Utdanningsdirektoratet

Eksamen

23.11.2011

MAT1015 Matematikk 2P

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (18 poeng)

a) Skriv på standardform

1) 533 milliardar

2) 0,000 533

b) Rekn ut

1) $8 \cdot 2^{-2}$

2) $2^3 \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^2$

c) I ein klasse er det 10 elevar. På ein matematikkprøve fekk elevane karakterane

2 1 3 4 5 5 3 6 4 3

Finn medianen, gjennomsnittet og variasjonsbreidda.

d) Ein fotball har ein diameter på ca. 20 cm.
Omkretsen til jorda er ca. 40 000 km ved ekvator.
Vi tenkjer oss at vi legg fotballar langs ekvator rundt heile jorda.

Omtrent kor mange fotballar er det plass til?
Skriv svaret på standardform.

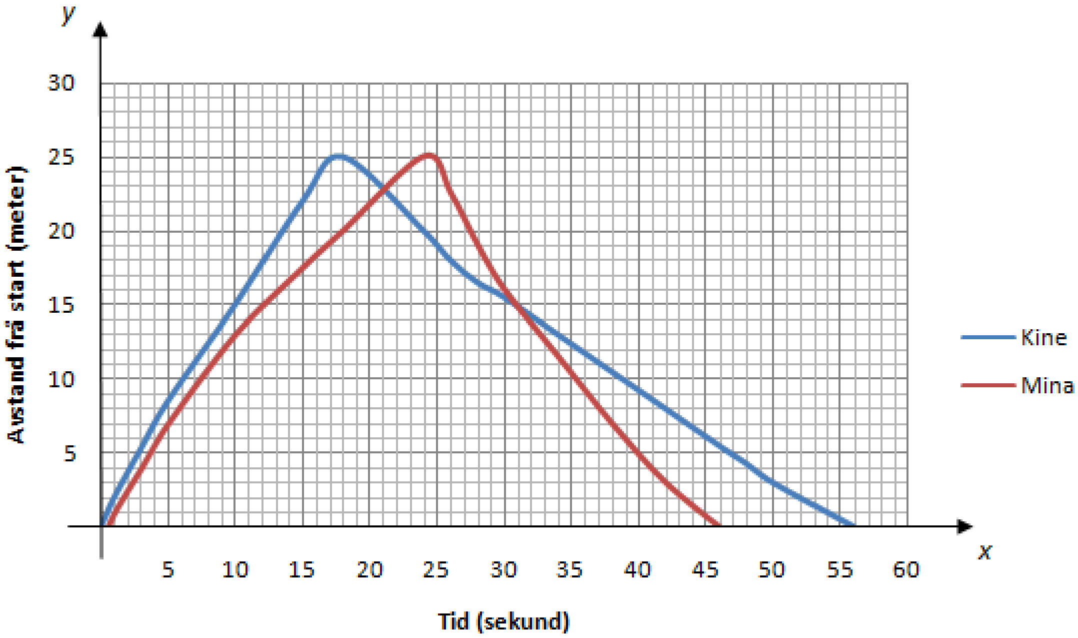
e) 1) Skriv tala nedanfor i titalssystemet:

11_2
110_2
1100_2

2) Forklar kvifor eit tal som er skrive i totalssystemet, blir dobla når vi føyer til ein null.

3) Skriv talet 48 i totalssystemet.

f)



Kine og Mina har delteke i ein symjekonkurranse. Ovanfor ser du ei forenkla grafisk framstilling av symjeturen til Kine (blå graf) og symjeturen til Mina (raud graf).

Kva kan du seie om dei to symjeturane ut frå grafane?

g) Politiet har gjennomført ein fartskontroll i 30 km-sonen utanfor skolen. Resultata er gitt i tabellen nedanfor.

Fart (km/h)	Antall biler
$\left[20,30\right\rangle$	20
$\left[30,40\right\rangle$	20
$\left[40,50\right\rangle$	10

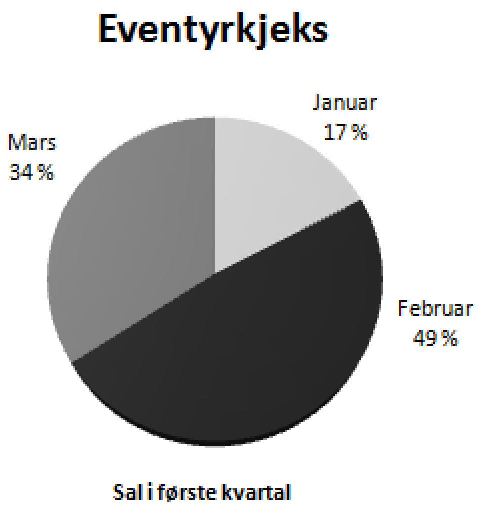
Finn gjennomsnittsfarten.

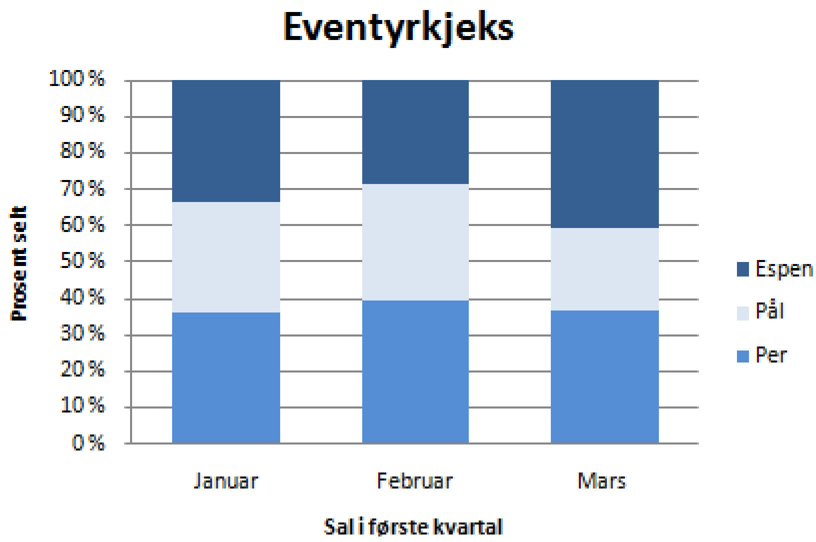
h) For 6 månader sidan kjøpte Snorre aksjar. Nedanfor har han rekna ut kva verdien av aksjane er i dag.

$25\,000 \text{ kroner} \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}008^2 \cdot 0{,}85^3 \approx 16\,380 \text{ kroner}$

Kva kan reknestykket fortelje om korleis verdien av aksjane til Snorre har endra seg?

Oppgåve 2 (6 poeng)





Per, Pål og Espen sel pakkar med Eventyrkjeks. Diagramma ovanfor viser resultat frå første kvartal 2011.

a) Bruk opplysningane i tabellen nedanfor til å lage tilsvarande diagram for andre kvartal 2011.

Sal i andre kvartal			
	April	Mai	Juni
Per	225	90	450
Pål	675	180	450
Espen	0	630	900

b) Lag eit diagram for andre kvartal som viser kor mange pakkar med Eventyrkjeks kvar av dei tre gutane selde kvar månad.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (6 poeng)

Kjelde: http://www.nrk.no/litteratur/3721369.html (03.04.2011)

Nils har funne ei bok på loftet. Tippoldefaren til Nils lånte boka på biblioteket og skulle levert henne inn igjen 23.11.1911.

Nils lurer på kor dyrt dette kunne blitt for tippoldefar dersom biblioteket hadde berekna gebyr for sein innlevering. Han ser for seg at biblioteket kunne ha berekna gebyr etter to ulike modellar.

Modell 1
Eit gebyr på 10 øre ei veke etter at boka skulle vore levert inn igjen, og så 5 øre i tilleggsgebyr for kvar veke som går etter det. (Det vil seie at dersom boka hadde blitt levert tre veker for seint, ville gebyret vore på totalt 20 øre.)

Modell 2
Eit gebyr på 10 øre ei veke etter at boka skulle vore levert inn igjen, og deretter aukar dette gebyret med 0,2 % kvar veke. (Det vil seie at dersom boka hadde blitt levert tre veker for seint, ville gebyret vore på totalt 10,04004 øre.)

I denne oppgåva reknar vi at det er 52 veker i eit år.

a) Tenk deg at tippoldefar leverer inn boka i dag.

1) Kor mykje måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 1?

2) Kor mykje måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 2?

b) For kva for ein av dei to modellane kjem gebyret raskast opp i 10 kroner?

Oppgåve 4 (9 poeng)

Årstal	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Innbyggjartal	650	550	467	396	336	284
Endring frå året før		–100				
Prosentvis endring frå året før		–15,4 %				

Tabellen ovanfor viser innbyggjartallet i ei lita bygd i åra frå 2005 til 2010. Hans og Grete vil ut frå tabellen lage ein matematisk modell som kan brukast til å anslå innbyggjartalet i bygda i åra som kjem. Hans meiner dei bør velje ein lineær modell. Grete er ikkje einig.

a) 1) Teikn av tabellen ovanfor i svaret ditt. Fyll inn tala som skal stå i resten av dei kvite felta.

2) Bruk opplysningane i tabellen. Argumenter for at Hans og Grete ikkje bør velje ein lineær modell, og foreslå kva type modell de bør velje.

La x vere talet på år etter 2005, og la $f(x)$ vere innbyggjartalet i bygda.

b) Bruk regresjon til å finne den modellen du foreslo i a).

c) 1) Kva vil innbyggjartalet i bygda vere i 2020 ifølgje modellen du fann i b)?

2) Kor lang tid vil det gå før innbyggjartalet er under 100 ifølgje denne modellen?

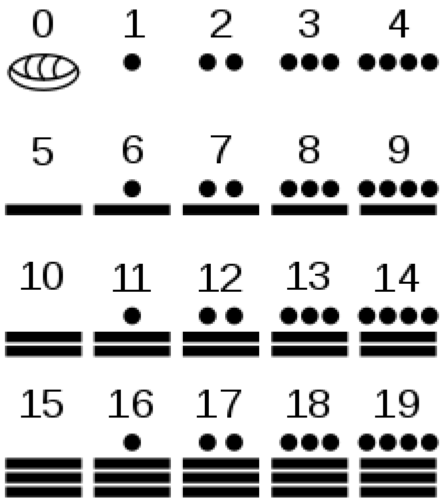
Hans lagar likevel ein lineær modell. Han finn at $y = -62x + 635$.

d) Vurder om denne modellen kan brukast til å beskrive innbyggjartalet i bygda i åra fram til 2020.

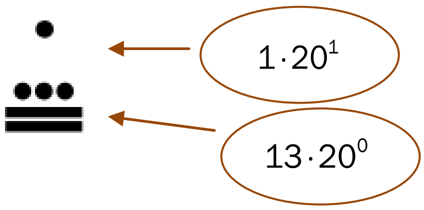
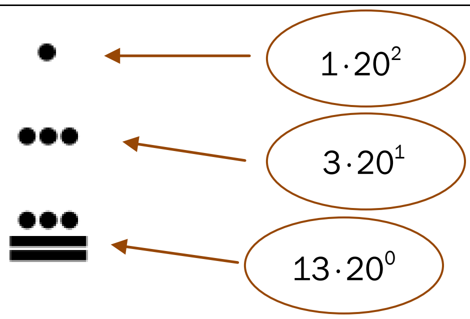
Oppgåve 5 (4 poeng)

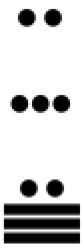
Mayaindianarane i Mellom-Amerika utvikla eit talsystem med 20 som grunntal. Dei einaste symbola dei brukte, var ● for 1, ▬ for 5 og  for 0.

Den første tabellen nedanfor viser mayatala for 0 til 19, og den andre tabellen viser to eksempel på korleis mayaindianarane skreiv tal større enn 19.



Kjelde: http://en.wikipedia.org/wiki/Maya_numerals (01.04.2011)

	$1\cdot 20^1 + 13\cdot 20^0 = 20 + 13 = 33$
	$1\cdot 20^2 + 3\cdot 20^1 + 13\cdot 20^0 = 400 + 60 + 13 = 473$

a) Skriv mayatalet  i vårt titalsystem.

b) Skriv talet 76 slik mayaindianarane ville gjort det.

Oppgåve 6 (8 poeng)

Kjelde: http://www.time-to-run.com/marathon/tokyo/comeback-haile-gebrselassie-postponed (03.03.2011)

Haile Gebrselassie frå Etiopia har vore ein av dei beste langdistanseløparane i verda.
I tabellen nedanfor ser du dei beste tidene hans på nokre distansar.

Distanse x (i meter)	1 500	3 000	5 000	10 000	15 000	16 093	25 000	42 195
Tid T (i minutt)	3,550	7,417	12,656	27,033	41,633	44,400	71,617	123,988

Kjelde: https://netfiles.uiuc.edu/bpence2/www/Geb/Geb.html (25.11.10)

a) Bruk regresjon til å vise at $T(x) = 1{,}44 \cdot 10^{-3} \cdot x^{1{,}07}$ er ein modell for tida T som funksjon av distansen x for resultata til Gebrselassie.

b) Teikn grafen til T.

c) Kor lang tid vil Gebrselassie bruke på ein halvmaraton (21097,5 m) ifølgje modellen i a)?

Pete Riegel har laga ein modell som viser samanhengen mellom tida T_1 ein løpar bruker på ein distanse D_1, og tida T_2 løparen bruker på ein distanse D_2.
Modellen ser slik ut:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{1{,}06}$$

Kjelde: http://www.runnersworld.co.uk/general/rws-race-time-predictor/1681.html (25.11.10)

d) Ta utgangspunkt i tida Gebrselassie bruker på 25 000 m, og rekn ut kor lang tid han vil bruke på ein halvmaraton ifølgje Riegels modell.
Korleis passar dette svaret med modellen du fann i a)?

Oppgåve 7 (9 poeng)

a) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for talmengda:

2 5 21 15 17 5 9 19 10 14 7 3 2 11 13

Vi doblar alle tala i talmengda og får:

4 10 42 30 34 10 18 38 20 28 14 6 4 22 26

b) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for denne talmengda.
Samanlikne med resultata frå a) og kommenter.

Berit får ein idé og set opp tabellen nedanfor.

Talmengd 1 15 tal	2	5	21	15	17	5	9	19	10	14	7	3	2	11	13
Talmengd 2 Dei 15 tala dobla	4	10	42	30	34	10	18	38	20	28	14	6	4	22	26
Talmengd 3 Dei 15 tala tredobla	6	15	63	45	51	15	27	57	30	42	21	9	6	33	39
Talmengd 4 Dei 15 tala firedobla	8	20	84	60	68	20	36	76	40	56	28	12	8	44	52

Hun bereknar median, gjennomsnitt og standardavvik for kvar av talmengdene og påstår no at ho har funne reglar som seier noko om korleis medianen, gjennomsnittet og standardavviket endrar seg når tala i ei talmengd blir dobla, tredobla, firedobla osv.

c) Formuler desse reglane, og grunngi at dei er riktige.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Skriv på standardform

1) 533 milliarder

2) 0,000 533

b) Regn ut

1) $8 \cdot 2^{-2}$

2) $2^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$

c) I en klasse er det 10 elever. På en matematikkprøve fikk elevene karakterene

2 1 3 4 5 5 3 6 4 3

Finn medianen, gjennomsnittet og variasjonsbredden.

d) En fotball har en diameter på ca. 20 cm.
Jordas omkrets er ca. 40 000 km ved ekvator.
Vi tenker oss at vi legger fotballer langs ekvator rundt hele jorda.

Omtrent hvor mange fotballer er det plass til?
Skriv svaret på standardform.

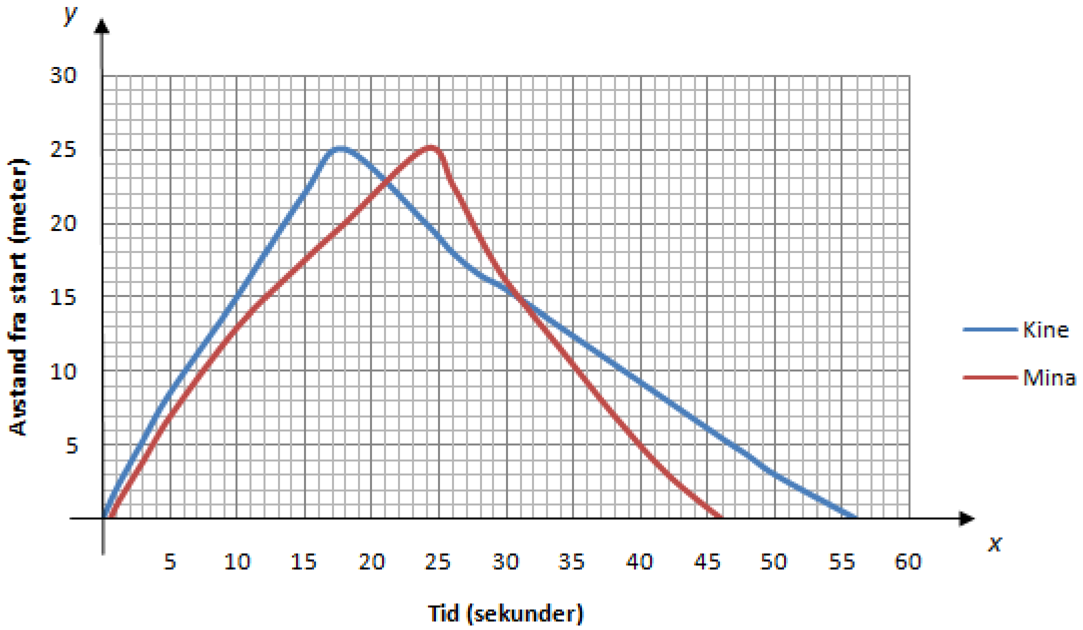
e) 1) Skriv tallene nedenfor i titallssystemet:

11_2
110_2
1100_2

2) Forklar hvorfor et tall som er skrevet i totallssystemet, dobles når vi føyer til en null.

3) Skriv tallet 48 i totallssystemet.

f)



Kine og Mina har deltatt i en svømmekonkurranse. Ovenfor ser du en forenklet grafisk framstilling av svømmeturen til Kine (blå graf) og svømmeturen til Mina (rød graf).

Hva kan du si om de to svømmeturene ut fra grafene?

g) Politiet har gjennomført en fartskontroll i 30 km-sonen utenfor skolen. Resultatene er gitt i tabellen nedenfor.

Fart (km/h)	Antall biler
$[20,30\rangle$	20
$[30,40\rangle$	20
$[40,50\rangle$	10

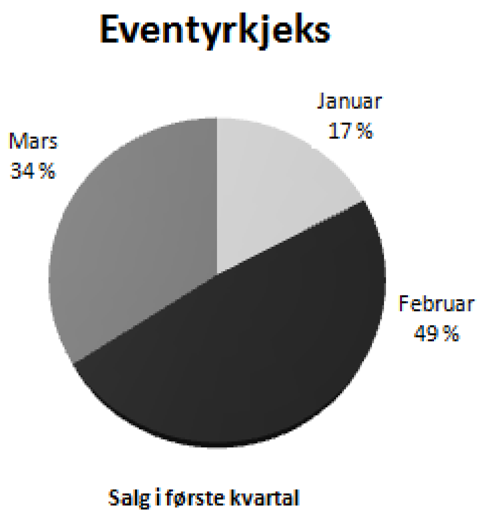
Finn gjennomsnittsfarten.

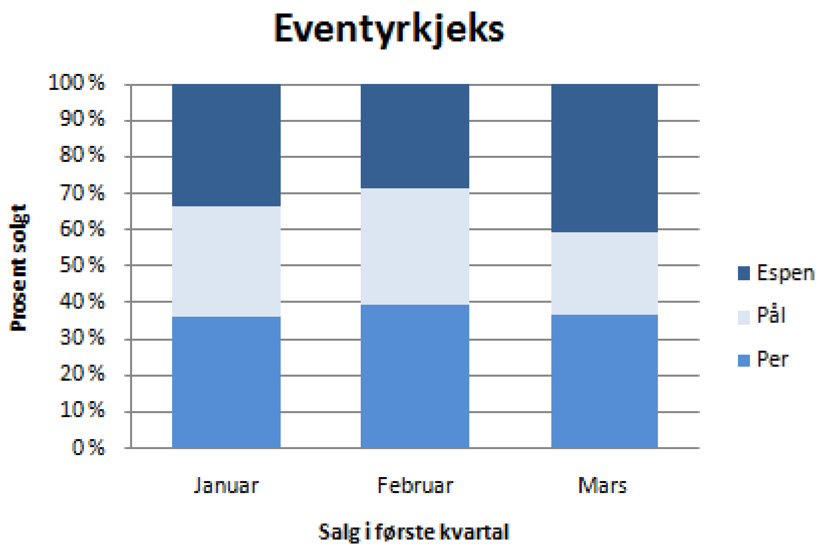
h) For 6 måneder siden kjøpte Snorre aksjer. Nedenfor har han regnet ut hva verdien av aksjene er i dag.

$$25\,000 \text{ kroner} \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}008^2 \cdot 0{,}85^3 \approx 16\,380 \text{ kroner}$$

Hva kan regnestykket fortelle om hvordan verdien av Snorres aksjer har endret seg?

Oppgave 2 (6 poeng)





Per, Pål og Espen selger pakker med Eventyrkjeks. Diagrammene ovenfor viser resultater fra første kvartal 2011.

a) Bruk opplysningene i tabellen nedenfor til å lage tilsvarende diagrammer for andre kvartal 2011.

Salg i andre kvartal			
	April	Mai	Juni
Per	225	90	450
Pål	675	180	450
Espen	0	630	900

b) Lag et diagram for andre kvartal som viser hvor mange pakker med Eventyrkjeks hver av de tre guttene solgte hver måned.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 3 (6 poeng)

Kilde: http://www.nrk.no/litteratur/3721369.html (03.04.2011)

Nils har funnet en bok på loftet. Tippoldefaren til Nils lånte boka på biblioteket og skulle levert den inn igjen 23.11.1911.

Nils lurer på hvor dyrt dette kunne blitt for tippoldefar dersom biblioteket hadde beregnet gebyr for sen innlevering. Han ser for seg at biblioteket kunne beregnet gebyr etter to ulike modeller.

Modell 1
Et gebyr på 10 øre en uke etter at boka skulle vært levert inn igjen, og så 5 øre i tilleggsgebyr for hver uke som går etter det. (Det vil si at dersom boka hadde blitt levert tre uker for sent, ville gebyret vært på totalt 20 øre.)

Modell 2
Et gebyr på 10 øre en uke etter at boka skulle vært levert inn igjen, og deretter øker dette gebyret med 0,2 % hver uke. (Det vil si at dersom boka hadde blitt levert tre uker for sent, ville gebyret vært på totalt 10,04004 øre.)

I denne oppgaven regner vi at det er 52 uker i et år.

a) Tenk deg at tippoldefar leverer inn boka i dag.

1) Hvor mye måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 1?

2) Hvor mye måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 2?

b) For hvilken av de to modellene kommer gebyret raskest opp i 10 kroner?

Oppgave 4 (9 poeng)

Årstall	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Innbyggertall	650	550	467	396	336	284
Endring fra året før		-100				
Prosentvis endring fra året før		$-15,4$ %				

Tabellen ovenfor viser innbyggertallet i en liten bygd i årene fra 2005 til 2010. Hans og Grete vil ut fra tabellen lage en matematisk modell som kan brukes til å anslå innbyggertallet i bygda i årene som kommer. Hans mener de bør velge en lineær modell. Grete er ikke enig.

a) 1) Tegn av tabellen ovenfor i besvarelsen din. Fyll inn tallene som skal stå i resten av de hvite feltene.

2) Bruk opplysningene i tabellen. Argumenter for at Hans og Grete ikke bør velge en lineær modell, og foreslå hvilken type modell de bør velge.

La x være antall år etter 2005, og la $f(x)$ være innbyggertallet i bygda.

b) Bruk regresjon til å finne den modellen du foreslo i a).

c) 1) Hva vil innbyggertallet i bygda være i 2020 ifølge modellen du fant i b)?

2) Hvor lang tid vil det gå før innbyggertallet er under 100 ifølge denne modellen?

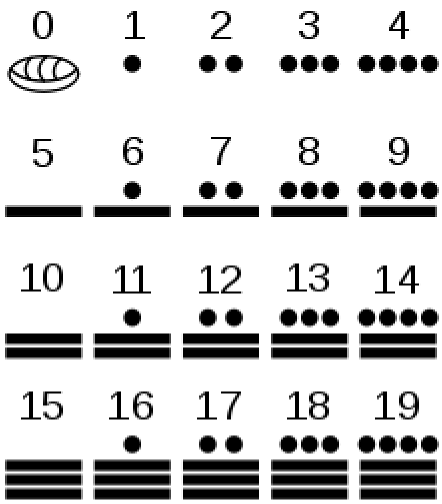
Hans lager likevel en lineær modell. Han finner at $y = -62x + 635$.

d) Vurder om denne modellen kan brukes til å beskrive innbyggertallet i bygda i årene fram til 2020.

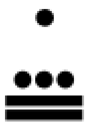
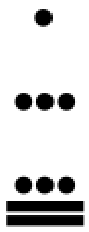
Oppgave 5 (4 poeng)

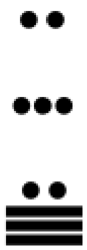
Mayaindianerne i Mellom-Amerika utviklet et tallsystem med 20 som grunntall. De eneste symbolene de brukte, var  for 1, for 5 og  for 0.

Den første tabellen nedenfor viser mayatallene for 0 til 19, og den andre tabellen viser to eksempler på hvordan mayaindianerne skrev tall større enn 19.



Kilde: http://en.wikipedia.org/wiki/Maya_numerals (01.04.2011)

 $1\cdot 20^1$ $13\cdot 20^0$	$1\cdot 20^1 + 13\cdot 20^0 = 20 + 13 = 33$
 $1\cdot 20^2$ $3\cdot 20^1$ $13\cdot 20^0$	$1\cdot 20^2 + 3\cdot 20^1 + 13\cdot 20^0 = 400 + 60 + 13 = 473$

a) Skriv mayatallet  i vårt tiltallssystem.

b) Skriv tallet 76 slik mayaindianerne ville gjort det.

Oppgave 6 (8 poeng)

Kilde: http://www.time-to-run.com/marathon/tokyo/comeback-haile-gebrselassie-postponed (03.03.2011)

Haile Gebrselassie fra Etiopia har vært en av verdens beste langdistanseløpere.
I tabellen nedenfor ser du hans beste tider på noen distanser.

Distanse x (i meter)	1 500	3 000	5 000	10 000	15 000	16 093	25 000	42 195
Tid T (i minutter)	3,550	7,417	12,656	27,033	41,633	44,400	71,617	123,988

Kilde: https://netfiles.uiuc.edu/bpence2/www/Geb/Geb.html (25.11.10)

a) Bruk regresjon til å vise at $T(x) = 1{,}44 \cdot 10^{-3} \cdot x^{1{,}07}$ er en modell for tiden T som funksjon av distansen x for Gebrselassies resultater.

b) Tegn grafen til T.

c) Hvor lang tid vil Gebrselassie bruke på en halvmaraton (21097,5 m) ifølge modellen i a)?

Pete Riegel har laget en modell som viser sammenhengen mellom tiden T_1 en løper bruker på en distanse D_1, og tiden T_2 løperen bruker på en distanse D_2.
Modellen ser slik ut:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{1{,}06}$$

Kilde: http://www.runnersworld.co.uk/general/rws-race-time-predictor/1681.html (25.11.10)

d) Ta utgangspunkt i tiden Gebrselassie bruker på 25 000 m, og regn ut hvor lang tid han vil bruke på en halvmaraton ifølge Riegels modell.
Hvordan passer dette svaret med modellen du fant i a)?

Oppgave 7 (9 poeng)

a) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for tallmengden:

2 5 21 15 17 5 9 19 10 14 7 3 2 11 13

Vi dobler alle tallene i tallmengden og får:

4 10 42 30 34 10 18 38 20 28 14 6 4 22 26

b) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for denne tallmengden.
Sammenlikn med resultatene fra a) og kommenter.

Berit får en idé og setter opp tabellen nedenfor.

Tallmengde 1 15 tall	2	5	21	15	17	5	9	19	10	14	7	3	2	11	13
Tallmengde 2 De 15 tallene doblet	4	10	42	30	34	10	18	38	20	28	14	6	4	22	26
Tallmengde 3 De 15 tallene tredoblet	6	15	63	45	51	15	27	57	30	42	21	9	6	33	39
Tallmengde 4 De 15 tallene firedoblet	8	20	84	60	68	20	36	76	40	56	28	12	8	44	52

Hun beregner median, gjennomsnitt og standardavvik for hver av tallmengdene og påstår at hun har funnet regler som sier noe om hvordan medianen, gjennomsnittet og standardavviket endrer seg når tallene i en tallmengde dobles, tredobles, firedobles osv.

c) Formuler disse reglene, og gi en begrunnelse for at de er riktige.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet