Utdanningsdirektoratet

Eksamen

30.05.2014

REA3026 Matematikk S1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Alle grafar og figurar (Utdanningsdirektoratet)

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (3 poeng)

Løys likningane

a) $-x^2+3x-3=3-2x$

b) $\lg(x+2)=2\lg x$

Oppgåve 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

$$2\cdot\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right)+3\cdot\lg\left(\frac{b^2}{a}\right)+\lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgåve 3 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mogleg

a) $2(a+b)^2-2(a-b)^2$

b) $\dfrac{a^{-4}\cdot b^2\cdot a^3}{(a^2\cdot b)^{-3}\cdot a^0}$

Oppgåve 4 (4 poeng)

Ein rasjonal funksjon f er gitt ved

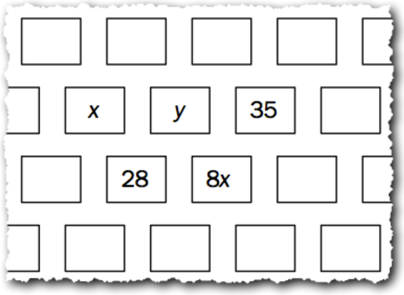
$$f(x)=\frac{ax+b}{x-1} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$$

Grafen til f skjer x-aksen i $x=3$ og y-aksen i $y=6$.

a) Bestem a og b.

b) Teikn grafen til f .

Oppgåve 5 (6 poeng)



Figuren til høgre viser eit utsnitt av Pascals taltrekant.

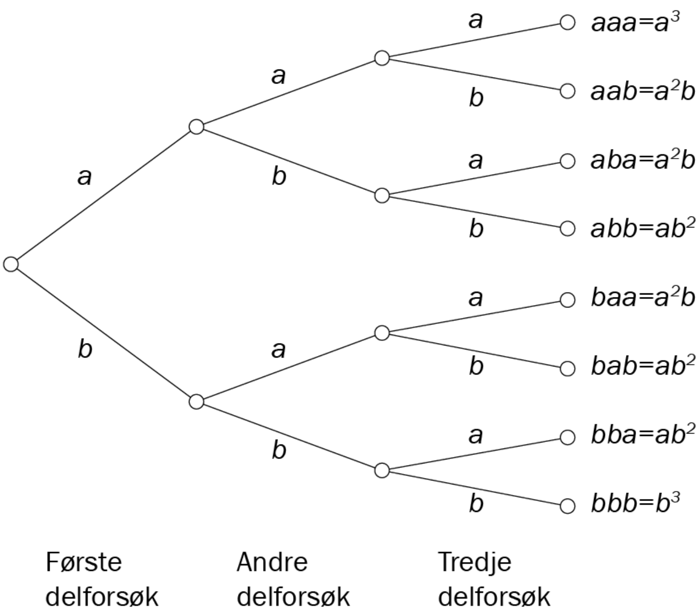
a) Bestem x og y.

Nedanfor ser du utrekninga $(a+b)^n$ for nokre verdiar av n.

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b$$
$$(a+b)^2 = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2$$
$$(a+b)^3 = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3$$
$$(a+b)^4 = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4$$

b) Bruk mønsteret ovanfor til å rekne ut $(a+b)^5$.

Eit forsøk er sett saman av tre uavhengige delforsøk. I kvart delforsøk ser vi om eit utfall A inntreffer eller ikkje. Sannsyna er $P(A) = a$ og $P(\overline{A}) = b$. Forsøket kan illustrerast i eit valtre. Sjå figuren.



Vi lar $P(X=k)$ vere sannsynet for at utfallet A inntreffer k gonger.

c) Skriv av og fyll ut sannsynstabellen nedanfor.

k	3	2	1	0
$P(X=k)$	a^3			

Oppgåve 6 (5 poeng)

Ei bedrift produserer x einingar av ei vare. Kostnadene K (målt i kroner) er gitt ved

$$K(x) = 0{,}1x^2 - 10x + 20\,000$$

Inntektene I (målt i kroner) er gitt ved

$$I(x) = p \cdot x$$

der p er salsprisen per eining for vara.

a) Vis at overskotet O er gitt ved

$$O(x) = -0{,}1x^2 + (10 + p)x - 20\,000$$

b) Kva for produksjonsmengd gir størst overskot dersom $p = 140$?

c) For ein bestemt salspris p er overskotet størst når bedrifta produserer og sel 2000 einingar. Kva er denne salsprisen p?

Oppgåve 7 (2 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x + 2$

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Ein arkitekt skal teikne eit hus med total yttervegg på $120\ \text{m}^2$. Ytterveggen består av isolert veggflate og vindauge. Tabellen nedanfor viser varmetapet per time gjennom isolert veggflate og gjennom vindauge under visse føresetnader.

	Areal (m^2)	Varmetap (kWh/m^2)
Isolert veggflate	x	$0{,}009 \cdot x$
Vindauge	y	$0{,}048 \cdot y$

a) Bestem det totale varmetapet per time gjennom ytterveggen dersom $20\ \text{m}^2$ er vindauge.

Det totale varmetapet gjennom ytterveggen per time skal vere 2,0 kWh.

b) Set opp eit likningssystem som kan brukast til å bestemme kor mange kvadratmeter veggflate og kor mange kvadratmeter vindauge ytterveggen må ha.

Løys likningssystemet.

Oppgåve 2 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 \quad , D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem skjeringspunktet mellom grafen til f og y-aksen.

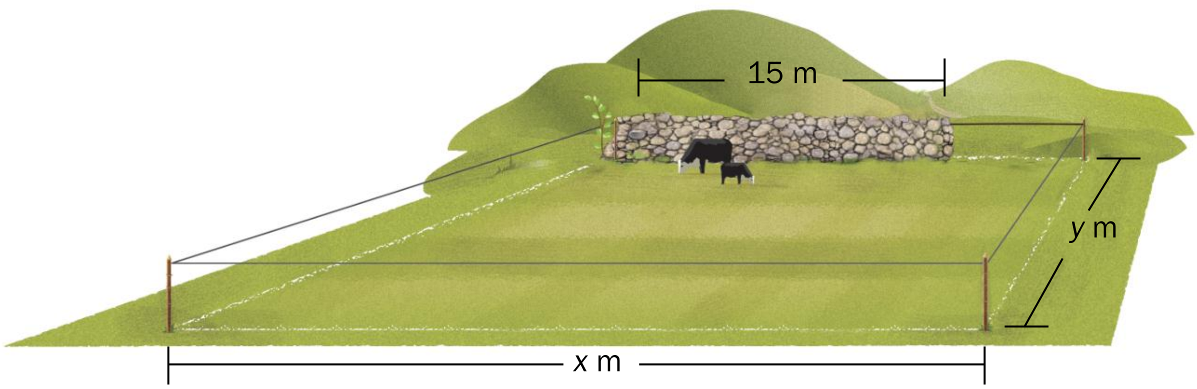
b) Løys likninga $f(x) = 0$.

c) Bruk $f'(x)$ til å bestemme koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Ein bonde skal gjerde inn eit rektangelforma område med areal $625\ \text{m}^2$. Ho skal bruke ein 15 m lang steinmur som ein del av det inngjerda området. Til resten av området skal ho bruke eit gjerde med lengd G.

Området er skissert på figuren nedanfor. På skissa er sidene i rektangelet kalla x og y.



a) Vis at lengda G av gjerdet kan skrivast som

$$G(x) = \frac{1250}{x} + 2x - 15 \quad , \quad x > 15$$

b) Teikn grafen til G.

c) Kva er det kortaste gjerdet bonden kan bruke? Kva slags rektangel får vi da?

Oppgåve 4 (5 poeng)

Sommaren 2013 viste ei undersøking at 3 av 4 som har teke lærarutdanning, arbeidde som lærar. I ei ny undersøking blir 20 personar som har teke lærarutdanning, kontakta.

a) Bestem sannsynet for at akkurat 15 av desse personane arbeider som lærar.

b) Bestem sannsynet for at fleire enn 15 arbeider som lærar.

Det blir bestemt at fleire personar med lærarutdanning skal kontaktast.

c) Kor mange personar må delta i undersøkinga for at sannsynet skal vere større enn 95 % for at minst 25 av dei arbeider som lærar?

Oppgåve 5 (5 poeng)

Ei bedrift produserer og sel x einingar av ei vare per dag. Fortenesta F per eining (målt i kroner) er gitt ved

$$F(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}3x + 120$$

a) Kor mange einingar må bedrifta produsere for at fortenesta per eining skal bli størst mogleg?

b) Forklar at overskotet O til bedrifta per dag er gitt ved

$$O(x) = x \cdot F(x)$$

c) Bestem den produksjonsmengda som gjer overskotet størst mogleg.
Kor stort er overskotet da?

Oppgåve 6 (6 poeng)

Kari har starta ei lita bedrift. Ho lagar saft og syltetøy.

- For å lage 1 kg saft treng ho 0,35 kg bringebær og 0,15 kg jordbær
- For å lage 1 kg syltetøy treng ho 0,20 kg bringebær og 0,40 kg jordbær
- Ho klarer å lage inntil 900 kg saft og syltetøy til saman per veke

Ei veke har ho tilgang på 250 kg bringebær og 300 kg jordbær.

La x vere antal kilogram saft og y antal kilogram syltetøy ho lagar denne veka.

a) Set opp ulikskapane som må vere oppfylte i produksjonen.

b) Marker området som er avgrensa av ulikskapane du fann i oppgåve a).

Fortenesta er 8 kroner per kilogram for saft og 12 kroner per kilogram for syltetøy.

c) Kva produksjonsmengd gir størst forteneste? Kva er fortenesta da?

Oppgåve 7 (5 poeng)

Vi skal løyse likninga nedanfor med omsyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \quad x > 0 \ , \ n > 0$$

a) Vis at denne likninga kan omformast til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likninga vidare kan skrivast

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likninga i oppgåve b) til å bestemme x uttrykt ved n.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Alle grafer og figurer (Utdanningsdirektoratet)

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Løs likningene

a) $-x^2+3x-3=3-2x$

b) $\lg(x+2)=2\lg x$

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$2\cdot\lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right)+3\cdot\lg\left(\frac{b^2}{a}\right)+\lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $2(a+b)^2-2(a-b)^2$

b) $\dfrac{a^{-4}\cdot b^2\cdot a^3}{(a^2\cdot b)^{-3}\cdot a^0}$

Oppgave 4 (4 poeng)

En rasjonal funksjon f er gitt ved

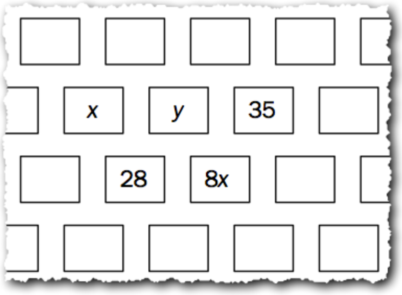
$$f(x)=\frac{ax+b}{x-1} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$$

Grafen til f skjærer x-aksen i $x=3$ og y-aksen i $y=6$.

a) Bestem a og b.

b) Tegn grafen til f .

Oppgave 5 (6 poeng)



Figuren til høyre viser et utsnitt av Pascals talltrekant.

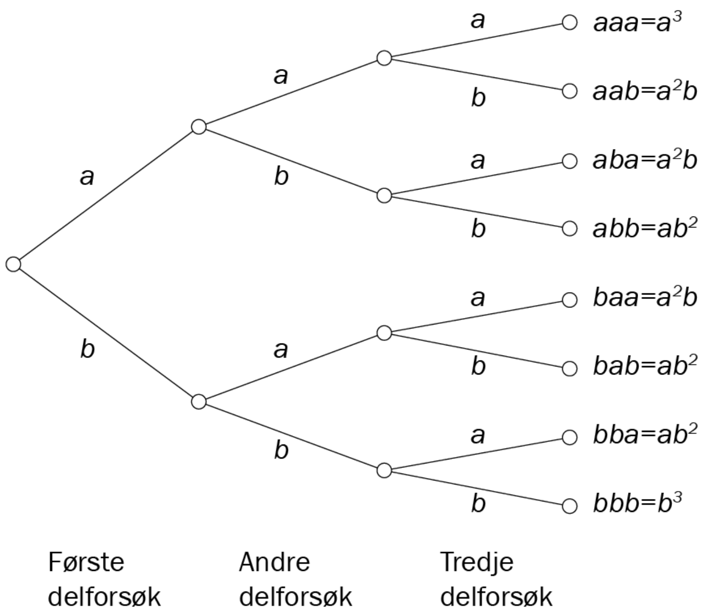
a) Bestem x og y.

Nedenfor ser du utregningen $(a+b)^n$ for noen verdier av n.

$$(a+b)^0 = 1$$
$$(a+b)^1 = 1\cdot a + 1\cdot b$$
$$(a+b)^2 = 1\cdot a^2 + 2\cdot ab + 1\cdot b^2$$
$$(a+b)^3 = 1\cdot a^3 + 3\cdot a^2b + 3\cdot ab^2 + 1\cdot b^3$$
$$(a+b)^4 = 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3b + 6\cdot a^2b^2 + 4\cdot ab^3 + 1\cdot b^4$$

b) Bruk mønsteret ovenfor til å regne ut $(a+b)^5$.

Et forsøk er sammensatt av tre uavhengige delforsøk. I hvert delforsøk ser vi om et utfall A inntreffer eller ikke. Sannsynlighetene er $P(A)=a$ og $P(\overline{A})=b$. Forsøket kan illustreres i et valgtre. Se figuren.



Vi lar $P(X=k)$ være sannsynligheten for at utfallet A inntreffer k ganger.

c) Skriv av og fyll ut sannsynlighetstabellen nedenfor.

k	3	2	1	0
$P(X=k)$	a^3			

Oppgave 6 (5 poeng)

En bedrift produserer x enheter av en vare. Kostnadene K (i kroner) er gitt ved

$$K(x) = 0{,}1x^2 - 10x + 20\,000$$

Inntektene I (i kroner) er gitt ved

$$I(x) = p \cdot x$$

der p er salgsprisen per enhet for varen.

a) Vis at overskuddet O er gitt ved

$$O(x) = -0{,}1x^2 + (10 + p)x - 20\,000$$

b) Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd dersom $p = 140$?

c) For en bestemt salgspris p er overskuddet størst når bedriften produserer og selger 2000 enheter. Hva er denne salgsprisen p?

Oppgave 7 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x + 2$

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

En arkitekt skal tegne et hus med total yttervegg på $120\ \text{m}^2$. Ytterveggen består av isolert veggflate og vindu. Tabellen nedenfor viser varmetapet per time gjennom isolert veggflate og gjennom vindu under visse betingelser.

	Areal (m^2)	Varmetap (kWh/m^2)
Isolert veggflate	x	$0{,}009 \cdot x$
Vindu	y	$0{,}048 \cdot y$

a) Bestem det totale varmetapet per time gjennom ytterveggen dersom $20\ \text{m}^2$ er vindu.

Det totale varmetapet gjennom ytterveggen per time skal være $2{,}0$ kWh.

b) Sett opp et ligningssystem som kan brukes til å bestemme hvor mange kvadratmeter veggflate og hvor mange kvadratmeter vindu ytterveggen må ha.

Løs likningssystemet.

Oppgave 2 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16 \quad , D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem skjæringspunktet mellom grafen til f og y-aksen.

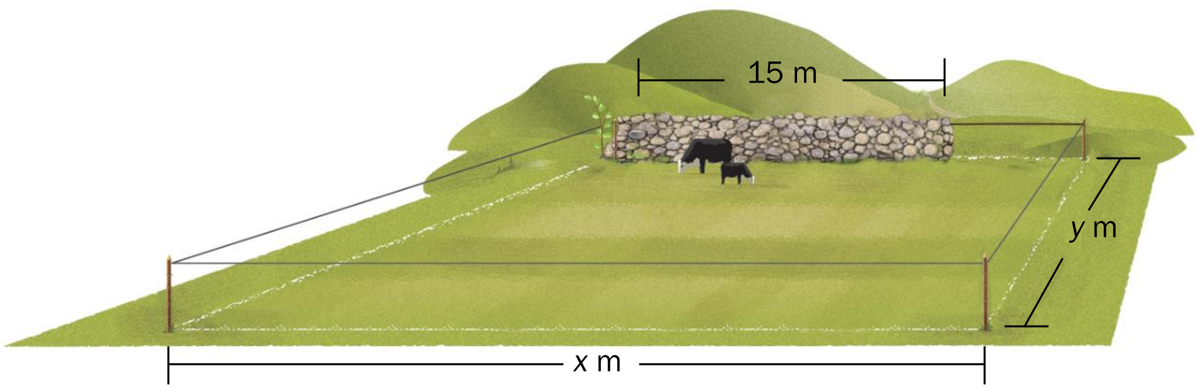
b) Løs likningen $f(x) = 0$.

c) Bruk $f'(x)$ til å bestemme koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkt på grafen til f.

Oppgave 3 (6 poeng)

En bonde skal gjerde inn et rektangelformet område med areal $625\ \text{m}^2$. Hun skal bruke en 15 m lang steinmur som en del av det inngjerdede området. Til resten av området skal hun bruke et gjerde med lengde G.

Området er skissert på figuren nedenfor. På skissen er sidene i rektangelet kalt x og y.



a) Vis at lengden G av gjerdet kan skrives som

$$G(x) = \frac{1250}{x} + 2x - 15 \quad , \quad x > 15$$

b) Tegn grafen til G.

c) Hva er det korteste gjerdet bonden kan bruke? Hva slags rektangel får vi da?

Oppgave 4 (5 poeng)

Sommeren 2013 viste en undersøkelse at 3 av 4 som har tatt lærerutdanning, arbeidet som lærer. I en ny undersøkelse blir 20 personer som har tatt lærerutdanning, kontaktet.

a) Bestem sannsynligheten for at akkurat 15 av disse arbeider som lærer.

b) Bestem sannsynligheten for at flere enn 15 arbeider som lærer.

Det blir bestemt at flere personer med lærerutdanning skal kontaktes.

c) Hvor mange personer må delta i undersøkelsen for at sannsynligheten skal være større enn 95 % for at minst 25 av dem arbeider som lærer?

Oppgave 5 (5 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per dag. Fortjenesten F per enhet (målt i kroner) er gitt ved

$$F(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}3x + 120$$

a) Hvor mange enheter må bedriften produsere for at fortjenesten per enhet skal bli størst mulig?

b) Forklar at overskuddet O til bedriften per dag er gitt ved

$$O(x) = x \cdot F(x)$$

c) Bestem den produksjonsmengden som gjør overskuddet størst mulig.
Hvor stort er overskuddet da?

Oppgave 6 (6 poeng)

Kari har startet en liten bedrift. Hun lager saft og syltetøy.

- For å lage 1 kg saft trenger hun 0,35 kg bringebær og 0,15 kg jordbær
- For å lage 1 kg syltetøy trenger hun 0,20 kg bringebær og 0,40 kg jordbær
- Hun klarer å lage inntil 900 kg saft og syltetøy til sammen per uke

En uke har hun tilgang på 250 kg bringebær og 300 kg jordbær.

La x være antall kilogram saft og y antall kilogram syltetøy hun lager denne uken.

a) Sett opp ulikhetene som må være oppfylt i produksjonen.

b) Marker området som er avgrenset av ulikhetene du fant i oppgave a).

Fortjenesten er 8 kroner per kilogram for saft og 12 kroner per kilogram for syltetøy.

c) Hvilken produksjonsmengde gir størst fortjeneste, og hva er fortjenesten da?

Oppgave 7 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \qquad x > 0 \ , \ n > 0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n)\cdot(\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet