

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (24 poeng)

a) Deriver funksjonene

1) $f(x) = x^3 - 3x + 4$

2) $g(x) = 6x \cdot e^{-2x}$

b) Vi har gitt funksjonen $P(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 24$

1) Vis at $P(3) = 0$

2) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere P i førstegradsfaktorer.

3) Forkort brøken $\frac{2x^3 - 6x^2 - 8x + 24}{2x^2 - 8}$

c) Formelen for overflaten av en kule er $O = 4\pi r^2$.

Vi øker radien r med 10 %.

Hvor mange prosent øker overflaten til kulen da?

d) En gummiball slippes fra en høyde på 10 m. Hver gang ballen treffer bakken, spretter

den rett opp $\frac{2}{3}$ av den forrige høyden.

Hva er den totale lengden ballen har tilbakelagt (ned og opp) fra den slippes, til den faller til ro?

e) Vi har rekken $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$

1) Hva slags rekke er dette? Bestem et uttrykk for det n -te leddet a_n .

2) Bestem et uttrykk for summen S_n av de n første leddene. Regn ut S_{100} .

f) Gitt sannsynlighetsfordelingen:

X	1	2	3	4
$P(X = x)$	0,1	0,2	0,3	0,4

1) Finn forventningsverdien $E(X)$.

2) Bestem variansen $\text{Var}(X)$.

g) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 10 \\ x + y + z = 6 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 2 (8 poeng)

Et ungt par skal kjøpe seg leilighet. Den koster 1 500 000 kroner. De må låne hele beløpet.

Paret får tilbud om et annuitetslån til en rente på 4 % per år. De må betale 20 like store årlige beløp. Det første beløpet skal betales ett år etter at lånet blir innvilget.

a) Finn ved regning hvor stort det årlige beløpet blir.

Dette synes paret blir for dyrt. De kan maksimalt betjene et lån som har en fast årlig innbetaling på 100 000 kroner.

b) Bestem ved regning hvor mange like store årlige beløp de da må betale.

Paret synes at denne nedbetalingen tar for lang tid. De ønsker seg 20 årlige innbetalinger, og ser seg derfor om etter et bedre rentetilbud.

c) Hva må renten per år være for at de årlige beløpene ikke skal overstige 100 000 kroner?

Paret finner ikke et så godt rentetilbud som de trenger. De bestemmer seg derfor for å spare først og så låne restbeløpet, som skal nedbetales med 20 årlige innbetalinger på 100 000 kroner hver. De forutsetter at en leilighet fremdeles koster 1 500 000 kroner, og at lånerenten er 4 %.

d) Hvor stort beløp må stå på sparekontoen når paret låner restbeløpet?

Oppgave 3 (10 poeng)



Kilde: Utdanningsdirektoratet

En type tablett inneholder 75 mg av et visst stoff. Når en pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengden av stoffet bli halvert i løpet av hver sjetten time.

a) En pasient tar bare én slik tablett. Hvor mange milligram av dette stoffet vil pasienten ha igjen i kroppen etter 36 timer?

b) En annen pasient får én slik tablett hver tolvte time.

1) Forklar at antall milligram av stoffet som er i pasienten etter 72 timer, like etter at den sjette tablett er tatt, er

$$75 + 75 \cdot 0,25 + 75 \cdot 0,25^2 + 75 \cdot 0,25^3 + 75 \cdot 0,25^4 + 75 \cdot 0,25^5$$

2) Bruk en sumformel og finn summen av denne rekken.

3) Hvor mange milligram av stoffet vil samles i kroppen i det lange løp når pasienten får én tablett hver tolvte time?

En bestemt pasient bør ikke ha en samlet mengde på mer enn 80 mg av dette stoffet i kroppen.

c) Finn ved regning hvor mange milligram av stoffet hver tablett kan inneholde dersom denne pasienten skal ta én tablett i døgnet over lang tid.

Oppgave 4 (8 poeng)

**Du skal svare på enten alternativ I eller alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved vurderingen.**

(Dersom besvarelsen din inneholder deler av begge alternativene, vil bare det du har skrevet på alternativ I, bli vurdert.)

Alternativ 1

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = (x - 1) \cdot e^x, \quad x \in \langle -3, 2 \rangle$$

- Bestem ved regning koordinatene til skjæringspunktene mellom koordinataksene og grafen til f .
- Finn ved regning koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Bestem ved regning koordinatene til punktet der grafen til f synker raskest.
- Tegn grafen til f . Bruk et digitalt hjelpemiddel og bestem arealet av området som er avgrenset av førsteaksen, grafen til f og linjene $x=1$ og $x=2$.

Alternativ 2

Ledelsen i et idrettslag planlegger en ukentlig trim året igjennom. De regner med at antall deltakere vil følge modellen

$$D(x) = 120 - 100 \cdot e^{-0,35x} + 80 \cdot e^{-0,09x}$$

Her er $D(x)$ antall deltakere per uke x uker etter den første trimuka. Det vil si at $D(0)$ er antall deltakere den første uka, $D(1)$ er antall deltakere den andre uka, og så videre.

- Tegn grafen til D . Hvor mange deltakere regner de med at det er den andre og den tiende uka?
- Bestem når det ifølge modellen er 137 deltakere. Bruk uttrykket $D(x)$ til å forklare hva antall deltakere vil stabilisere seg på hvis modellen gjelder i lang tid.
- Bestem ved regning i hvilken uke man kan regne med flest deltakere.
- Hvor mange vil ha deltatt på trimmen i løpet av de 20 første ukene?

Oppgave 5 (10 poeng)

Tallet på kunder i en butikk varierer fra uke til uke. I gjennomsnitt har butikken besøk av 1 000 personer per uke. Besøktallet per uke er normalfordelt med et standardavvik på 140 personer.

- a) Finn sannsynligheten for at flere enn 1 200 personer besøker butikken i løpet av en tilfeldig valgt uke.
- b) Finn sannsynligheten for at besøktallet er mellom 900 og 1 100.

I denne butikken regner man med at 70 % av dem som kommer innom, kjøper noe.

- c) I løpet av en bestemt halvtime kommer 12 personer innom butikken. Bruk binomisk fordeling og finn ved regning sannsynligheten for at
 - 1) akkurat 9 personer av disse kjøper noe
 - 2) minst 9 personer av disse kjøper noe

Butikken gjennomførte en reklamekampanje. Etter kampanjen viste en telling at 47 av 60 besøkende som kom innom butikken, kjøpte noe.

- d) Bruk hypotesetesting og vurder om reklamekampanjen har ført til økt salg. La signifikansnivået være 5 %.