DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

b) $g(x) = 5(x-1)^5$

c) $h(x) = \dfrac{e^{-2x}}{x-3}$

Oppgave 2 (5 poeng)

a) Vis at polynomdivisjonen

$$(x^3 + 2x^2 - 21x + 18) : (x-1)$$

går opp, uten å gjennomføre divisjonen.

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 21x + 18}{x^2 - 1}$$

c) Bestem tallene a og b slik at divisjonen nedenfor går opp.

$$(x^3 + ax + b):(x^2 + 2x - 3)$$

Oppgave 3 (4 poeng)

I en aritmetisk rekke er $a_2 = 6$ og $a_5 = 18$.

a) Skriv opp de fire første leddene i rekken.

b) Bestem en formel for a_n.

c) Bestem en formel for summen $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

Oppgave 4 (4 poeng)

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1 \qquad , \qquad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f .

b) Bestem eventuelle vendepunkter på grafen til f .

c) Lag en skisse av grafen til f.

Oppgave 5 (3 poeng)

Tre venner spiste lunsj på en sushi-restaurant. De valgte hver sin meny, slik kvitteringene nedenfor viser.


goSushi
Kunde 1
Meny B kr 88,-
2 biter laks
1 bit scampi
2 biter tunfisk
Mineralvann kr 30,-
Sum kr 118,-
Velkommen igjen!

goSushi
Kunde 2
Meny A kr 101,-
3 biter laks
2 biter scampi
1 bit tunfisk
Mineralvann kr 30,-
Sum kr 131,-
Velkommen igjen!

goSushi
Kunde 3
Meny C kr 103,-
3 biter laks
1 bit scampi
2 biter tunfisk
Mineralvann kr 30,-
Sum kr 133,-
Velkommen igjen!

Hvor mye hadde én bit sushi med laks, én bit med scampi og én bit med tunfisk kostet dersom de hadde blitt bestilt hver for seg?

Oppgave 6 (4 poeng)

I et terningspill på et kasino kastes to terninger. Det koster i utgangspunktet ikke noe å delta i spillet. Dersom summen av antall øyne blir 2 eller 12, får spilleren 200 kroner. Blir antall øyne til sammen 7, får hun 20 kroner. Men dersom summen blir noe annet enn 2, 12 eller 7, må spilleren betale a kroner til kasinoet.

La X være utbyttet til kasinoet ved en spilleomgang.

a) Forklar at $P(X=-20)=\dfrac{1}{6}$.

b) Skriv av og fyll ut tabellen nedenfor.

x	a	-20	-200
$P(X=x)$		$\dfrac{1}{6}$	

c) Kasinoet vil sette a slik at de i det lange løp tjener 5 kroner per spill.

Bestem verdien til a.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

En bedrift produserer og selger x enheter av en vare per dag. Det viser seg at kostnadene $K(x)$ og inntektene $I(x)$ per dag er gitt ved

$$K(x) = 0{,}1x^2 - 10x + 2200$$

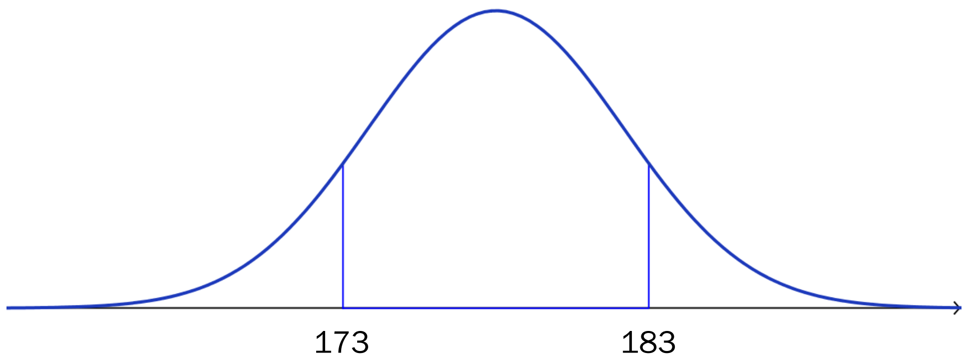
$$I(x) = 2400 \cdot \ln(x+1)$$

a) Bestem $K'(100)$ og $I'(100)$. Kan du ut fra disse tallene si om bedriften bør produsere flere eller færre enn 100 enheter per dag?

b) Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd for bedriften.

Oppgave 2 (4 poeng)

I en gruppe elever er høyden tilnærmet normalfordelt, med forventningsverdi μ og standardavvik σ.



I denne fordelingen er 10 % av elevene lavere enn 173 cm og 10 % høyere enn 183 cm.

a) Bestem μ.
Hvor mange prosent av elevene er lavere enn 183 cm?

b) Bestem σ.

Oppgave 3 (6 poeng)

Ifølge en modell fra Statistisk sentralbyrå vil forventet levealder til befolkningen i Norge følge funksjonen

$$f(x) = \frac{98,0}{1 + 0,206 \cdot e^{-0,0113x}} \quad , \qquad x \in [0, \rightarrow\rangle$$

Her er $f(x)$ forventet levealder for dem som er født x år etter 2012.

a) Hva blir forventet levealder for dem som blir født i 2020, ifølge denne modellen?

b) Bestem i hvilket år nyfødte kan forvente en levealder på 84 år.

c) Bruk $f'(x)$ til å vise at forventet levealder i Norge stadig øker, ifølge denne modellen.

d) Hva vil forventet levealder i Norge gå mot i det lange løp, ifølge modellen?

Oppgave 4 (4 poeng)

Som vist i tabell 1 nedenfor har salget av CD-er i Norge minket de siste årene.

Tabell 1:

Antall år etter 2002	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Omsetning (mill. kroner)	943	866	876	759	659	620	526	473	352	235

a) I hvilket år kan vi regne med at CD-salget er slutt dersom vi går ut fra at utviklingen fortsetter på samme måte?

Omsetningen av nedlastet/streamet musikk har derimot økt, som vist i tabell 2 nedenfor.

Tabell 2:

Antall år etter 2006	0	1	2	3	4	5
Omsetning (mill. kroner)	26	42	57	89	143	248

b) Bestem en eksponentiell modell $f(x)$ som viser omsetningen som funksjon av antall år etter 2006. Hvor stor omsetning kan musikkbransjen regne med i 2013 dersom utviklingen fortsetter på denne måten?

Oppgave 5 (6 poeng)

I starten av et år vurderer Lise å låne 100 000 kroner for å investere i et aksjefond. Lånet er et annuitetslån, og hun må betale 16 274,54 kroner i slutten av hvert år i 10 år for å nedbetale hele lånet, første gang ett år etter låneopptaket.

a) Vis at den årlige renten er på 10 %.

Banken hevder at dersom aksjene har en årlig verdiøkning på 12 %, vil hun sitte igjen med en solid fortjeneste på aksjene.

b) Bestem verdien av aksjene i slutten av det 10. året.

Hennes netto fortjeneste etter 10 år er differansen mellom verdien av det hun har betalt på lånet, og verdien av aksjene.

Vis at hennes netto fortjeneste etter 10 år vil være 51 210,57 kroner.

I stedet for å ta opp dette lånet for å kjøpe aksjer vurderer Lise heller å spare. I slutten av hvert år vil hun sette 16 274,54 kroner inn på en konto med en fast årlig rente. Det første beløpet setter hun inn om ett år.

c) Hva må sparerenten være for at hun skal ha like mye penger i banken om 10 år som verdien av aksjene i oppgave b)?

Oppgave 6 (5 poeng)

I en stor kommune fikk et politisk parti en oppslutning på 6,0 % ved valget for to år siden. I en fersk meningsmåling i kommunen ble 100 tilfeldig valgte personer spurt om hvilket parti de ville ha stemt på om det var valg i dag.

La X være antall personer som i dag ville ha stemt på dette partiet blant 100 tilfeldig valgte personer. Vi går ut fra at X er binomisk fordelt.

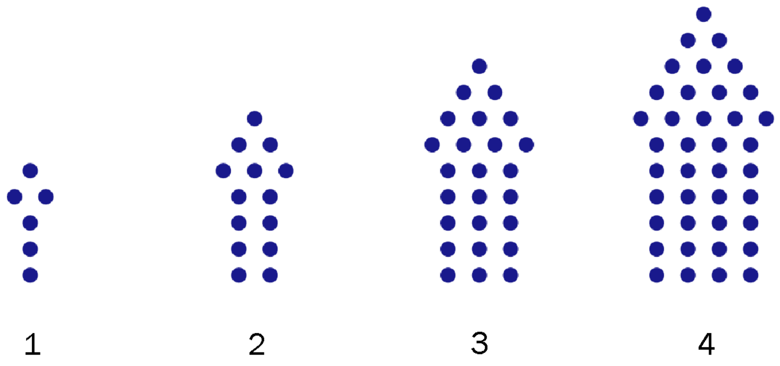
a) Bestem forventningsverdien og standardavviket til X dersom vi går ut fra at partiet fremdeles har en oppslutning på 6,0 %.

Av 100 tilfeldig valgte personer var det 10 som oppga at de nå ville stemme på dette partiet.

b) Sett opp hypoteser og test om partiet har grunn til å tro at de har hatt framgang blant velgerne. Bruk et signifikansnivå på 5 %.

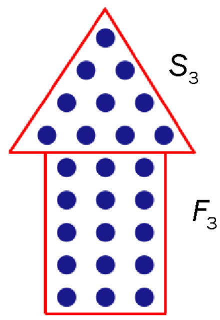
Oppgave 7 (6 poeng)

Antall prikker i figurene nedenfor kaller vi for *piltallene* P_n. Vi ser at $P_1 = 6$ og $P_2 = 14$.



a) Skriv opp de fem første piltallene.

Maria ser at hun kan dele figurene i to slik at hun får en «pilspiss» og et «rektangel». Da er samlet antall prikker $P_n = S_n + F_n$, der S_n er antall prikker i «pilspissen» og F_n er antall prikker i «rektangelet». Figuren nedenfor viser denne oppdelingen for figur nummer 3.



b) Forklar at antall prikker i «pilspissen» på figur nummer n er gitt ved $S_n = \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

c) Bestem en formel for det n-te piltallet P_n.