

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Deriver funksjonene

1) $f(x) = 2x^3 - 5x + 3$

2) $g(x) = \frac{3}{x^3}$

3) $h(x) = x^2 \cdot \ln x$

b) I en aritmetisk tallfølge er $a_4 = 9$ og $a_{10} = 21$.

Bestem a_{15} .

c) Forkort brøken

$$\frac{x^3 - 3x^2 - 13x + 15}{x + 3}$$

d) Forklar at den uendelige rekken nedenfor konvergerer. Bestem summen

$$7 + \frac{14}{9} + \frac{28}{81} + \frac{56}{729} + \dots$$

e) Løs likningen $2^{x^2-2x} = 8$

f) Vi har gitt sannsynlighetsfordelingen

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

1) Finn forventningsverdien $E(X)$

2) Vis at variansen $\text{Var}(X) = \frac{3}{4}$

Tre gutter har tre ulike typer mynter med ulik verdi i lommene. Tabellen nedenfor viser fordelingen av myntene.

Navn	Antall mynter av type 1	Antall mynter av type 2	Antall mynter av type 3	Sum i kroner
Ola	3	2	4	120
Per	2	3	2	75
Inge	2	5	3	105

g) Regn ut verdien til de tre mynttypene ved å løse et likningssystem.

Oppgave 2 (6 poeng)

Trekanttallene er gitt ved formelen $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$, der n er et naturlig tall.

a) Skriv opp de ti første trekanttallene.

Inge påstår at summen av to "nabo-trekanttall" alltid er et kvadrattall.

b) Finn ut om dette gjelder for $a_{14} + a_{15}$ og for $a_{20} + a_{21}$.

c) Finn ut om $a_n + a_{n+1}$ alltid er et kvadrattall.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 3 (9 poeng)

Vi skal undersøke kostnader og inntekter for en bedrift.

- a) Forklar at overskuddet for bedriften er størst når grensekostnaden er lik grenseinntekten.

I bedriften er dagsproduksjonen av en vare x enheter. Kostnadene per enhet er gitt ved

$$E(x) = 0,15x + 7 + \frac{2000}{x} \quad x \in [10, 300]$$

Etterspørselen etter varen er så stor at alt som produseres, blir solgt. Varen selges for 55 kroner per enhet.

- b) Finn funksjonsuttrykk for totalkostnaden K og inntekten I ved produksjon og salg av x enheter.
- c) Tegn grafene til funksjonene K og I i samme koordinatsystem.
- d) Bruk grafene til å bestemme hvilke produksjonsmengder som gir overskudd, og hvilken produksjonsmengde som gir størst overskudd.
- e) Bestem ved regning hvor mange enheter som må produseres og selges for at overskuddet skal bli størst mulig.

Oppgave 4 (4 poeng)

Tre påfølgende kvadrattall kan alltid skrives på formen n^2 , $(n+1)^2$ og $(n+2)^2$
Med for eksempel $n = 1$, får vi kvadrattallene 1, 4 og 9.

Summen av tre påfølgende kvadrattall er 365.

a) Sett opp en likning, løs denne og bestem n og de tre kvadrattallene.

Summen av to påfølgende kvadrattall er 365.

b) Bestem n og de to kvadrattallene.

Oppgave 5 (4 poeng)

Vi har gitt rekken

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

a) 1) Bestem S_{10}

2) Finn et uttrykk for S_n

b) Hvor mange ledd må vi minst ta med for at S_n skal overstige 1000000?

Oppgave 6 (11 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3^{\frac{1}{3}(x^3-3x)} - 1, \quad D_f = \mathbb{R}$$

- Bestem nullpunktene til f ved regning.
- Tegn grafen til f . Forklar hvorfor grafen til f ligger over linjen $y = -1$.
- Bruk kjerneregelen og vis ved regning at $f'(x) = (x^2 - 1) \cdot \ln 3 \cdot 3^{\frac{1}{3}(x^3-3x)}$
- Bestem ved regning for hvilke verdier av x grafen til f vokser, og for hvilke verdier av x grafen avtar. Bestem ved regning topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- Bruk digitale hjelpemidler til å finne en positiv verdi for a slik at

$$\int_0^a f(x) dx = 0$$

Oppgave 7 (8 poeng)

Ved et helsestudio registrerte de kroppsvekten til alle de 320 kundene.

Gjennomsnittsvekten var 79,2 kg med et standardavvik på 6,4 kg. Vi antar at kroppsvekten er normalfordelt.

a)

- 1) Hvor stor andel av kundene veide mellom 75,0 kg og 85,0 kg?
- 2) Hvor stor andel av kundene veide over 100,0 kg?

Helsestudioet vil undersøke om treningen påvirker kroppsvekten. De veier derfor 30 tilfeldig valgte kunder etter en periode med jevnlig trening. Gjennomsnittsvekten for disse 30 kundene er 76,0 kg. Vi antar at standardavviket er uendret.

- b) Sett opp en nullhypotese og en alternativ hypotese som passer til denne problemstillingen.
- c) Undersøk om det er grunnlag for å hevde at gjennomsnittsvekten til kundene i helsestudioet har gått ned. Bruk et signifikansnivå på 5 %.