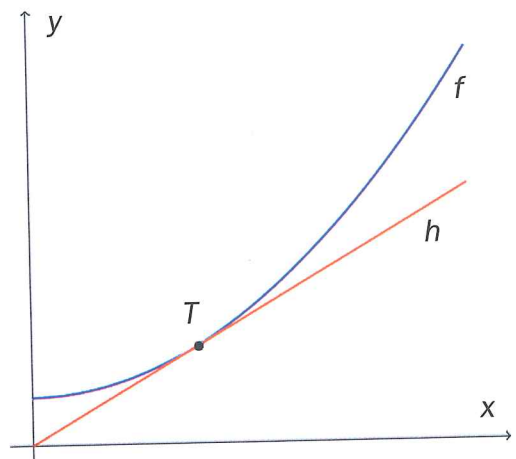
Hvilke produksjonsmengder gir overskudd for bedriften? Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd? Hvor stort er dette overskuddet?

Hvis prisen per enhet er p , kan salgsinntekten skrives som

$$h(x) = p \cdot x$$

Bedriften vil undersøke hvor lavt prisen kan settes dersom det skal være mulig å oppnå balanse mellom kostnader og inntekter.

- c) Forklar at vi kan bestemme denne minsteprisen når grafen til h tangerer grafen til f . Se figuren.



Det kan vises at den minste prisen som vil gi balanse, er $p \approx 1,48$.

- d) Forklar at prisen er minst når $p = f'(a)$, der a er førstekoordinaten til tangeringspunktet T på figuren. Bruk dette til å bestemme hvor mange enheter det produseres og selges når prisen er minst.
- e) Likningen $f(x) = h(x)$ kan omformes til $0,01x^2 - px + 55 = 0$. Bestem en verdi for p som gjør at denne likningen har bare én løsning. Forklar hvorfor denne verdien er den minste prisen som vil gi balanse.