

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (3 poeng)

Løs likningene

a) $-x^2 + 3x - 3 = 3 - 2x$

b) $\lg(x+2) = 2\lg x$

Oppgave 2 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

$$2 \cdot \lg\left(\frac{a^2}{b^2}\right) + 3 \cdot \lg\left(\frac{b^2}{a}\right) + \lg\left(\frac{b}{a}\right)$$

Oppgave 3 (2 poeng)

Skriv så enkelt som mulig

a) $2(a+b)^2 - 2(a-b)^2$

b) $\frac{a^{-4} \cdot b^2 \cdot a^3}{(a^2 \cdot b)^{-3} \cdot a^0}$

Oppgave 4 (4 poeng)

En rasjonal funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-1}, \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

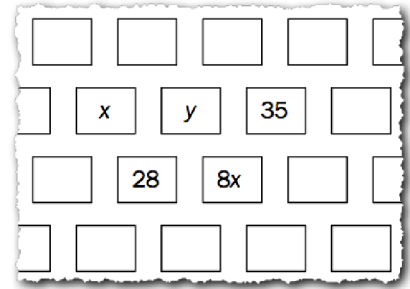
Grafen til f skjærer x -aksen i $x=3$ og y -aksen i $y=6$.

a) Bestem a og b .

b) Tegn grafen til f .

Oppgave 5 (6 poeng)

Figuren til høyre viser et utsnitt av Pascals talltrekant.



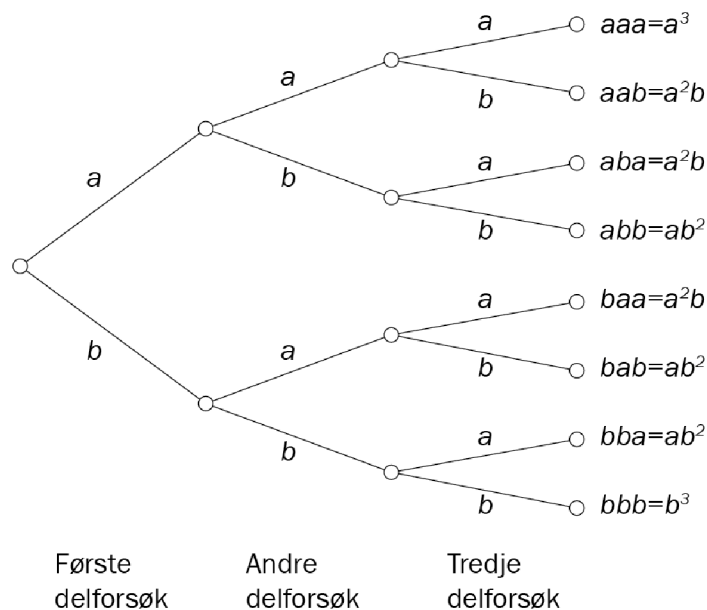
a) Bestem x og y .

Nedenfor ser du utregningen $(a+b)^n$ for noen verdier av n .

$$\begin{aligned} (a+b)^0 &= 1 \\ (a+b)^1 &= 1 \cdot a + 1 \cdot b \\ (a+b)^2 &= 1 \cdot a^2 + 2 \cdot ab + 1 \cdot b^2 \\ (a+b)^3 &= 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2b + 3 \cdot ab^2 + 1 \cdot b^3 \\ (a+b)^4 &= 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3b + 6 \cdot a^2b^2 + 4 \cdot ab^3 + 1 \cdot b^4 \end{aligned}$$

b) Bruk mønsteret ovenfor til å regne ut $(a+b)^5$.

Et forsøk er sammensatt av tre uavhengige delforsøk. I hvert delforsøk ser vi om et utfall A inntreffer eller ikke. Sannsynlighetene er $P(A) = a$ og $P(\bar{A}) = b$. Forsøket kan illustreres i et valgtre. Se figuren.



Vi lar $P(X = k)$ være sannsynligheten for at utfallet A inntreffer k ganger.

c) Skriv av og fyll ut sannsynlighetstabellen nedenfor.

k	3	2	1	0
$P(X = k)$	a^3			

Oppgave 6 (5 poeng)

En bedrift produserer x enheter av en vare. Kostnadene K (i kroner) er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 - 10x + 20000$$

Inntektene I (i kroner) er gitt ved

$$I(x) = p \cdot x$$

der p er salgsprisen per enhet for varen.

a) Vis at overskuddet O er gitt ved

$$O(x) = -0,1x^2 + (10 + p)x - 20000$$

b) Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd dersom $p = 140$?

c) For en bestemt salgspris p er overskuddet størst når bedriften produserer og selger 2000 enheter. Hva er denne salgsprisen p ?

Oppgave 7 (2 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x + 2$

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

En arkitekt skal tegne et hus med total yttervegg på 120 m^2 . Ytterveggen består av isolert veggflate og vindu. Tabellen nedenfor viser varmetapet per time gjennom isolert veggflate og gjennom vindu under visse betingelser.

	Areal (m^2)	Varmetap (kWh/m^2)
Isolert veggflate	x	$0,009 \cdot x$
Vindu	y	$0,048 \cdot y$

- a) Bestem det totale varmetapet per time gjennom ytterveggen dersom 20 m^2 er vindu.

Det totale varmetapet gjennom ytterveggen per time skal være $2,0 \text{ kWh}$.

- b) Sett opp et ligningssystem som kan brukes til å bestemme hvor mange kvadratmeter veggflate og hvor mange kvadratmeter vindu ytterveggen må ha.

Løs likningssystemet.

Oppgave 2 (5 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

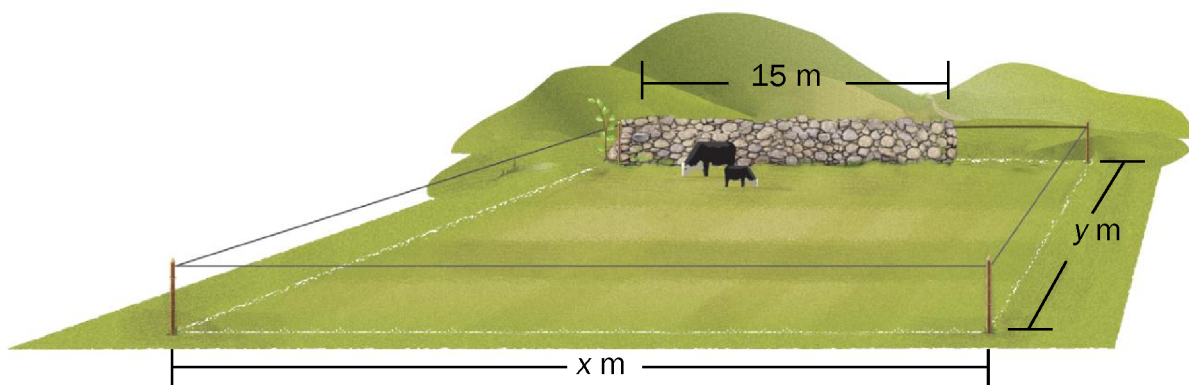
$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 16, D_f = \mathbb{R}$$

- a) Bestem skjæringspunktet mellom grafen til f og y -aksen.
- b) Løs likningen $f(x) = 0$.
- c) Bruk $f'(x)$ til å bestemme koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkt på grafen til f .

Oppgave 3 (6 poeng)

En bonde skal gjerde inn et rektangelformet område med areal 625 m^2 . Hun skal bruke en 15 m lang steinmur som en del av det inngjerdede området. Til resten av området skal hun bruke et gjerde med lengde G .

Området er skissert på figuren nedenfor. På skissen er sidene i rektangelet kalt x og y .



a) Vis at lengden G av gjerdet kan skrives som

$$G(x) = \frac{1250}{x} + 2x - 15, \quad x > 15$$

b) Tegn grafen til G .

c) Hva er det korteste gjerdet bonden kan bruke? Hva slags rektangel får vi da?

Oppgave 4 (5 poeng)

Sommeren 2013 viste en undersøkelse at 3 av 4 som har tatt lærerutdanning, arbeidet som lærer. I en ny undersøkelse blir 20 personer som har tatt lærerutdanning, kontaktet.

a) Bestem sannsynligheten for at akkurat 15 av disse arbeider som lærer.

b) Bestem sannsynligheten for at flere enn 15 arbeider som lærer.

Det blir bestemt at flere personer med lærerutdanning skal kontaktes.

c) Hvor mange personer må delta i undersøkelsen for at sannsynligheten skal være større enn 95 % for at minst 25 av dem arbeider som lærer?

Oppgave 5 (5 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per dag. Fortjenesten F per enhet (målt i kroner) er gitt ved

$$F(x) = -0,01x^2 + 0,3x + 120$$

- Hvor mange enheter må bedriften produsere for at fortjenesten per enhet skal bli størst mulig?
- Forklar at overskuddet O til bedriften per dag er gitt ved

$$O(x) = x \cdot F(x)$$

- Bestem den produksjonsmengden som gjør overskuddet størst mulig. Hvor stort er overskuddet da?

Oppgave 6 (6 poeng)

Kari har startet en liten bedrift. Hun lager saft og syltetøy.

- For å lage 1 kg saft trenger hun 0,35 kg bringebær og 0,15 kg jordbær
- For å lage 1 kg syltetøy trenger hun 0,20 kg bringebær og 0,40 kg jordbær
- Hun klarer å lage inntil 900 kg saft og syltetøy til sammen per uke

En uke har hun tilgang på 250 kg bringebær og 300 kg jordbær.

La x være antall kilogram saft og y antall kilogram syltetøy hun lager denne uken.

- Sett opp ulikhetene som må være oppfylt i produksjonen.
- Marker området som er avgrenset av ulikhetene du fant i oppgave a).

Fortjenesten er 8 kroner per kilogram for saft og 12 kroner per kilogram for syltetøy.

- Hvilken produksjonsmengde gir størst fortjeneste, og hva er fortjenesten da?

Oppgave 7 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n, \quad x > 0, \quad n > 0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n .