

# Eksamen

03.12.2009

REA3028 Matematikk S2



# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn etter 5 timar.
<b>Hjelpemiddel på Del 1:</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar
<b>Hjelpemiddel på Del 2:</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Bruk av kjelder:</b>	Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal førast opp på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må føre opp forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur.  Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal du føre opp heile adressa og nedlastingsdatoen. Det er t.d. ikkje tilstrekkeleg med <a href="http://www.wikipedia.no">www.wikipedia.no</a> .
<b>Vedlegg:</b>	Ingen
<b>Framgangsmåte:</b>	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.  Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
<b>Rettleiing om vurderinga:</b>	Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det vil seie at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser reknedugleik og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li></ul>

## Del 1

### Oppgave 1

a) Deriver funksjonane:

1)  $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

2)  $g(x) = 3e^{2x} + e^{x^2}$

b) Vi har ei aritmetisk rekkje der  $a_3 = 8$  og  $a_8 = 23$ . Finn  $a_1$ ,  $d$  og  $S_{50}$ .

c) Løys likninga  $\frac{6}{x^2 - 3x} + \frac{x-2}{x} = \frac{2}{x-3}$

d) 1) Vis at  $x = -1$  er eit nullpunkt til funksjonen  $f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 18$   
Bruk polynomdivisjon til å faktorisere  $f(x)$ .

2) Løys ulikskapen  $f(x) \geq 0$

e) Løys likningssettet

$$x + y - z = 0$$

$$2x + y - z = 2$$

$$4x + y - 2z = 1$$

f) Vi har funksjonen  $f(x) = x^3 - 3x + 6$

1) Finn  $f'(x)$ . Finn koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til  $f$ .

2) Finn koordinatane til eventuelle vendepunkt på grafen til  $f$ .

## Oppgåve 2

På ein spesiell terning er det  in seksar, to trearar og tre toarar.

Du kastar terningen  in gong. La  $X$  vere talet på auge som terningen viser.

a) Gi sannsynsfordelinga til  $X$  ved å skrive av og fyller ut tabellen nedanfor.

$x$	2	3	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$		

b) Rekn ut  $E(X)$  og  $\text{Var}(X)$ .

Du kastar terningen to gonger. La  $Y$  vere summen av auge som terningen viser.

c) Finn sannsynsfordelinga til  $Y$ .

## Del 2

### Oppgåve 3

Det  $n$ -te leddet i ei rekkje er gitt ved

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{3^n}$$

- Skriv dei fire første ledda i rekkja. Vis at rekkja er geometrisk, og finn kvotienten  $k$ .
- Finn ved rekning kor mange ledd du minst må ta med i rekkja for at  $S_n > 0,999$ .
- Avgjør om rekkja konvergerer. Finn eventuelt summen.

Ein pasient som er kronisk sjuk, tek kvar dag ein tablett som inneheld 0,33 mg av ein bestemt medisin. Kroppen bryt ned 33,3 % av denne medisinen på eitt døgn. Dersom pasienten har meir enn 1,5 mg av denne medisinen lagra i kroppen, kan det gi alvorlege biverknader.

- Ville du ha tilrådd denne medisinbehandlinga for pasienten? Grunngi svaret ditt.

## Oppgåve 4

***Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.  
Dei to alternativene er likeverdige ved vurderinga.***

*(Dersom svaret ditt inneheld delar av begge oppgåvene,  
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)*

### Alternativ I

Ei bedrift produserer  $x$  einingar av ei vare  $A$ . Alle dei  $x$  einingane blir selde. Kostnaden i kroner ved produksjonen er gitt ved funksjonen

$$K_A(x) = 0,3x^2 + 20x + 1000 \quad , \quad x \leq 150$$

Inntekta i kroner av salet er gitt ved funksjonen

$$I_A(x) = 200x - x^2 \quad , \quad x \leq 150$$

- Teikn grafane til  $K_A$  og  $I_A$  i same koordinatsystem. Bruk grafane til å finne kor mange einingar som må produserast og seljast for at overskotet skal bli størst. Forklar framgangsmåten din.
- Finn ved rekning uttrykka for grensekostnaden og grenseinntekta. Bestem ved rekning den produksjonen som gir størst overskot.

For ei anna vare  $B$  varierer etterspørselen berre med prisen  $p$  kroner per eining. Etterspørselen er talet på einingar som blir selde.

Funksjonen

$$e(p) = 1000 - 17p \quad \text{der} \quad p \leq 50$$

er ein god modell for etterspørselen.

Bedrifta innrettar produksjonen slik at det blir produsert like mange einingar som det blir selt.

- Finn eit uttrykk for inntekta  $I_B$  som funksjon av  $p$ . Finn den prisen som gir størst inntekt. Kor stor er inntekta med denne prisen?

(framh.)

Kostnadene i kroner ved produksjonen er gitt ved

$$K_B(x) = 800 - 10x + 0,04x^2$$

der  $x$  er talet på produserte einingar.

- d) Finn eit uttrykk for kostnaden  $K_B$  som funksjon av  $p$ .
- e) Kva for pris gir størst overskot? Kor stort er det maksimale overskotet?

## Alternativ II

*I delar av denne oppgåva kan det vere ein fordel å bruke digitalt verktøy.*

Kostnaden i kroner ved å produsere  $x$  einingar av ei vare per dag er gitt ved funksjonen

$$K(x) = 2000 \cdot e^{\frac{x}{400}}, \quad x \leq 500$$

Einingskostnaden  $E(x)$  er gjennomsnittskostnaden per eining, det vil seie  $E(x) = \frac{K(x)}{x}$ .

- a) Teikn grafen til  $K$ . Forklar at einingskostnaden når det blir produsert 150 einingar, er lik stigningstalet til linja som går gjennom origo og punktet  $(150, K(150))$ .
- b) Teikn ei rett linje gjennom origo og eit vilkårleg punkt  $P$  på grafen til  $K$ . Finn, ved å flytte punktet  $P$  langs grafen, den produksjonsmengda som gir lågast einingskostnad.
- c) Finn grensekostnaden. Kva blir grensekostnaden når produksjonen er 300 einingar? Forklar kva dette svaret fortel oss.
- d) Finn ut grafisk når einingskostnaden er lik grensekostnaden.

Inntekta ved sal av  $x$  einingar av vara per dag er gitt ved funksjonen

$$I(x) = 50x - 0,05x^2$$

Det blir selt like mange einingar som det blir produsert.

- e) Finn overskotet når einingskostnaden er lik grensekostnaden. Kommenter svaret ditt.

## Oppgåve 5

*Denne oppgåva tel som tre delspørsmål.*

Eit meiningsmålingsinstitutt gjennomfører ei spørjeundersøking for eit politisk parti. I undersøkinga blir 1500 tilfeldig valde personar spurde om dei ville ha røysta på partiet dersom det var val.

I undersøkinga svarer 321 personar at dei ville ha røysta på partiet. Ved førre val røysta 19,8 % av veljarane på partiet.

Bruk det du har lært i statistikk, til å vurdere om partiet har hatt framgang sidan førre val. Grunngi resonnementet ditt med utrekningar.



# Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1:</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler
<b>Hjelpemidler på Del 2:</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Bruk av kilder:</b>	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur.  Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med <a href="http://www.wikipedia.no">www.wikipedia.no</a> .
<b>Vedlegg:</b>	Ingen
<b>Framgangsmåte:</b>	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.  Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan bruke fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul>

# Del 1

## Oppgave 1

a) Deriver funksjonene:

1)  $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

2)  $g(x) = 3e^{2x} + e^{x^2}$

b) Vi har en aritmetisk rekke der  $a_3 = 8$  og  $a_8 = 23$ . Bestem  $a_1$ ,  $d$  og  $S_{50}$ .

c) Løs likningen  $\frac{6}{x^2 - 3x} + \frac{x-2}{x} = \frac{2}{x-3}$

d) 1) Vis at  $x = -1$  er et nullpunkt til funksjonen  $f(x) = 2x^3 - 10x^2 + 6x + 18$   
Bruk polynomdivisjon til å faktorisere  $f(x)$ .

2) Løs ulikheten  $f(x) \geq 0$

e) Løs likningssettet

$$x + y - z = 0$$

$$2x + y - z = 2$$

$$4x + y - 2z = 1$$

f) Vi har funksjonen  $f(x) = x^3 - 3x + 6$

1) Finn  $f'(x)$ . Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til  $f$ .

2) Bestem koordinatene til eventuelle vendepunkter på grafen til  $f$ .

## Oppgave 2

På en spesiell terning er det én sekser, to treere og tre toere.

Du kaster terningen én gang. La  $X$  være antall øyne som terningen viser.

a) Gi sannsynlighetsfordelingen til  $X$  ved å skrive av og fyller ut tabellen nedenfor.

$x$	2	3	6
$P(X = x)$	$\frac{1}{2}$		

b) Regn ut  $E(X)$  og  $\text{Var}(X)$ .

Du kaster terningen to ganger. La  $Y$  være summen av antall øyne som terningen viser.

c) Bestem sannsynlighetsfordelingen til  $Y$ .

## Del 2

### Oppgave 3

Det  $n$ -te leddet i en rekke er gitt ved

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{3^n}$$

- Skriv de fire første leddene i rekken. Vis at rekken er geometrisk, og finn kvotienten  $k$ .
- Bestem ved regning hvor mange ledd du minst må ta med i rekken for at  $S_n > 0,999$ .
- Avgjør om rekken konvergerer. Finn eventuelt summen.

En pasient som er kronisk syk, tar hver dag en tablett som inneholder 0,33 mg av en bestemt medisin. Kroppen bryter ned 33,3 % av denne medisinen på ett døgn. Hvis pasienten har mer enn 1,5 mg av denne medisinen lagret i kroppen, kan det gi alvorlige bivirkninger.

- Ville du ha anbefalt denne medisinbehandlingen for pasienten? Begrunn svaret ditt.

## Oppgave 4

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.  
De to alternativene er likeverdige ved vurderingen.**

*(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge oppgavene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)*

### Alternativ I

En bedrift produserer  $x$  enheter av en vare  $A$ . Alle de  $x$  enhetene blir solgt. Kostnaden i kroner ved produksjonen er gitt ved funksjonen

$$K_A(x) = 0,3x^2 + 20x + 1000 \quad , \quad x \leq 150$$

Inntekten i kroner av salget er gitt ved funksjonen

$$I_A(x) = 200x - x^2 \quad , \quad x \leq 150$$

- Tegn grafene til  $K_A$  og  $I_A$  i samme koordinatsystem. Bruk grafene til å finne hvor mange enheter som må produseres og selges for at overskuddet skal bli størst. Forklar framgangsmåten din.
- Finn ved regning uttrykkene for grensekostnaden og grenseinntekten. Bestem ved regning den produksjonen som gir størst overskudd.

For en annen vare  $B$  varierer etterspørselen bare med prisen  $p$  kroner per enhet. Etterspørselen er antall enheter som selges.

Funksjonen

$$e(p) = 1000 - 17p \quad \text{der} \quad p \leq 50$$

er en god modell for etterspørselen.

Bedriften innretter produksjonen slik at det produseres like mange enheter som det selges.

- Finn et uttrykk for inntekten  $I_B$  som funksjon av  $p$ . Bestem den prisen som gir størst inntekt. Hvor stor er inntekten med denne prisen?

(forts.)

Kostnadene i kroner ved produksjonen er gitt ved

$$K_B(x) = 800 - 10x + 0,04x^2$$

der  $x$  er antall produserte enheter.

- d) Bestem et uttrykk for kostnaden  $K_B$  som funksjon av  $p$ .
- e) Hvilken pris gir størst overskudd? Hvor stort er det maksimale overskuddet?

## Alternativ II

*I deler av denne oppgaven kan det være en fordel å bruke digitalt verktøy.*

Kostnaden i kroner ved å produsere  $x$  enheter av en vare per dag er gitt ved funksjonen

$$K(x) = 2000 \cdot e^{\frac{x}{400}}, \quad x \leq 500$$

Enhetskostnaden  $E(x)$  er gjennomsnittskostnaden per enhet, det vil si  $E(x) = \frac{K(x)}{x}$ .

- a) Tegn grafen til  $K$ . Forklar at enhetskostnaden når det produseres 150 enheter, er lik stigningstallet til linjen som går gjennom origo og punktet  $(150, K(150))$ .
- b) Tegn en rett linje gjennom origo og et vilkårlig punkt  $P$  på grafen til  $K$ . Bestem, ved å flytte punktet  $P$  langs grafen, den produksjonsmengden som gir lavest enhetskostnad.
- c) Finn grensekostnaden. Hva blir grensekostnaden når produksjonen er 300 enheter? Forklar hva dette svaret forteller oss.
- d) Finn grafisk når enhetskostnaden er lik grensekostnaden.

Inntekten ved salg av  $x$  enheter av varen per dag er gitt ved funksjonen

$$I(x) = 50x - 0,05x^2$$

Det selges like mange enheter som det produseres.

- e) Bestem overskuddet når enhetskostnaden er lik grensekostnaden. Kommenter svaret ditt.

## Oppgave 5

*Denne oppgaven teller som tre delspørsmål.*

Et meningsmålingsinstitutt gjennomfører en spørreundersøkelse for et bestemt politisk parti. I undersøkelsen blir 1500 tilfeldig valgte personer spurt om de ville ha stemt på partiet dersom det var valg.

I undersøkelsen svarer 321 personer at de ville ha stemt på partiet. Ved forrige valg stemte 19,8 % av velgerne på partiet.

Bruk det du har lært i statistikk, til å vurdere om partiet har hatt framgang siden forrige valg. Begrunn resonneringene dine med beregninger.

Kolstadgata 1  
Postboks 2924 Tøyen  
0608 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
Telefaks 23 30 12 99  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)