

Eksamen

30.11.2010

REA3028 Matematikk S2

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser reknedugleik og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonane

1) $f(x) = x^3 - 3x + 4$

2) $g(x) = 6x \cdot e^{-2x}$

b) Vi har gitt funksjonen $P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$

1) Vis at $P(3) = 0$

2) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere P i førstegradsfaktorar.

3) Forkort brøken $\frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{2x^2 - 8}$

c) Formelen for overflata av ei kule er $O = 4\pi r^2$.

Vi aukar radien r med 10 %.

Kor mange prosent aukar overflata til kula da?

d) Ein gummiball blir sleppt frå ei høgd på 10 m. Kvar gong ballen treffer bakken, sprett

han rett opp $\frac{2}{3}$ av den førre høgda.

Kva er den totale lengda ballen har tilbakelagt (ned og opp) frå han blir sleppt, til han fell til ro?

e) Vi har rekkja $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$

1) Kva slags rekkje er dette? Bestem eit uttrykk for det n -te leddet a_n .

2) Bestem eit uttrykk for summen S_n av dei n første ledda. Rekne ut S_{100} .

f) Gitt sannsynsfordelinga:

X	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,1	0,2	0,3	0,4

1) Finn forventningsverdien $E(X)$.

2) Bestem variansen $\text{Var}(X)$.

g) Løys likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 10 \\ x + y + z = 6 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 2 (8 poeng)

Eit ungt par skal kjøpe seg leilegheit. Ho kostar 1 500 000 kroner. Dei må låne heile beløpet.

Paret får tilbod om eit annuitetslån til ei rente på 4 % per år. Dei må betale 20 like store årlege beløp. Det første beløpet skal betalast eitt år etter at lånet blir innvilga.

a) Finn ved rekning kor stort det årlege beløpet blir.

Dette synest paret blir for dyrt. Dei kan maksimalt betene eit lån som har ei fast årleg innbetaling på 100 000 kroner.

b) Bestem ved rekning kor mange like store årlege beløp dei da må betale.

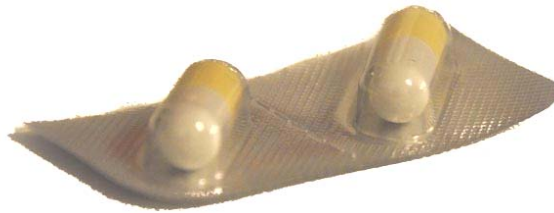
Paret synest at denne nedbetalinga tek for lang tid. Dei ønskjer seg 20 årlege innbetalingar, og ser seg derfor om etter eit betre rentetilbod.

c) Kva må renta per år vere for at dei årlege beløpa ikkje skal overstige 100 000 kroner?

Paret finn ikkje eit så godt rentetilbod som dei treng. Dei bestemmer seg derfor for å spare først og så låne restbeløpet, som skal nedbetalast med 20 årlege innbetalingar på 100 000 kroner kvar. Dei føreset at ei leilegheit framleis kostar 1 500 000 kroner, og at lånerenta er 4 %.

d) Kor stort beløp må stå på sparekontoen når paret låner restbeløpet?

Oppgåve 3 (10 poeng)



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Ein type tablettar inneheld 75 mg av eit visst stoff. Når ein pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengda av stoffet bli halvert i løpet av kvar sjette time.

- a) Ein pasient tek berre  in slik tablett. Kor mange milligram av dette stoffet vil pasienten ha att i kroppen etter 36 timar?
- b) Ein annan pasient f r  in slik tablett kvar tolvte time.
 - 1) Forklar at talet på milligram av stoffet som er i pasienten etter 72 timar, like etter at den sjette tablett er teken, er

$$75 + 75 \cdot 0,25 + 75 \cdot 0,25^2 + 75 \cdot 0,25^3 + 75 \cdot 0,25^4 + 75 \cdot 0,25^5$$

- 2) Bruk ein sumformel og finn summen av denne rekkja.
- 3) Kor mange milligram av stoffet vil samle seg i kroppen i det lange løp n r pasienten f r  in tablett kvar tolvte time?

Ein bestemt pasient bør ikkje ha ei samla mengd på meir enn 80 mg av dette stoffet i kroppen.

- c) Finn ved rekning kor mange milligram av stoffet kvar tablett kan innehalde dersom denne pasienten skal ta  in tablett i døgnet over lang tid.

Oppgåve 4 (8 poeng)

**Du skal svare på anten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved vurderinga.**

*(Dersom svaret ditt inneheld delar av begge alternativa,
vil berre det du har skrive på alternativ I, bli vurdert.)*

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = (x-1) \cdot e^x, \quad x \in \langle -3, 2 \rangle$$

- Bestem ved rekning koordinatane til skjeringpunkta mellom koordinataksane og grafen til f .
- Finn ved rekning koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f .
- Bestem ved rekning koordinatane til punktet der grafen til f søkk raskast.
- Teikne grafen til f . Bruk eit digitalt hjelpemiddel og bestem arealet av området som er avgrensa av førsteaksen, grafen til f og linjene $x=1$ og $x=2$.

Alternativ 2

Leiinga i eit idrettslag planlegg ein trim ein gong i veka året igjennom. Dei reknar med at talet på deltakarar vil følgje modellen

$$D(x) = 120 - 100 \cdot e^{-0,35x} + 80 \cdot e^{-0,09x}$$

Her er $D(x)$ talet på deltakarar per veke x veker etter den første trimveka. Det vil seie at $D(0)$ er talet på deltakarar den første veka, $D(1)$ er talet på deltakarar den andre veka, og så vidare.

- Teikne grafen til D . Kor mange deltakarar reknar de med at det er den andre og den tiande veka?
- Bestem når det ifølgje modellen er 137 deltakarar. Bruk uttrykket $D(x)$ til å forklare kva talet på deltakarar vil stabilisere seg på dersom modellen gjeld i lang tid.
- Bestem ved rekning i kva veke ein kan rekne med flest deltakarar.
- Kor mange vil ha delteke på trimmen i løpet av dei 20 første vekene?

Oppgave 5 (10 poeng)

Talet på kundar i ein butikk varierer frå veke til veke. I gjennomsnitt har butikken besøk av 1 000 personar per veke. Besøkstalet per veke er normalfordelt med eit standardavvik på 140 personar.

- a) Finn sannsynet for at fleire enn 1 200 personar besøker butikken i løpet av ei tilfeldig vald veke.
- b) Finn sannsynet for at besøkstalet er mellom 900 og 1 100.

I denne butikken reknar ein med at 70 % av dei som kjem innom, kjøper noko.

- c) I løpet av ein bestemt halvtime kjem 12 personar innom butikken. Bruk binomisk fordeling og finn ved rekning sannsynet for at
 - 1) akkurat 9 av desse personane kjøper noko
 - 2) minst 9 av desse personane kjøper noko

Butikken gjennomførte ein reklamekampanje. Etter kampanjen viste ei teljing at 47 av 60 personar som kom innom butikken, kjøpte noko.

- d) Bruk hypotesetesting og vurder om reklamekampanjen har ført til auka sal. La signifikansnivået vere 5 %.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonene

1) $f(x) = x^3 - 3x + 4$

2) $g(x) = 6x \cdot e^{-2x}$

b) Vi har gitt funksjonen $P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$

1) Vis at $P(3) = 0$

2) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere P i førstegradsfaktorer.

3) Forkort brøken $\frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{2x^2 - 8}$

c) Formelen for overflaten av en kule er $O = 4\pi r^2$.

Vi øker radien r med 10 %.

Hvor mange prosent øker overflaten til kulen da?

d) En gummiball slippes fra en høyde på 10 m. Hver gang ballen treffer bakken, spretter

den rett opp $\frac{2}{3}$ av den forrige høyden.

Hva er den totale lengden ballen har tilbakelagt (ned og opp) fra den slippes, til den faller til ro?

e) Vi har rekken $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$

1) Hva slags rekke er dette? Bestem et uttrykk for det n -te leddet a_n .

2) Bestem et uttrykk for summen S_n av de n første leddene. Regn ut S_{100} .

f) Gitt sannsynlighetsfordelingen:

X	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,1	0,2	0,3	0,4

1) Finn forventningsverdien $E(X)$.

2) Bestem variansen $\text{Var}(X)$.

g) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 10 \\ x + y + z = 6 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 2 (8 poeng)

Et ungt par skal kjøpe seg leilighet. Den koster 1 500 000 kroner. De må låne hele beløpet.

Paret får tilbud om et annuitetslån til en rente på 4 % per år. De må betale 20 like store årlige beløp. Det første beløpet skal betales ett år etter at lånet blir innvilget.

a) Finn ved regning hvor stort det årlige beløpet blir.

Dette synes paret blir for dyrt. De kan maksimalt betjene et lån som har en fast årlig innbetaling på 100 000 kroner.

b) Bestem ved regning hvor mange like store årlige beløp de da må betale.

Paret synes at denne nedbetalingen tar for lang tid. De ønsker seg 20 årlige innbetalinger, og ser seg derfor om etter et bedre rentetilbud.

c) Hva må renten per år være for at de årlige beløpene ikke skal overstige 100 000 kroner?

Paret finner ikke et så godt rentetilbud som de trenger. De bestemmer seg derfor for å spare først og så låne restbeløpet, som skal nedbetales med 20 årlige innbetalinger på 100 000 kroner hver. De forutsetter at en leilighet fremdeles koster 1 500 000 kroner, og at lånerenten er 4 %.

d) Hvor stort beløp må stå på sparekontoen når paret låner restbeløpet?

Oppgave 3 (10 poeng)



Kilde: Utdanningsdirektoratet

En type tablett inneholder 75 mg av et visst stoff. Når en pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengden av stoffet bli halvert i løpet av hver sjetten time.

a) En pasient tar bare én slik tablett. Hvor mange milligram av dette stoffet vil pasienten ha igjen i kroppen etter 36 timer?

b) En annen pasient får én slik tablett hver tolvte time.

1) Forklar at antall milligram av stoffet som er i pasienten etter 72 timer, like etter at den sjette tablett er tatt, er

$$75 + 75 \cdot 0,25 + 75 \cdot 0,25^2 + 75 \cdot 0,25^3 + 75 \cdot 0,25^4 + 75 \cdot 0,25^5$$

2) Bruk en sumformel og finn summen av denne rekken.

3) Hvor mange milligram av stoffet vil samles i kroppen i det lange løp når pasienten får én tablett hver tolvte time?

En bestemt pasient bør ikke ha en samlet mengde på mer enn 80 mg av dette stoffet i kroppen.

c) Finn ved regning hvor mange milligram av stoffet hver tablett kan inneholde dersom denne pasienten skal ta én tablett i døgnet over lang tid.

Oppgave 4 (8 poeng)

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.**

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge alternativene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = (x-1) \cdot e^x, \quad x \in \langle -3, 2 \rangle$$

- Bestem ved regning koordinatene til skjæringspunktene mellom koordinataksene og grafen til f .
- Finn ved regning koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Bestem ved regning koordinatene til punktet der grafen til f synker raskest.
- Tegn grafen til f . Bruk et digitalt hjelpemiddel og bestem arealet av området som er avgrenset av førsteaksen, grafen til f og linjene $x=1$ og $x=2$.

Alternativ 2

Ledelsen i et idrettslag planlegger en ukentlig trim året igjennom. De regner med at antall deltakere vil følge modellen

$$D(x) = 120 - 100 \cdot e^{-0,35x} + 80 \cdot e^{-0,09x}$$

Her er $D(x)$ antall deltakere per uke x uker etter den første trimuka. Det vil si at $D(0)$ er antall deltakere den første uka, $D(1)$ er antall deltakere den andre uka, og så videre.

- Tegn grafen til D . Hvor mange deltakere regner de med at det er den andre og den tiende uka?
- Bestem når det ifølge modellen er 137 deltakere. Bruk uttrykket $D(x)$ til å forklare hva antall deltakere vil stabilisere seg på hvis modellen gjelder i lang tid.
- Bestem ved regning i hvilken uke man kan regne med flest deltakere.
- Hvor mange vil ha deltatt på trimmen i løpet av de 20 første ukene?

Oppgave 5 (10 poeng)

Tallet på kunder i en butikk varierer fra uke til uke. I gjennomsnitt har butikken besøk av 1 000 personer per uke. Besøktallet per uke er normalfordelt med et standardavvik på 140 personer.

- a) Finn sannsynligheten for at flere enn 1 200 personer besøker butikken i løpet av en tilfeldig valgt uke.
- b) Finn sannsynligheten for at besøktallet er mellom 900 og 1 100.

I denne butikken regner man med at 70 % av dem som kommer innom, kjøper noe.

- c) I løpet av en bestemt halvtime kommer 12 personer innom butikken.
Bruk binomisk fordeling og finn ved regning sannsynligheten for at
 - 1) akkurat 9 personer av disse kjøper noe
 - 2) minst 9 personer av disse kjøper noe

Butikken gjennomførte en reklamekampanje. Etter kampanjen viste en telling at 47 av 60 besøkende som kom innom butikken, kjøpte noe.

- d) Bruk hypotesetesting og vurder om reklamekampanjen har ført til økt salg.
La signifikansnivået være 5 %.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no