

Eksamen

23.11.2011

MAT1005 Matematikk 2P-Y

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none">– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing– gjennomfører logiske resonnement– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel– vurderer om svar er rimelege– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1 Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (18 poeng)

a) Skriv på standardform

0,000 533

b) Rekn ut

1) $8 \cdot 2^{-2}$

2) $2^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$

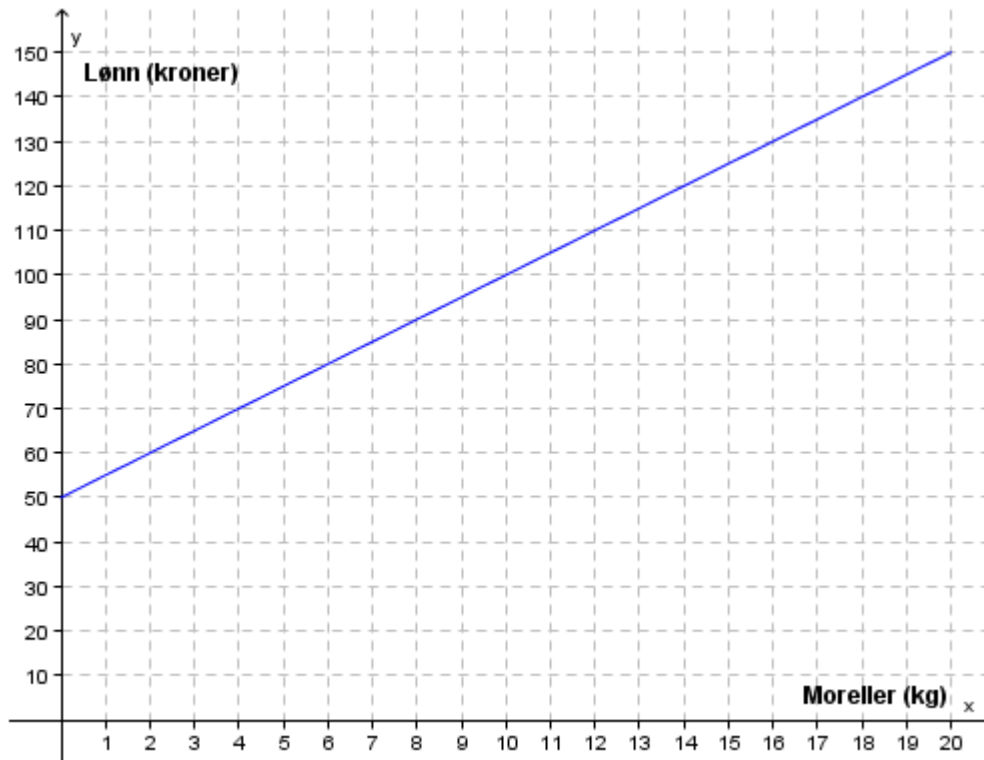
c) Politiet har gjennomført ein fartskontroll i 30 km-sonen utanfor skolen. Resultata er gitt i tabellen nedanfor.

Fart (km/h)	Antall biler
$[20,30)$	20
$[30,40)$	20
$[40,50)$	10



Finn gjennomsnittsfarten.

d)



Ivar plukkar morellar. Den grafiske framstillinga ovanfor viser kor mykje han tener i løpet av ein time når han plukkar x kg.

Forklar korleis lønna til Ivar blir berekna.

e) I ein klasse er det 10 elevar. På ein matematikkprøve fekk elevane karakterane

2 1 3 4 5 5 3 6 4 3

Finn medianen, gjennomsnittet og variasjonsbreidda.

- f) For 6 månader sidan kjøpte Snorre aksjar. Nedanfor har han rekna ut kva verdien av aksjane er i dag.

$$25\,000 \text{ kroner} \cdot 1,05 \cdot 1,008^2 \cdot 0,85^3 \approx 16\,380 \text{ kroner}$$

Kva kan reknestykket fortelje om korleis verdien av aksjane til Snorre har endra seg?

g)



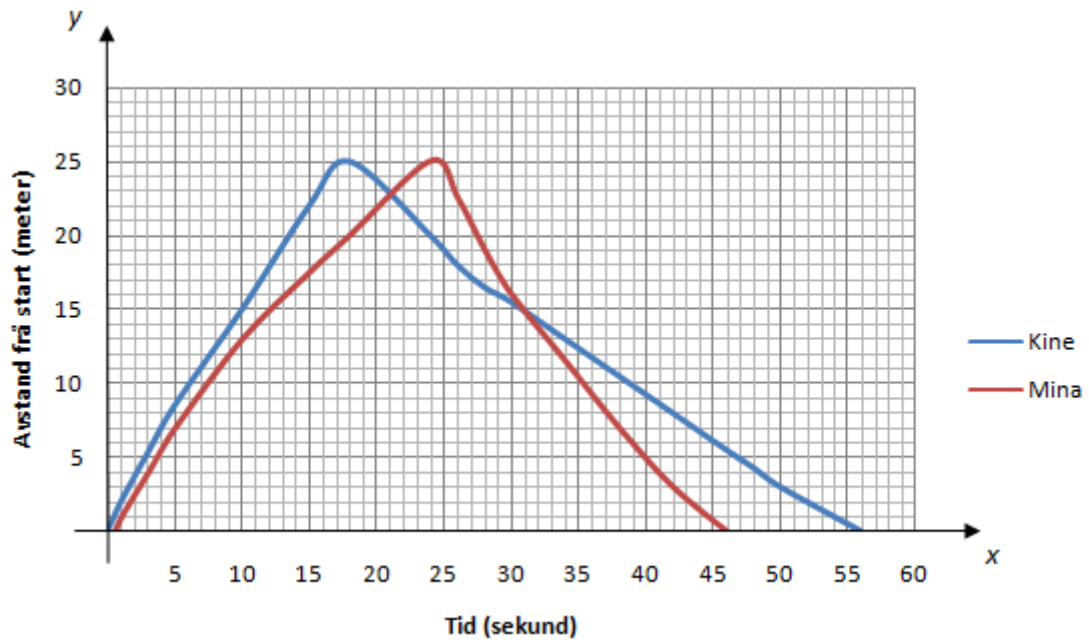
Kjelde: <http://www.kraftfoods.nordic.com/kraft/page?siteid=kraft-prd&locale=nono.1&PageRef=3204&Mid=3204> (08.03.2011)

Eva har éin pakke blåbærgelé, to pakkar kiwigelé, to pakkar sitrongelé og tre pakkar bringebærgelé.

Ho tek tilfeldig to pakkar gelé.

- 1) Kva er sannsynet for at den første pakken ho tek, er kiwigelé?
- 2) Kva er sannsynet for at ho tek to pakkar kiwigelé?
- 3) Kva er sannsynet for at ho tek éin pakke kiwigelé og éin pakke blåbærgelé?

h)

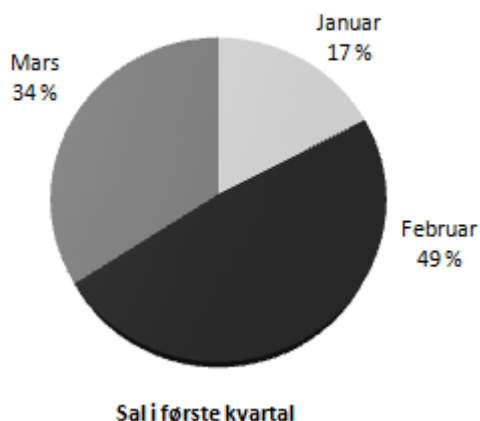


Kine og Mina har delteke i ein symjekomkurransse. Ovanfor ser du ei forenkla grafisk framstilling av symjeturen til Kine (blå graf) og symjeturen til Mina (raud graf).

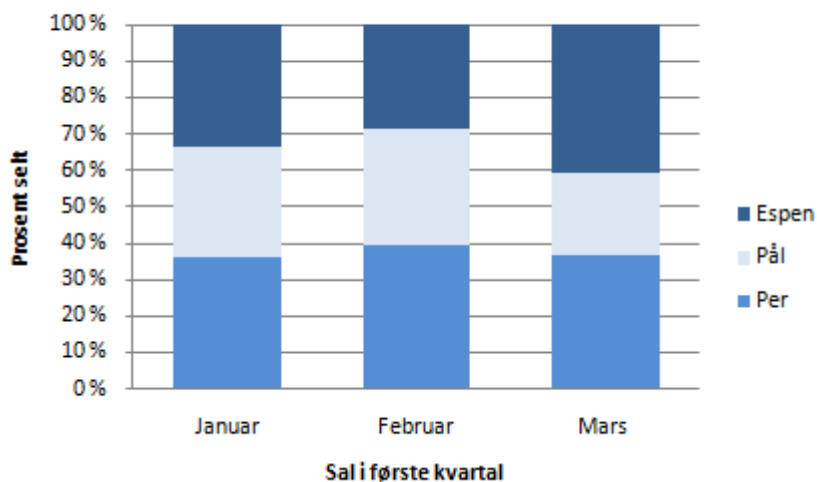
Kva kan du seie om dei to symjeturane ut frå grafane?

Oppgåve 2 (6 poeng)

Eventyrkjeks



Eventyrkjeks



Per, Pål og Espen sel pakkar med Eventyrkjeks. Diagramma ovanfor viser resultat frå første kvartal 2011.

- a) Bruk opplysningane i tabellen nedanfor til å lage tilsvarende diagram for andre kvartal 2011.

Sal i andre kvartal			
	April	Mai	Juni
Per	225	90	450
Pål	675	180	450
Espen	0	630	900

- b) Lag eit diagram for andre kvartal som viser kor mange pakkar med Eventyrkjeks kvar av dei tre gutane selde kvar månad.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (6 poeng)



Kjelde: <http://www.nrk.no/litteratur/3721369.html>
(03.04.2011)

Nils har funne ei bok på loftet. Tippoldefaren til Nils lånte boka på biblioteket og skulle levert henne inn igjen 23.11.1911.

Nils lurar på kor dyrt dette kunne blitt for tippoldefar dersom biblioteket hadde berekna gebyr for sein innlevering. Han ser for seg at biblioteket kunne ha berekna gebyr etter to ulike modellar.

Modell 1

Eit gebyr på 10 øre ei veke etter at boka skulle vore levert inn igjen, og så 5 øre i tilleggsgebyr for kvar veke som går etter det. (Det vil seie at dersom boka hadde blitt levert tre veker for seint, ville gebyret vore på totalt 20 øre.)


Modell 2

Eit gebyr på 10 øre ei veke etter at boka skulle vore levert inn igjen, og deretter aukar dette gebyret med 0,2 % kvar veke. (Det vil seie at dersom boka hadde blitt levert tre veker for seint, ville gebyret vore på totalt 10,04004 øre.)


I denne oppgåva reknar vi at det er 52 veker i eit år.

- a) Tenk deg at tippoldefar leverer inn boka i dag.
- 1) Kor mykje måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 1?
 - 2) Kor mykje måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 2?
- b) For kva for ein av dei to modellane kjem gebyret raskast opp i 10 kroner?



Oppgave 4 (4 poeng)

Mayaindianarane i Mellom-Amerika utvikla eit talsystem med 20 som grunntal. Dei einaste symbola dei brukte, var ● for 1, — for 5 og  for 0.

Den første tabellen nedanfor viser mayatala for 0 til 19, og den andre tabellen viser to eksempel på korleis mayaindianarane skreiv tal større enn 19.

0	1	2	3	4
	●	●●	●●●	●●●●
5	6	7	8	9
—	— ●	— ●●	— ●●●	— ●●●●
10	11	12	13	14
— —	— ●	— ●●	— ●●●	— ●●●●
15	16	17	18	19
— — —	— ●	— ●●	— ●●●	— ●●●●

Kjelde: http://en.wikipedia.org/wiki/Maya_numerals
(01.04.2011)

 <p>← $1 \cdot 20^1$</p> <p>← $13 \cdot 20^0$</p>	$1 \cdot 20^1 + 13 \cdot 20^0 = 20 + 13 = 33$
 <p>← $1 \cdot 20^2$</p> <p>← $3 \cdot 20^1$</p> <p>← $13 \cdot 20^0$</p>	$1 \cdot 20^2 + 3 \cdot 20^1 + 13 \cdot 20^0 = 400 + 60 + 13 = 473$

a) Skriv mayatalet  i vårt talsystem.

b) Skriv talet 76 slik mayaindianarane ville gjort det.

Oppgave 5 (9 poeng)

Årstal	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Innbyggjartal	650	550	467	396	336	284
Endring frå året før		-100				
Prosentvis endring frå året før		-15,4 %				

Tabellen ovanfor viser innbyggjartallet i ei lita bygd i åra frå 2005 til 2010. Hans og Grete vil ut frå tabellen lage ein matematisk modell som kan brukast til å anslå innbyggjartalet i bygda i åra som kjem. Hans meiner dei bør velje ein lineær modell. Grete er ikkje einig.

- a) 1) Teikn av tabellen ovanfor i svaret ditt. Fyll inn tala som skal stå i resten av dei kvite felta.
- 2) Bruk opplysningane i tabellen. Argumenter for at Hans og Grete ikkje bør velje ein lineær modell, og foreslå kva type modell de bør velje.

La x vere talet på år etter 2005, og la $f(x)$ vere innbyggjartalet i bygda.

- b) Bruk regresjon til å finne den modellen du foreslo i a).
- c) 1) Kva vil innbyggjartalet i bygda vere i 2020 ifølgje modellen du fann i b)?
- 2) Kor lang tid vil det gå før innbyggjartalet er under 100 ifølgje denne modellen?

Hans lagar likevel ein lineær modell. Han finn at $y = -62x + 635$.

- d) Vurder om denne modellen kan brukast til å beskrive innbyggjartalet i bygda i åra fram til 2020.

Oppgave 6 (4 poeng)



Kjelde: <http://www.adressa.no/nyheter/trondheim/article512519.ece>
(27.12.2010)

I klasse 1B er det 12 jenter og 15 gutar. 8 av jentene og 9 av gutane køyrer moped til skolen.

a) Systematiser opplysningane ovanfor i ein krysstabell eller i eit venndiagram.

Vi trekkjer tilfeldig ein elev frå klassen.

b) Kva er sannsynet for at eleven ikkje køyrer moped?

Vi trekkjer tilfeldig ein av elevane frå klassen som køyrer moped.

c) Kva er sannsynet for at denne eleven er ein gut?

Oppgave 7 (4 poeng)

I denne oppgava skal vi sjå på kor mykje det kostar å lage ein kopp kaffe med tre ulike typar kaffemaskiner.

Maskin 1	Maskin 2	Maskin 3
Pris: 1500 kroner	Pris: 700 kroner	Pris: 9000 kroner
Driftsutgifter per kopp: 2,71 kroner	Driftsutgifter per kopp: 3,12 kroner	Driftsutgifter per kopp: 1,27 kroner

- a) Kor mange koppar må du lage for at det skal lønne seg å kjøpe høvesvis maskin 1, maskin 2 og maskin 3?

Tenk deg at ein familie i gjennomsnitt lagar seks koppar kaffe per dag. Far påstår at det vil lønne seg å kjøpe den dyraste maskina dersom ho varer i meir enn tre år.

- b) Undersøk om påstanden til far stemmer.



Kjilde: Utdanningsdirektoratet

Oppgave 8 (9 poeng)

a) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for talmengda:

2 5 21 15 17 5 9 19 10 14 7 3 2 11 13

Vi doblar alle tala i talmengda og får:

4 10 42 30 34 10 18 38 20 28 14 6 4 22 26

b) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for denne talmengda. Samanlikne med resultatane frå a) og kommenter.

Berit får ein idé og set opp tabellen nedanfor.

Talmengd 1 15 tal	2	5	21	15	17	5	9	19	10	14	7	3	2	11	13
Talmengd 2 Dei 15 tala dobla	4	10	42	30	34	10	18	38	20	28	14	6	4	22	26
Talmengd 3 Dei 15 tala tredobla	6	15	63	45	51	15	27	57	30	42	21	9	6	33	39
Talmengd 4 Dei 15 tala firedobla	8	20	84	60	68	20	36	76	40	56	28	12	8	44	52

Hun bereknar median, gjennomsnitt og standardavvik for kvar av talmengdene og påstår no at ho har funne reglar som seier noko om korleis medianen, gjennomsnittet og standardavviket endrar seg når tala i ei talmengd blir dobla, tredobla, firedobla osv.

c) Formuler desse reglane, og grunngi at dei er riktige.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none">– viser regneferdigheter og matematisk forståelse– gjennomfører logiske resonnementer– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler– vurderer om svar er rimelige– forklarer framgangsmåter og begrunner svar– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1 Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Skriv på standardform

0,000 533

b) Regn ut

1) $8 \cdot 2^{-2}$

2) $2^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$

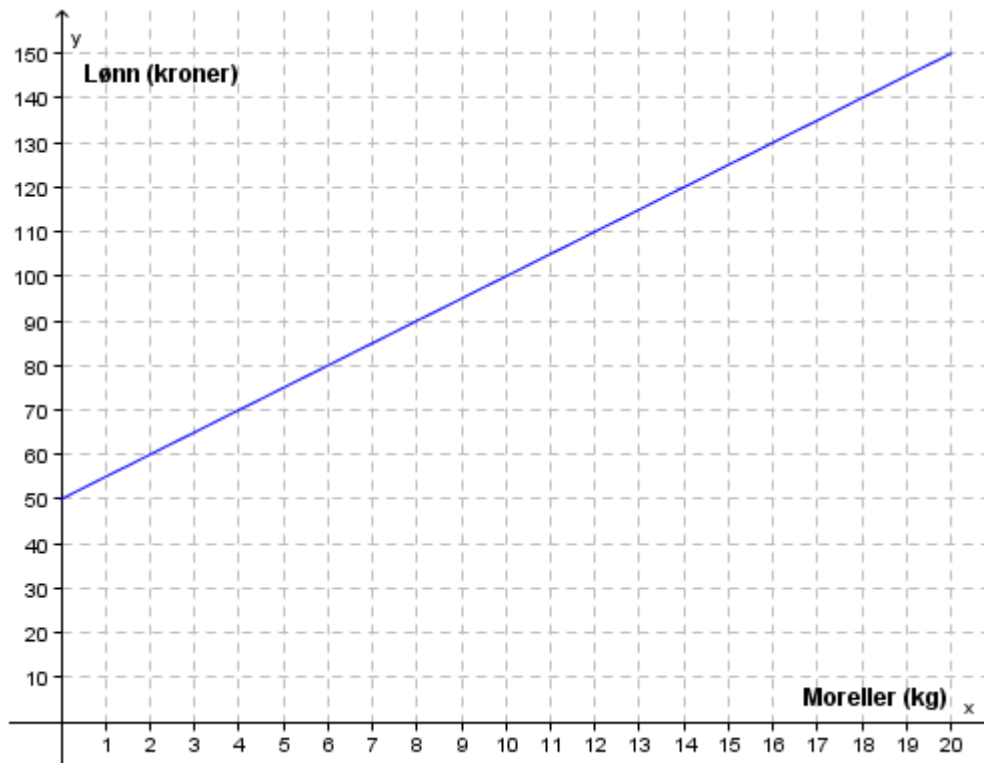
c) Politiet har gjennomført en fartskontroll i 30 km-sonen utenfor skolen. Resultatene er gitt i tabellen nedenfor.

Fart (km/h)	Antall biler
$[20,30)$	20
$[30,40)$	20
$[40,50)$	10



Finn gjennomsnittsfarten.

d)



Ivar plukker moreller. Den grafiske framstillingen ovenfor viser hvor mye han tjener i løpet av en time når han plukker x kg.

Forklar hvordan lønnen til Ivar blir beregnet.

e) I en klasse er det 10 elever. På en matematikkprøve fikk elevene karakterene

2 1 3 4 5 5 3 6 4 3

Finne medianen, gjennomsnittet og variasjonsbredden.

- f) For 6 måneder siden kjøpte Snorre aksjer. Nedenfor har han regnet ut hva verdien av aksjene er i dag.

$$25000 \text{ kroner} \cdot 1,05 \cdot 1,008^2 \cdot 0,85^3 \approx 16380 \text{ kroner}$$

Hva kan regnestykket fortelle om hvordan verdien av Snorres aksjer har endret seg?

g)



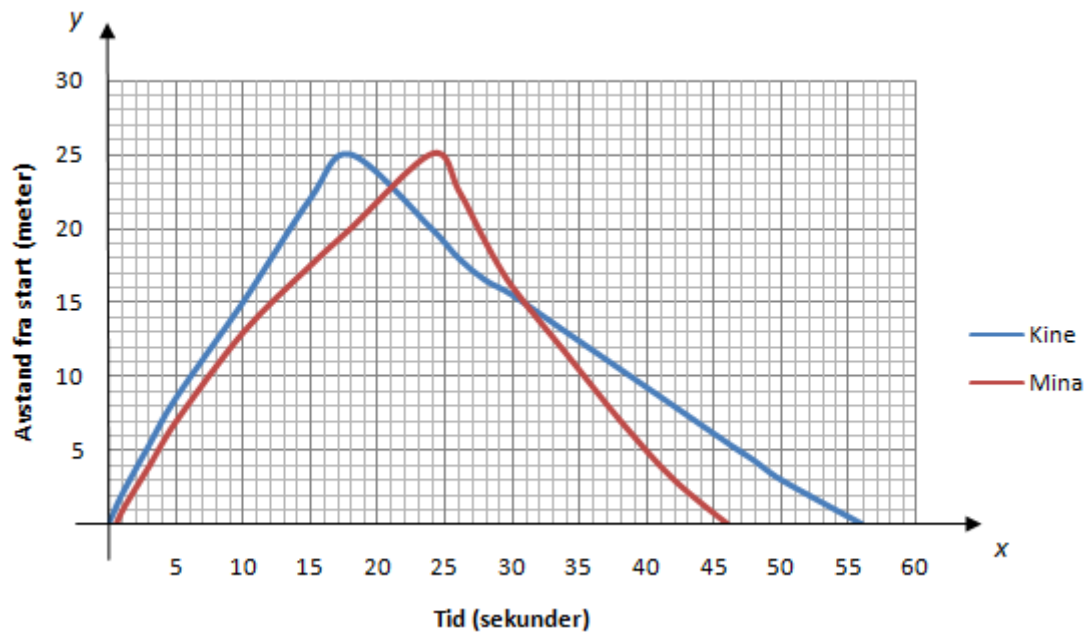
Kilde: <http://www.kraftfoods nordic.com/kraft/page?siteid=kraft-prd&locale=no.no.1&PageRef=3204&Mid=3204> (08.03.2011)

Eva har én pakke blåbærgelé, to pakker kiwigelé, to pakker sitrongelé og tre pakker bringebærgelé.

Hun tar tilfeldig to pakker gelé.

- 1) Hva er sannsynligheten for at den første pakken hun tar, er kiwigelé?
- 2) Hva er sannsynligheten for at hun tar to pakker kiwigelé?
- 3) Hva er sannsynligheten for at hun tar én pakke kiwigelé og én pakke blåbærgelé?

h)

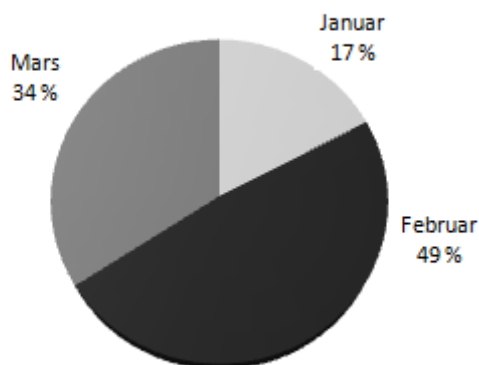


Kine og Mina har deltatt i en svømmekonkurranse. Ovenfor ser du en forenklet grafisk framstilling av svømmeturen til Kine (blå graf) og svømmeturen til Mina (rød graf).

Hva kan du si om de to svømmeturene ut fra grafene?

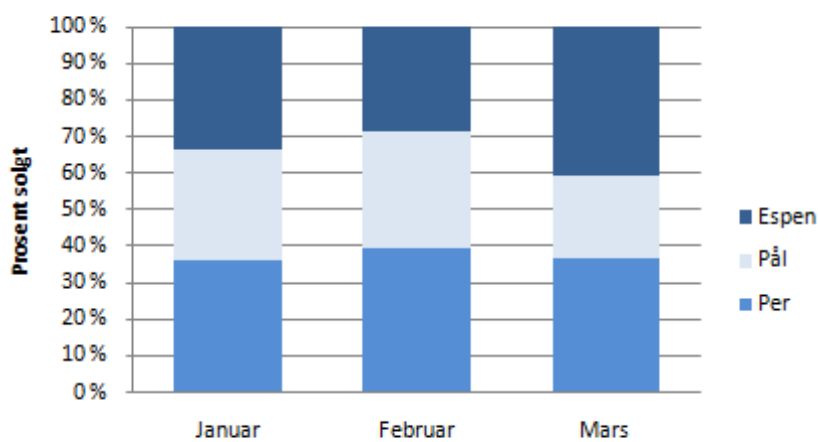
Oppgave 2 (6 poeng)

Eventyrkjeks



Salg i første kvartal

Eventyrkjeks



Salg i første kvartal

Per, Pål og Espen selger pakker med Eventyrkjeks. Diagrammene ovenfor viser resultater fra første kvartal 2011.

- a) Bruk opplysningene i tabellen nedenfor til å lage tilsvarende diagrammer for andre kvartal 2011.

Salg i andre kvartal			
	April	Mai	Juni
Per	225	90	450
Pål	675	180	450
Espen	0	630	900

- b) Lag et diagram for andre kvartal som viser hvor mange pakker med Eventyrkjeks hver av de tre guttene solgte hver måned.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 3 (6 poeng)



Kilde: <http://www.nrk.no/litteratur/3721369.html>
(03.04.2011)

Nils har funnet en bok på loftet. Tippoldefaren til Nils lånte boka på biblioteket og skulle levert den inn igjen 23.11.1911.

Nils lurer på hvor dyrt dette kunne blitt for tippoldefar dersom biblioteket hadde beregnet gebyr for sen innlevering. Han ser for seg at biblioteket kunne beregnet gebyr etter to ulike modeller.

Modell 1

Et gebyr på 10 øre en uke etter at boka skulle vært levert inn igjen, og så 5 øre i tilleggsgebyr for hver uke som går etter det. (Det vil si at dersom boka hadde blitt levert tre uker for sent, ville gebyret vært på totalt 20 øre.)


Modell 2

Et gebyr på 10 øre en uke etter at boka skulle vært levert inn igjen, og deretter øker dette gebyret med 0,2 % hver uke. (Det vil si at dersom boka hadde blitt levert tre uker for sent, ville gebyret vært på totalt 10,04004 øre.)


I denne oppgaven regner vi at det er 52 uker i et år.

- a) Tenk deg at tippoldefar leverer inn boka i dag.
- 1) Hvor mye måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 1?
 - 2) Hvor mye måtte han ha betalt i gebyr dersom biblioteket hadde brukt modell 2?
- b) For hvilken av de to modellene kommer gebyret raskest opp i 10 kroner?



Oppgave 4 (4 poeng)

Mayaindianerne i Mellom-Amerika utviklet et tallsystem med 20 som grunntall. De eneste symbolene de brukte, var ● for 1, — for 5 og  for 0.

Den første tabellen nedenfor viser mayatallene for 0 til 19, og den andre tabellen viser to eksempler på hvordan mayaindianerne skrev tall større enn 19.

0	1	2	3	4
	●	●●	●●●	●●●●
5	6	7	8	9
—	—●	—●●	—●●●	—●●●●
10	11	12	13	14
— —	—●	—●●	—●●●	—●●●●
15	16	17	18	19
— — —	—●	—●●	—●●●	—●●●●

Kilde: http://en.wikipedia.org/wiki/Maya_numerals
(01.04.2011)

 <p>← $1 \cdot 20^1$</p> <p>← $13 \cdot 20^0$</p>	$1 \cdot 20^1 + 13 \cdot 20^0 = 20 + 13 = 33$
 <p>← $1 \cdot 20^2$</p> <p>← $3 \cdot 20^1$</p> <p>← $13 \cdot 20^0$</p>	$1 \cdot 20^2 + 3 \cdot 20^1 + 13 \cdot 20^0 = 400 + 60 + 13 = 473$

a) Skriv mayatallet  i vårt tiltallssystem.



b) Skriv tallet 76 slik mayaindianerne ville gjort det.

Oppgave 5 (9 poeng)

Årstall	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Innbyggertall	650	550	467	396	336	284
Endring fra året før		-100				
Prosentvis endring fra året før		-15,4 %				

Tabellen ovenfor viser innbyggertallet i en liten bygd i årene fra 2005 til 2010. Hans og Grete vil ut fra tabellen lage en matematisk modell som kan brukes til å anslå innbyggertallet i bygda i årene som kommer. Hans mener de bør velge en lineær modell. Grete er ikke enig.

- a) 1) Tegn av tabellen ovenfor i besvarelsen din. Fyll inn tallene som skal stå i resten av de hvite feltene.
- 2) Bruk opplysningene i tabellen. Argumenter for at Hans og Grete ikke bør velge en lineær modell, og foreslå hvilken type modell de bør velge.

La x være antall år etter 2005, og la $f(x)$ være innbyggertallet i bygda.

- b) Bruk regresjon til å finne den modellen du foreslo i a).
- c) 1) Hva vil innbyggertallet i bygda være i 2020 ifølge modellen du fant i b)?
- 2) Hvor lang tid vil det gå før innbyggertallet er under 100 ifølge denne modellen?

Hans lager likevel en lineær modell. Han finner at $y = -62x + 635$.

- d) Vurder om denne modellen kan brukes til å beskrive innbyggertallet i bygda i årene fram til 2020.

Oppgave 6 (4 poeng)



Kilde: <http://www.adressa.no/nyheter/trondheim/article512519.ece>
(27.12.2010)

I klasse 1B er det 12 jenter og 15 gutter. 8 av jentene og 9 av guttene kjører moped til skolen.

a) Systematiser opplysningene ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.

Vi trekker tilfeldig en elev fra klassen.

b) Hva er sannsynligheten for at eleven ikke kjører moped?

Vi trekker tilfeldig en av elevene fra klassen som kjører moped.

c) Hva er sannsynligheten for at denne eleven er en gutt?

Oppgave 7 (4 poeng)

I denne oppgaven skal vi se på hvor mye det koster å lage en kopp kaffe med tre ulike typer kaffemaskiner.

Maskin 1	Maskin 2	Maskin 3
Pris: 1500 kroner	Pris: 700 kroner	Pris: 9000 kroner
Driftsutgifter per kopp: 2,71 kroner	Driftsutgifter per kopp: 3,12 kroner	Driftsutgifter per kopp: 1,27 kroner

- a) Hvor mange kopper må du lage for at det skal lønne seg å kjøpe henholdsvis maskin 1, maskin 2 og maskin 3?

Anta at en familie i gjennomsnitt lager seks kopper kaffe per dag. Far påstår at det vil lønne seg å kjøpe den dyreste maskinen hvis denne varer i mer enn tre år.

- b) Undersøk om fars påstand stemmer.



Kilde: Utdanningsdirektoratet

Oppgave 8 (9 poeng)

a) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for tallmengden:

2 5 21 15 17 5 9 19 10 14 7 3 2 11 13

Vi dobler alle tallene i tallmengden og får:

4 10 42 30 34 10 18 38 20 28 14 6 4 22 26

b) Finn median, gjennomsnitt og standardavvik for denne tallmengden. Sammenlikn med resultatene fra a) og kommenter.

Berit får en idé og setter opp tabellen nedenfor.

Tallmengde 1 15 tall	2	5	21	15	17	5	9	19	10	14	7	3	2	11	13
Tallmengde 2 De 15 tallene doblet	4	10	42	30	34	10	18	38	20	28	14	6	4	22	26
Tallmengde 3 De 15 tallene tredoblet	6	15	63	45	51	15	27	57	30	42	21	9	6	33	39
Tallmengde 4 De 15 tallene firedoblet	8	20	84	60	68	20	36	76	40	56	28	12	8	44	52

Hun beregner median, gjennomsnitt og standardavvik for hver av tallmengdene og påstår at hun har funnet regler som sier noe om hvordan medianen, gjennomsnittet og standardavviket endrer seg når tallene i en tallmengde dobles, tredobles, firedobles osv.

c) Formuler disse reglene, og gi en begrunnelse for at de er riktige.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no