

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (16 poeng)

a)

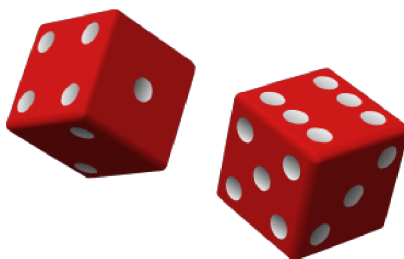
1) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{2}{a-b} + \frac{a-2b}{a^2-b^2}$$

2) Bruk konjugatsetningen til å bestemme $99 \cdot 101$

3) Hvis $(x+y)^2 = 100$ og $x^2 + y^2 = 60$, hva er da produktet $x \cdot y$?

b) Vi kaster to terninger.



Bestem sannsynligheten for at summen av antall øyne blir 10.

c)

1) Løs likningen

$$\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = 1 + \frac{6}{x+1}$$

2) Løs likningen

$$2\lg(x+1) = 4$$

3) Bruk potensregneregler til å avgjøre hvilket tall som er størst av 2^{75} og 3^{50}

d) En kinosal har 80 seter. En voksenbillett koster 100 kroner og en barnebillett 60 kroner. Ved en forestilling var salen fullsatt. De samlede billettinntektene var 6 000 kroner.

Hvor mange voksne og hvor mange barn var til stede på forestillingen?

- e) Styret i en ungdomsklubb består av to jenter og fire gutter. To fra styret er invitert til et møte i kommunen for å legge fram klubbens ønsker.

Bestem sannsynligheten for at én gutt og én jente møter dersom de trekkes ut på en tilfeldig måte.

Du kan få bruk for en av disse formlene i oppgave e):

Binomisk fordeling: $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

Antall uavhengige forsøk er n . X er antall ganger A inntreffer.

$P(A) = p$ i hvert forsøk.

Hypergeometrisk fordeling: $P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

m elementer i D . $n - m$ elementer i \bar{D} .

r elementer trekkes tilfeldig.

X er antall elementer som trekkes fra D .

Oppgave 2 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x$$

- Bestem nullpunktene til f .
- Tegn fortegnslinjen til $f'(x)$. Bruk denne til å finne eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f .
- Tegn grafen til f når $x \in \langle -3, 3 \rangle$
- Tegn grafen til $g(x) = 2x - 4$ i samme koordinatsystem.
- Bestem skjæringspunktene mellom f og g ved regning.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 3 (4 poeng)



Kilde: Flickr (10.12.2011)

Lars mener at han kan kjenne igjen et kaffemerke A på smaken i forhold til to andre kaffemerker B og C. Lisa tviler på Lars sine evner og bestemmer seg for å sette opp en såkalt blindtest. Hun setter fram tre kopper som hver inneholder ett av kaffemerkene A, B eller C i tilfeldig rekkefølge. Lars smaker på alle tre koppene, og blir bedt om å avgjøre hvilken kopp som inneholder kaffemerket A.

- a) Bestem sannsynligheten for at Lars velger koppen med kaffemerket A, dersom han bare gjetter.

Lars velger riktig kopp ved første forsøk. Line mener at det er altfor stor sannsynlighet for at dette skyldes flaks. Hun bestemmer derfor at de skal gjøre testen fem ganger til.

- b) Forklar hvorfor dette blir et binomisk forsøk dersom Lars *ikke* har denne evnen.
- c) Bestem sannsynligheten for at Lars velger kaffemerke A minst fire av disse gangene, dersom han bare gjetter.

Oppgave 4 (4 poeng)

- a) Bestem b slik at likningen $x^2 + bx + 25 = 0$ får nøyaktig én løsning
- b) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y = 22 \\ x \cdot y = 60 \end{cases}$$

Oppgave 5 (6 poeng)

- a) Skriv uttrykket så enkelt som mulig

$$\lg(ab) + \lg\left(\frac{a^3}{b^4}\right) - 3\lg b$$

- b) Løs likningen

$$2 \cdot 7^x = 4 \cdot 5^x$$

- c)

- 1) Avgjør om implikasjonene nedenfor er riktige. Begrunn svarene dine.

$$x = 3 \wedge y = 7 \Rightarrow x + y = 10$$

$$(x - 2) \cdot x \cdot (x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3$$

- 2) Avgjør om den motsatte implikasjonen er riktig i noen av utsagnene i c) 1).

Oppgave 6 (10 poeng)

En bedrift selger en vare og ønsker å finne en optimal pris per enhet. De har foretatt en markedsanalyse og funnet ut at når prisen er p kroner per enhet, får de solgt x enheter slik tabellen nedenfor viser.

Pris p	12	16	20	24	28	32	36
Antall solgte enheter x	1 153	1 001	839	690	490	380	190

- a) Bruk regresjon til å finne en modell for antall solgte enheter som funksjon av prisen p .

Videre i oppgaven går vi ut fra følgende modell for antall solgte enheter

$$x = -40p + 1600$$

når prisen er p kroner per enhet.

Bedriften ønsker å sette prisen så høyt som mulig, men ikke høyere enn at de får solgt alle enhetene de produserer.

- b) Vis at inntekten ved salg av x enheter er

$$I(x) = -0,025x^2 + 40x$$

Bedriften har kommet fram til at kostnadene ved å produsere x enheter er

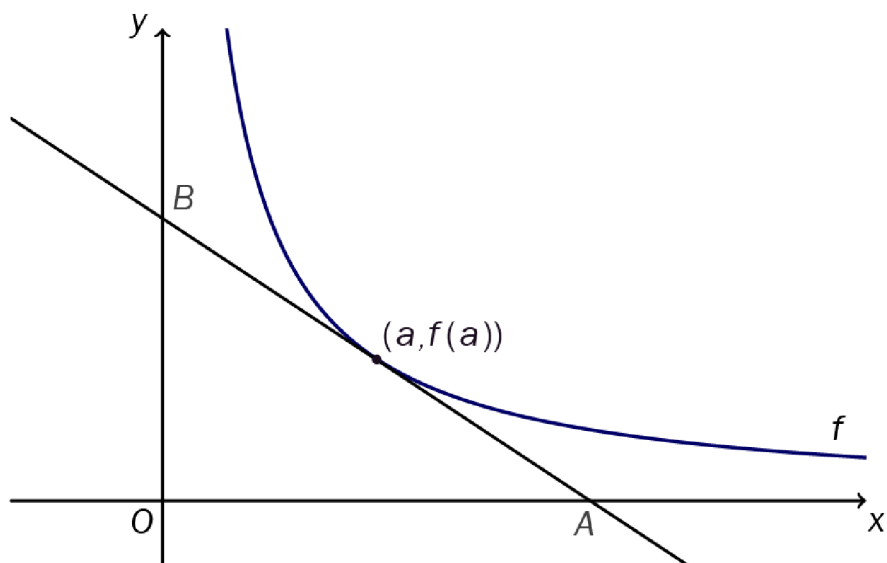
$$K(x) = 0,002x^2 + 10x + 4\,000, \quad x \in \langle 0, 1200 \rangle$$

- c) Avgjør om bedriften får et overskudd dersom de produserer og selger 1 000 enheter.
d) Tegn grafene til funksjonene K og I i samme koordinatsystem.
e) Vis at overskuddet ved produksjon av x enheter er gitt ved

$$O(x) = -0,027x^2 + 30x - 4\,000$$

- f) Hva må prisen per enhet være for at overskuddet skal bli størst mulig?

Oppgave 7 (4 poeng)



Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}$ og en tangent i punktet $(a, f(a))$.

Likningen for tangenten er

$$y = -\frac{1}{a^2} \cdot x + \frac{2}{a}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i A og B .

- Bestem koordinatene til A og B .
- Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

Oppgave 8 (8 poeng)

En bedrift lager stoler og bord. Produksjonen foregår i tre avdelinger, som tar seg av henholdsvis montering, kontroll og pakking.

Monteringsavdelingen har en arbeidskapasitet på i alt 2 525 min per dag. De bruker 3 min på å montere en stol og 50 min per bord.

Kontrollavdelingen har en arbeidskapasitet på 480 min per dag. De bruker 2 min på å kontrollere en stol og 8 min per bord.

Pakkeavdelingen har en arbeidskapasitet på 810 min per dag. De bruker 4 min på å pakke en stol og 10 min per bord.

a) La x være antall stoler og y antall bord som produseres per dag.

Vis at opplysningene ovenfor gir disse ulikhetene:

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

$$y \leq -0,06x + 50,5$$

$$y \leq -0,25x + 60$$

$$y \leq -0,40x + 81$$

En stol selges for 300 kroner, og et bord selges for 1 600 kroner. Hele produksjonen blir solgt. Bedriften ønsker å innrette produksjonen slik at salgsinntekten blir så stor som mulig.

- b) Bestem hvor mange stoler og hvor mange bord bedriften må produsere per dag dersom inntekten skal bli størst mulig. Hvor stor er den største inntekten?
- c) Ved denne produksjonsmengden blir ikke hele arbeidskapasiteten ved bedriften utnyttet fullt ut.

Undersøk hvor mye den samlede arbeidskapasiteten kunne reduseres uten at det ville få betydning for produksjonen.

Bedriften lurer på om stolene burde selges for 400 kroner per stol, mens prisen på bord holdes uforandret på 1 600 kroner.

- d) Vis at den maksimale inntekten da er 96 000 kroner per dag. Forklar at det er mulig å oppnå denne inntekten ved mange ulike produksjonsmengder.