

# Eksamen

25.05.2012

MAT1015 Matematikk 2P

# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
<b>Hjelpemiddel på Del 1:</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
<b>Hjelpemiddel på Del 2:</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte:</b>	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.  Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
<b>Rettleiing om vurderinga:</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li></ul>

## DEL 1 Utan hjelpemiddel

### Oppgåve 1 (14 poeng)

a)

Talet p� datamaskiner	Talet p� elever
1	3
2	4
3	3
4	6
5	2
6	2

20 elever blir spurde om kor mange datamaskiner dei har heime. Sj  tabellen ovanfor. Finn variasjonsbreidda, typetalet, medianen og gjennomsnittet.

b) Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5,0 \cdot 10^5 \cdot 6,0 \cdot 10^6}{2,5 \cdot 10^{-4}}$$

c) Ein bil kostar 250 000 kroner. Verdien av bilen går ned med 15 % per år.

Forklar kva for eit av reknestykka nedanfor som kan brukast for   finne kor mykje bilen er verd etter 10 år.

1)  $250000 - 10 \cdot \frac{250000 \cdot 15}{100}$

2)  $250000 \cdot 0,15^{10}$

3)  $250000 \cdot 0,85^{10}$

- d) I Noreg er det ca. 5 millionar innbyggjarar. Det norske oljefondet er på ca. 3000 milliardar kroner.

Tenk deg at oljefondet blei delt likt mellom innbyggjarane i Noreg.

Omtrent kor mykje ville kvar innbyggjar ha fått?  
Skriv svaret på standardform.

- e) Nedanfor ser du kor mange tekstmeldingar kvar av dei 20 elevane i ei 2P-gruppe sende i løpet av ei veke:

4 88 69 21 66 8 16 57 86 21 37 22 78 27 28 44 42 71 82 95

- 1) Grupper datamaterialet i klassar med breidd 20. La den første klassen starte med 0.

I kva klasse ligg medianen?

- 2) Finn gjennomsnittet i det klassesdelte materialet.

## Oppgåve 2 (4 poeng)

Titalsystemet

24
4
31
41

Andre plassverdisystem

120
131
1011
100

I ramma til venstre ovanfor har vi skrive fire tal i titalsystemet. I ramma til høgre har vi skrive dei same tala i plassverdisystem med grunntal 2, 3, 4 eller 5.

Teikn av rammene og kopl saman tala som har same verdi.  
Forklar korleis du kjem fram til svara.

### Oppgåve 3 (6 poeng)

Elev	Praktisk situasjon	Modell	Sp�rsm�l
Stian	Eg har laga nokre armb�nd. Armb�nda skal eg selje for 50 kroner per stykk.	Eg treng ein modell som viser kor mykje eg kan tene.	Kor mykje tener eg dersom eg sel fem armb�nd?
Sondre	Eg har k�pt ei krukke med 150 drops. Kvar dag vil eg ete fem drops.	Eg treng ein modell som viser kor mange drops eg har igjen i krukka kvar dag.	Kor mange dagar g�r det f�r eg har ete opp halvparten av dropsa?
Sebastian	Eg skal klippe ut rektangelforma t�ystykke i ulike storleikar. Lengda av kvart t�ystykke skal vere 2,0 cm st�rre enn breidda.	Eg treng ein modell som viser kor stort arealet av kvart t�ystykke blir.	Kor stort blir arealet av eit t�ystykke dersom eg vel at breidda skal vere 3,0 cm?

Ovanfor har tre elevar skildra tre ulike situasjonar.

Ta for deg kvar av dei tre situasjonane.

- Svar på spørsmålet til eleven.
- Foreslå ein matematisk modell.
- Sei noko om kva grenser modellen har.

## DEL 2

### Med hjelpemiddel

#### Oppgave 4 (8 poeng)

Sofie og Christer skal kjøpe leiligheit og må låne pengar i banken. Banken vil berre gi lån på 80 % av kjøpesummen. Resten av pengane må dei skaffe sjølve, såkalla eigenkapital.

Sofie og Christer har ein eigenkapital på 230 000 kroner.

a) Vis at dei kan låne 920 000 kroner i banken.

Leiligheita kostar 1 150 000 kroner, og vi går ut frå at verdiauken vil vere på 7,0 % per år.

b) Kva vil verdien av leiligheita vere etter eitt år?  
Kva vil verdien av leiligheita vere etter ti år?

Tabellen nedanfor viser dei fem første åra av ein tilbakebetalingsplan med årlege terminar for eit lån på 920 000 kroner.

Termin	Renter (kroner)	Avdrag (kroner)	Terminbeløp (kroner)	Restlån (kroner)
1	41 400	29 326	70 726	890 674
2	40 080	30 646	70 726	860 028
3	38 701	32 025	70 726	828 003
4	37 260	33 466	70 726	794 538
5	35 754	34 972	70 726	759 566

c) Kva er den årlege renta, i prosent, på dette lånet?

Dersom restlånet på leiligheita kjem under 60 % av verdien av leiligheita, kan Sofie og Christer kontakte banken for å få ei lågare årleg rente.

d) Kor lang tid tek det før Sofie og Christer kan få ei lågare årleg rente?

## Oppgave 5 (6 poeng)

Ein dag gjorde klasse 1A eit forsøk i naturfagtimen. Seks elevar sleppte kvar si stålkule frå 1 m høgd og målte tida det tok før kula treffe bakken.

Resultata ser du i tabellen nedanfor.

Elev	1	2	3	4	5	6
Tid (sekund)	0,46	0,45	0,47	0,44	0,52	0,46

- a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for måleresultata.

Klassen la merke til at elev nummer 5 målte ei større falltid enn dei andre. Mange meinte at dette resultatet måtte komme av målefeil, og at det derfor burde forkastast.

Da gav fysikklærer Strøm dei denne regelen:

«Når vi har seks målingar, kan vi forkaste eit måleresultat dersom det ligg meir enn 1,4 standardavvik frå gjennomsnittet.»

- b) Finn ut om måleresultatet til elev nummer 5 kan forkastast dersom vi bruker regelen ovanfor.

- c) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for dei fem andre måleresultata.

Korleis har gjennomsnitt og standardavvik endra seg? Verkar dette rimeleg? Forklar.

## Oppgave 6 (8 poeng)

Tabellen nedanfor viser folketalet i verda nokre utvalde år.

Årstal	1927	1961	1974	1987	1999	2011
Folketal (milliardar)	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0

La  $x$  vere talet på år etter 1900 (i 1900 er  $x = 0$ , i 1901 er  $x = 1$ , og så vidare).

- Bruk regresjon til å vise at funksjonen  $f$  gitt ved  $f(x) = 1,27 \cdot 1,016^x$  kan brukast som modell for å beskrive korleis folketalet i verda har endra seg i åra 1927–2011.
- Kor mange prosent aukar folketalet med per år ifølgje modellen i a)?
- Når var folketalet 4,6 milliardar ifølgje modellen i a)?
- Kor lang tid går det ifølgje modellen i a) mellom kvar gong folketalet blir fordobla? Korleis stemmer dette med tala i tabellen ovanfor?

FN har utarbeidd prognosar som seier at folketalet i verda skal passere 8 milliardar i 2025 og 9 milliardar i 2045.

- Vurder om modellen i a) passar med desse prognosane.



## Oppgave 7 (6 poeng)

Tabellen nedanfor viser konsumprisindeksen i Noreg i perioden frå 1998 til 2011.

Årstal	Konsumprisindeks
1998	100
1999	102,3
2000	105,5
2001	108,7
2002	110,1
2003	112,8
2004	113,3
2005	115,1
2006	117,7
2007	118,6
2008	123,1
2009	125,7
2010	128,8
2011	130,4

Kjelder: <http://www.ssb.no/emner/08/02/10/kpi/tab-01.html> (15.02.2011)

- a) Marker verdiane frå tabellen som punkt i eit koordinatsystem der  $x$ -aksen viser talet på år etter 1998 (1998 tilsvarer  $x = 0$ ) og  $y$ -aksen viser konsumprisindeksen.

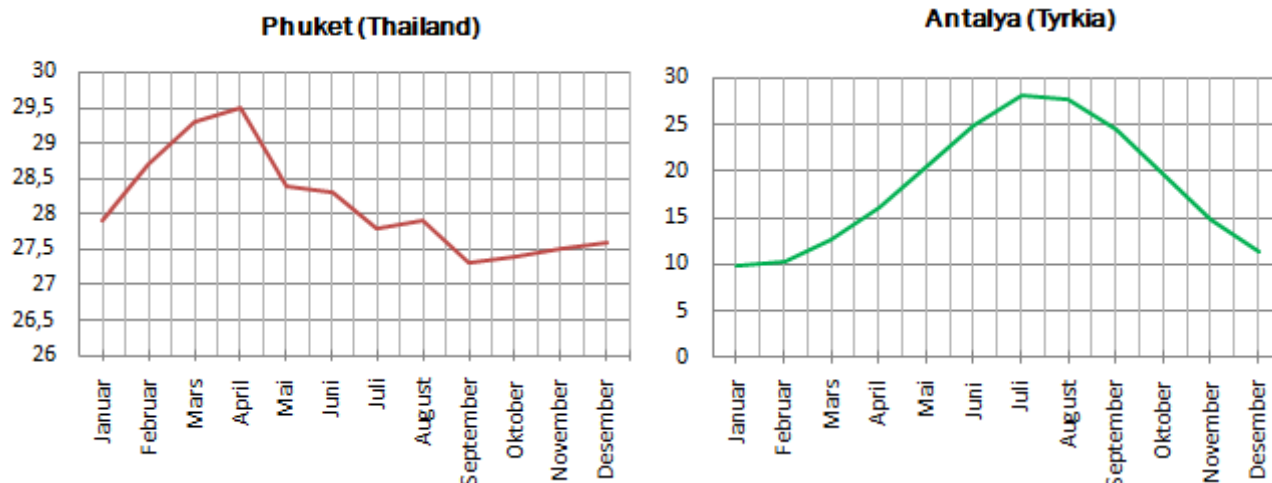
Bruk regresjon til å finne ei rett linje som passar med punkta i koordinatsystemet.

- b) Kva vil konsumprisindeksen bli i 2030 ifølgje modellen i a)?

Myndigheitene har sidan 2001 hatt som mål at konsumprisindeksen skal stige med 2,5 % per år.

- c) Kva ville konsumprisindeksen ha blitt i 2030 dersom han hadde stige med 2,5 % per år frå 2001 til 2030?

## Oppgave 8 (8 poeng)



Ovanfor ser du linjediagram som viser gjennomsnittstemperaturen per måned ved to kjende feriestader.

- Bruk diagramma og lag ein tabell som viser gjennomsnittstemperaturen per måned for kvar av dei to stadene Phuket og Antalya.
- 1) Finn gjennomsnittstemperaturen per år for kvar av dei to stadene.
  - 2) Finn standardavviket for temperaturane i a) for kvar av dei to stadene.

Jon påstår at det er godt samsvar mellom diagramma og resultatata frå b). Asbjørn er einig, men meiner at diagramma lett kan tolkast feil.

- Forklar kvifor diagramma lett kan tolkast feil. Korleis kunne diagramma vore laga for å unngå dette?
- Lag eitt nytt diagram som viser gjennomsnittstemperaturen på begge stadene måned for måned.

# Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1:</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
<b>Hjelpemidler på Del 2:</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte:</b>	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.  Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul>

## DEL 1 Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (14 poeng)

a)

Antall datamaskiner	Antall elever
1	3
2	4
3	3
4	6
5	2
6	2

20 elever blir spurt om hvor mange datamaskiner de har hjemme. Se tabellen ovenfor. Finn variasjonsbredden, typetallet, medianen og gjennomsnittet.

b) Regn ut og skriv svaret på standardform

$$\frac{5,0 \cdot 10^5 \cdot 6,0 \cdot 10^6}{2,5 \cdot 10^{-4}}$$

c) En bil koster 250 000 kroner. Bilens verdi avtar med 15 % per år.

Forklar hvilket av regnestykkene nedenfor som kan brukes for å finne hvor mye bilen er verd etter 10 år.

1)  $250000 - 10 \cdot \frac{250000 \cdot 15}{100}$

2)  $250000 \cdot 0,15^{10}$

3)  $250000 \cdot 0,85^{10}$

- d) I Norge er det ca. 5 millioner innbyggere. Det norske oljefondet er på ca. 3000 milliarder kroner.

Tenk deg at oljefondet ble delt likt mellom innbyggerne i Norge.

Omtrent hvor mye ville hver innbygger fått?  
Skriv svaret på standardform.

- e) Nedenfor ser du hvor mange tekstmeldinger hver av de 20 elevene i en 2P-gruppe sendte i løpet av en uke:

4 88 69 21 66 8 16 57 86 21 37 22 78 27 28 44 42 71 82 95

- 1) Grupper datamaterialet i klasser med bredde 20. La den første klassen starte med 0.

I hvilken klasse ligger medianen?

- 2) Finn gjennomsnittet i det klassesdelte materialet.

## Oppgave 2 (4 poeng)

Titallsystemet

24
4
31
41

Andre plassverdisystemer

120
131
1011
100

I rammen til venstre ovenfor har vi skrevet fire tall i titallsystemet. I rammen til høyre har vi skrevet de samme tallene i plassverdisystemer med grunntall 2, 3, 4 eller 5.

Tegn av rammene og kobl sammen tallene som har samme verdi.  
Forklar hvordan du kommer fram til svarene.

### Oppgave 3 (6 poeng)

Elev	Praktisk situasjon	Modell	Spørsmål
Stian	Jeg har laget noen armbånd. Armbåndene skal jeg selge for 50 kroner per stykk.	Jeg trenger en modell som viser hvor mye jeg kan tjene.	Hvor mye tjener jeg dersom jeg selger fem armbånd?
Sondre	Jeg har kjøpt en krukke med 150 drops. Hver dag vil jeg spise fem drops.	Jeg trenger en modell som viser hvor mange drops jeg har igjen i krukka hver dag.	Hvor mange dager går det før jeg har spist opp halvparten av dropsene?
Sebastian	Jeg skal klippe ut rektangelformede tøystykker i ulike størrelser. Lengden av hvert tøyestykke skal være 2,0 cm større enn bredden.	Jeg trenger en modell som viser hvor stort arealet av hvert tøyestykke blir.	Hvor stort blir arealet av et tøyestykke dersom jeg velger at bredden skal være 3,0 cm?

Ovenfor har tre elever beskrevet tre ulike situasjoner.

Ta for deg hver av de tre situasjonene.

- Svar på elevens spørsmål.
- Foreslå en matematisk modell.
- Si noe om modellens begrensninger.

## DEL 2

### Med hjelpemidler

#### Oppgave 4 (8 poeng)

Sofie og Christer skal kjøpe leilighet og må låne penger i banken. Banken vil bare gi lån på 80 % av kjøpesummen. Resten av pengene må de skaffe selv, såkalt egenkapital.

Sofie og Christer har en egenkapital på 230 000 kroner.

a) Vis at de kan låne 920 000 kroner i banken.

Leiligheten koster 1 150 000 kroner, og vi antar at verdiøkningen vil være på 7,0 % per år.

b) Hva vil verdien av leiligheten være etter ett år?  
Hva vil verdien av leiligheten være etter ti år?

Tabellen nedenfor viser de fem første årene av en tilbakebetalingsplan med årlige terminer for et lån på 920 000 kroner.

Termin	Renter (kroner)	Avdrag (kroner)	Terminbeløp (kroner)	Restlån (kroner)
1	41 400	29 326	70 726	890 674
2	40 080	30 646	70 726	860 028
3	38 701	32 025	70 726	828 003
4	37 260	33 466	70 726	794 538
5	35 754	34 972	70 726	759 566

c) Hva er den årlige renten, i prosent, på dette lånet?

Dersom restlånet på leiligheten kommer under 60 % av leilighetens verdi, kan Sofie og Christer kontakte banken for å få en lavere årlig rente.

d) Hvor lang tid tar det før Sofie og Christer kan få en lavere årlig rente?

## Oppgave 5 (6 poeng)

En dag gjorde klasse 1A et forsøk i naturfagtimen. Seks elever slapp hver sin stålkule fra 1 m høyde og målte tiden det tok før kulen traff bakken.

Resultatene ser du i tabellen nedenfor.

Elev	1	2	3	4	5	6
Tid (sekunder)	0,46	0,45	0,47	0,44	0,52	0,46

- a) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for måleresultatene.

Klassen la merke til at elev nummer 5 målte en større falltid enn de andre. Mange mente at dette resultatet måtte skyldes målefeil, og at det derfor burde forkastes.

Da ga fysikklærer Strøm dem denne regelen:

«Når vi har seks målinger, kan vi forkaste et måleresultat dersom det ligger mer enn 1,4 standardavvik fra gjennomsnittet.»

- b) Finn ut om måleresultatet til elev nummer 5 kan forkastes dersom vi bruker regelen ovenfor.
- c) Bestem gjennomsnittet og standardavviket for de fem andre måleresultatene.

Hvordan har gjennomsnitt og standardavvik endret seg? Virker dette rimelig? Forklar.



## Oppgave 6 (8 poeng)

Tabellen nedenfor viser folketallet i verden noen utvalgte år.

Årstall	1927	1961	1974	1987	1999	2011
Folketall (milliarder)	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0

La  $x$  være antall år etter 1900 (i 1900 er  $x = 0$ , i 1901 er  $x = 1$ , og så videre).

- Bruk regresjon til å vise at funksjonen  $f$  gitt ved  $f(x) = 1,27 \cdot 1,016^x$  kan brukes som modell for å beskrive hvordan folketallet i verden har endret seg i årene 1927–2011.
- Hvor mange prosent øker folketallet med per år ifølge modellen i a)?
- Når var folketallet 4,6 milliarder ifølge modellen i a)?
- Hvor lang tid går det ifølge modellen i a) mellom hver gang folketallet fordobles? Hvordan stemmer dette med tallene i tabellen ovenfor?

FN har utarbeidet prognoser som sier at folketallet i verden skal passere 8 milliarder i 2025 og 9 milliarder i 2045.

- Vurder om modellen i a) passer med disse prognosene.

## Oppgave 7 (6 poeng)

Tabellen nedenfor viser konsumprisindeksen i Norge i perioden fra 1998 til 2011.

Årstall	Konsumprisindeks
1998	100
1999	102,3
2000	105,5
2001	108,7
2002	110,1
2003	112,8
2004	113,3
2005	115,1
2006	117,7
2007	118,6
2008	123,1
2009	125,7
2010	128,8
2011	130,4

Kilde: <http://www.ssb.no/emner/08/02/10/kpi/tab-01.html> (15.02.2011)

- a) Marker verdiene fra tabellen som punkter i et koordinatsystem der  $x$  - akse viser antall år etter 1998 (1998 tilsvarer  $x = 0$ ) og  $y$  - akse viser konsumprisindeksen.

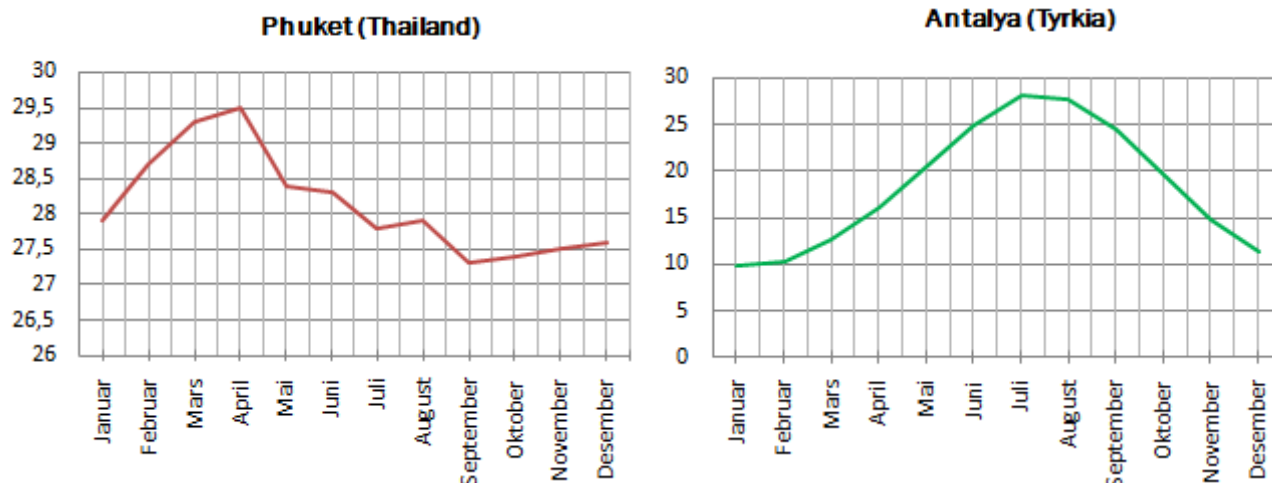
Bruk regresjon til å finne en rett linje som passer med punktene i koordinatsystemet.

- b) Hva vil konsumprisindeksen bli i 2030 ifølge modellen i a)?

Myndighetene har siden 2001 hatt som mål at konsumprisindeksen skal stige med 2,5 % per år.

- c) Hva ville konsumprisindeksen ha blitt i 2030 dersom den hadde steget med 2,5 % per år fra 2001 til 2030?

## Oppgave 8 (8 poeng)



Ovenfor ser du linjediagram som viser gjennomsnittstemperaturen per måned ved to kjente feriesteder.

- Bruk diagrammene og lag en tabell som viser gjennomsnittstemperaturen per måned for hvert av de to stedene Phuket og Antalya.
- 1) Finn gjennomsnittstemperaturen per år for hvert av de to stedene.
  - 2) Finn standardavviket for temperaturene i a) for hvert av de to stedene.

Jon påstår at det er godt samsvar mellom diagrammene og resultatene fra b). Asbjørn er enig, men mener at diagrammene lett kan tolkes feil.

- Forklar hvorfor diagrammene lett kan tolkes feil. Hvordan kunne diagrammene vært laget for å unngå dette?
- Lag ett nytt diagram som viser gjennomsnittstemperaturen på begge stedene måned for måned.

Schweigaards gate 15  
Postboks 9359 Grønland  
0135 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)