Utdanningsdirektoratet

Eksamen

25.05.2011

MAT1017 Matematikk 2T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser reknedugleik og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

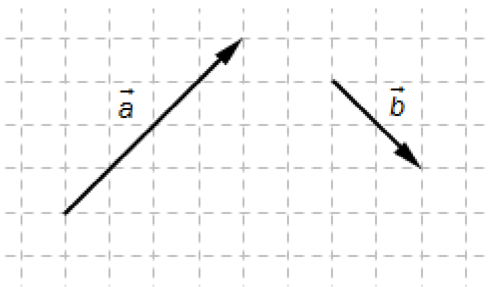
Oppgåve 1 (16 poeng)

a) Vi har to punkt $A(2,-5)$ og $B(-4,3)$ i eit koordinatsystem.

1) Finn $\overrightarrow{AB}$.

2) Rekn ut avstanden frå A til B.

b)



Ovanfor har vi teikna $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

La $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.

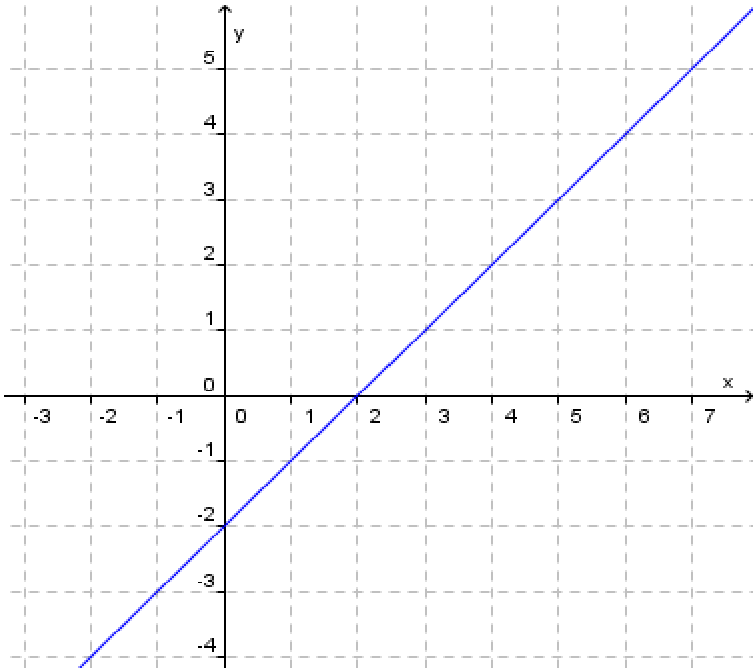
Teikn $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$.

c) Rekn ut

$[1,4]\cdot[-2,3]$

d) Finn ein vektor som står ortogonalt på $\vec{v} = [-2,3]$.

e)



I koordinatsystemet ovanfor har vi teikna ei rett linje.
Finn ei parameterframstilling for linja.

f) Bakarst i klasserommet står fire pultar ved sida av kvarandre. Håkon, Magnus, Mette og Marit skal sitje ved kvar sin pult.

På kor mange ulike måtar kan dei plassere seg?

g) $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er gitt ved

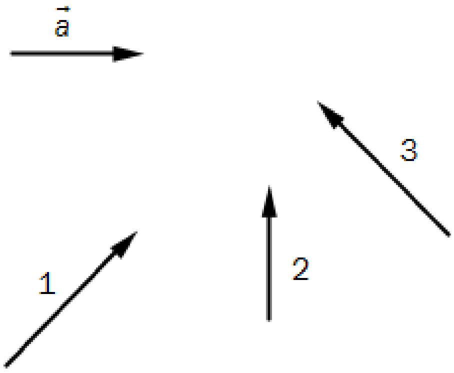
$$\vec{u} = 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$
$$\vec{v} = t\vec{a} - 3\vec{b}$$

Bestem t slik at $\vec{u}$ og $\vec{v}$ blir parallelle.

h) Ein ettermiddag sit åtte elevar på skolen og arbeider. Dei bestemmer at to av dei skal gå og kjøpe pizza.

På kor mange måtar kan dei to veljast ut?

i)



Ovanfor har vi teikna $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ og $\vec{d}$.

Du får vite at

$$\vec{a}\cdot\vec{b} > 0$$

$$\vec{a}\cdot\vec{c} < 0$$

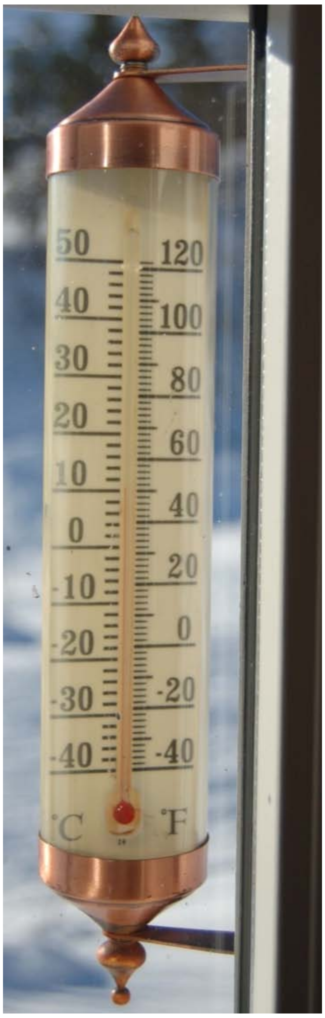
$$\vec{a}\cdot\vec{d} = 0$$

Kva for ein av dei tre vektorane merkte 1, 2 og 3 er $\vec{b}$, kva for ein er $\vec{c}$, og kva for ein er $\vec{d}$? Grunngi svara dine.

Oppgåve 2 (4 poeng)

Stig har fått ei kakeoppskrift frå tante Mathilde i Amerika.
I oppskrifta står det at kaka skal steikjast på 350 °F.
Han lurer på kor mange grader celsius dette tilsvarar.

Stig har ein gradestokk utanfor kjøkkenvindauget som viser både celsiusgrader og fahrenheitgrader. Sjå biletet til høgre.



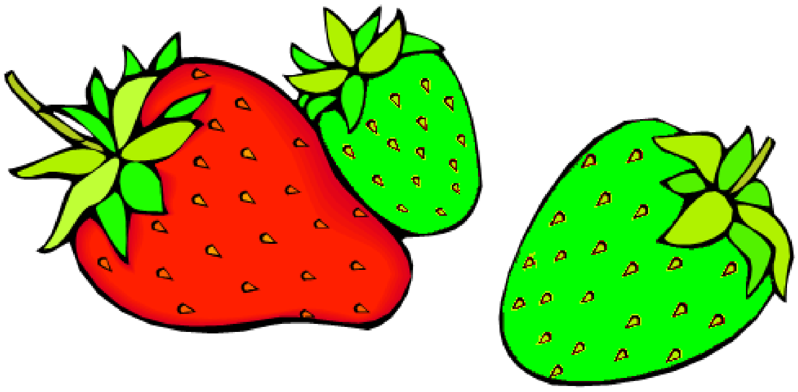
a) Teikn av tabellen nedanfor i svaret ditt. Bruk gradestokken til høgre og fyll ut tabellen.

°F	0		100
°C		10	

b) Teikn eit koordinatsystem med grader fahrenheit langs x - aksen og grader celsius langs y - aksen. Marker verdiane frå tabellen i a) som punkt i koordinatsystemet.

c) Teikn ei rett linje som går gjennom punkta. Bruk linja til å finne ut kor mange grader celsius Stig skal steikje kaka på.

Oppgåve 3 (4 poeng)



Stian og Sondre hjelper ofte mor å plukke jordbær. Mor har funne ut at $\frac{1}{6}$ av korgene Stian plukkar, og $\frac{1}{4}$ av korgene Sondre plukkar, inneheld umodne bær.
Dei umodne bæra ligg i botnen av korgene.

Ein dag sel Stian og Sondre korger med jordbær på torget. Stian har plukka $\frac{3}{5}$ av korgene. Sondre har plukka resten.

Ein kunde vel ei korg jordbær tilfeldig.

a) Finn sannsynet for at korga inneheld umodne bær.

Ein kunde kjem tilbake fordi han har kjøpt ei korg som inneheld umodne bær.

b) Finn sannsynet for at Sondre har plukka denne korga.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 4 (6 poeng)

En av fem har samme passord overalt

Livsfarlig, mener norske sikkerhetseksperter.

En spørreundersøkelse gjennomført i Tyskland, Sverige og Storbritannia for F-Secure avduker at 20 prosent bruker samme passord overalt på internett.

Troels Christensen i F-Secure Norge sier til det oppdragsfinansierte nyhetsbyrået Pressenytt at undersøkelsen er representativ også for Norge.

Han mener bedriftene er blitt flinkere til å jobbe med IT-sikkerhet, men at privatpersoner ikke har innsett truslene de står overfor.

– En del har trygge passordvaner. Problemet er den overraskende store andelen som oppgir at de tar sjansen på kun å ha ett passord for alle nettjenester. Har du samme innloggingspassord til Facebook som på e-posten eller i nettbanken, øker sjansen for å bli svindlet betraktelig, sier han.

Kjelde: http://www.tu.no/it/article253254.ece (20.09.2010)

Ovanfor ser du eit utdrag frå ein artikkel henta frå nettsidene til Teknisk Ukeblad. Artikkelen refererer til ei undersøking som viser at éin av fem har same passord overalt.

Vi går ut frå at dette også gjeld for elevar i vidaregåande skole i Noreg.

I ein klasse ved ein vidaregåande skole i Noreg er det 25 elevar.

a) 1) Finn sannsynet for at ingen av elevane har same passord overalt.
   2) Finn sannsynet for at minst éin av elevane har same passord overalt.

b) Finn sannsynet for at fleire enn fem av elevane har same passord overalt.

I ein annan klasse er det 20 elevar. Det viser seg at 6 av desse har same passord overalt. Vi vel tilfeldig fem elevar frå denne klassen.

c) Finn sannsynet for at to av desse elevane har same passord overalt.

Oppgåve 5 (8 poeng)

Ei linje l går gjennom punkta $A(2,3)$ og $B(4,1)$.

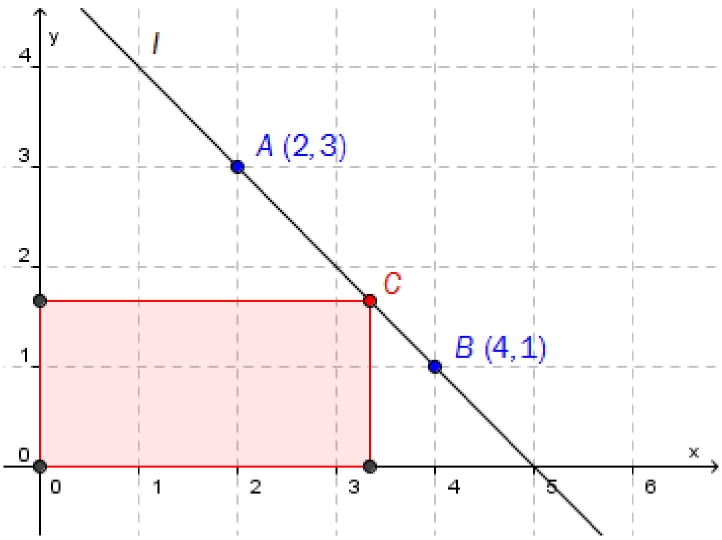
a) Vis ved rekning at linja l skjer y - aksen i punktet $(0,5)$.

b) Forklar kvifor

$$l: \begin{cases} x = s \\ y = 5 - s \end{cases}$$

er ei parameterframstilling for linja l.

Eit punkt $C(x, y)$ der $x > 0$ og $y > 0$ ligg på linja l.



c) Vis at arealet T av rektanglet på figuren ovanfor er gitt ved $T(s) = 5s - s^2$.

d) Kva for koordinatar må punktet C ha for at arealet av rektanglet skal bli størst mogleg? Kor stort blir arealet da?

Oppgåve 6 (9 poeng)

År	Samla opplag (i 1 000)
2002	3 083
2003	3 056
2004	3 020
2005	2 949
2006	2 875
2007	2 844
2008	2 763

Kjelde: http://www.ssb.no/aarbok/tab/tab-231.html (20.09.2010)

Tabellen ovanfor viser det samla opplaget til norske aviser i perioden frå 2002 til 2008.

a) 1) Marker verdiane frå tabellen som punkt i eit koordinatsystem. La x vere åra etter 2002 og y det samla opplaget (i 1 000).

2) Vis ved regresjon at funksjonen f gitt ved $f(x) = -54{,}61x + 3105$ er ein god modell for det samla opplaget av aviser.

b) Når vil, ifølgje modellen i a) 2), det samla opplaget vere halvert i forhold til det samla opplaget i 2008?

Vi vil no finne ein ny modell for det samla opplaget av aviser.

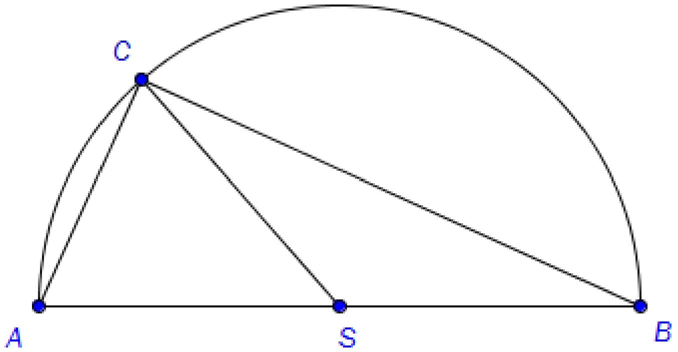
c) 1) Bruk regresjon og finn ein eksponentialfunksjon som passar godt med datamaterialet.

2) Når vil, ifølgje modellen i c) 1), det samla opplaget vere halvert i forhold til opplaget i 2008?

I dag (2011) er det ca. 4,9 millionar innbyggjarar i Noreg. Vi går ut frå at innbyggjartalet vil auke med 0,9 % per år framover.

d) I kva år vil da det samla opplaget av aviser her i landet utgjere 25 % av innbyggjartalet dersom vi legg modellen i c) 1) til grunn?

Oppgåve 7 (6 poeng)



Figuren ovanfor viser ein halvsirkel med diameter AB. S er midtpunktet på AB, og C er eit punkt på sirkelperiferien. Vi set $\vec{u} = \overrightarrow{SB}$ og $\vec{v} = \overrightarrow{SC}$.

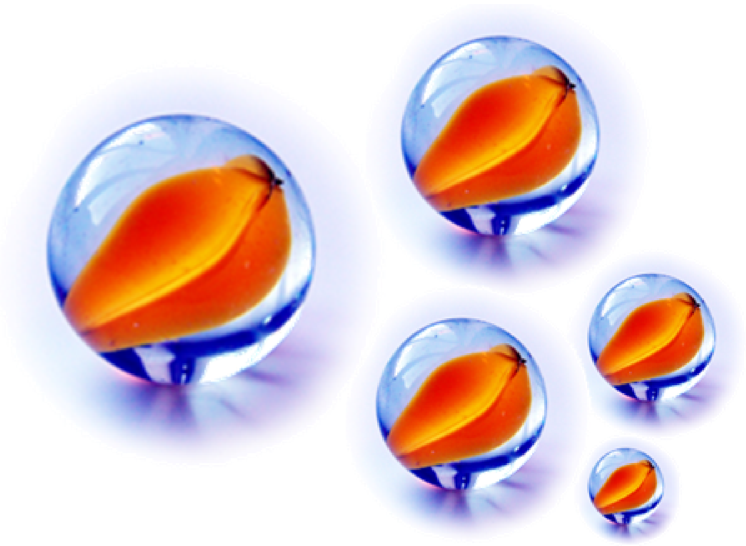
a) Forklar at $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ og at $\overrightarrow{BC} = -\vec{u} + \vec{v}$.

b) Forklar at $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

c) 1) Bruk resultata i a) og b) til å vise at $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

2) Formuler ei setning som seier noko om kva slags trekant ABC må vere.

Oppgåve 8 (7 poeng)



Per prøver å finne ein samanheng mellom diameteren og volumet til kuler.

Han måler diameter og volum for nokre kuler av ulik storleik. Sjå tabellen nedanfor.

Diameter (cm)	3,0	6,0	10,0	16,0	26,0
Volum ($cm^3 = mL$)	14	113	525	2 145	9 200

a) 1) Bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved $f(x) = 0{,}52 \cdot x^{3{,}0}$ er ein god modell for samanhengen mellom diameteren, x, og volumet, $f(x)$, til kuler.

2) Teikn grafen til funksjonen f.

b) Finn diameteren til ei kule med volum 1000 mL.

Per lærte allereie i grunnskolen at formelen for volumet av ei kule er $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, der r er radius i kula.

c) Stemmer resultatet frå a) med denne formelen? Forklar.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

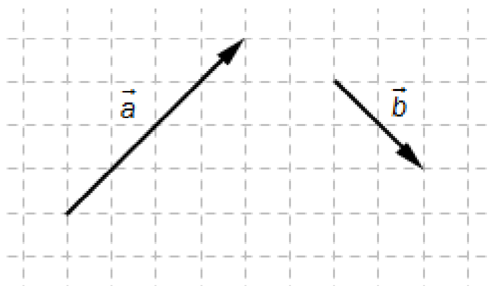
DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (16 poeng)

a) Vi har to punkter $A(2,-5)$ og $B(-4,3)$ i et koordinatsystem.

1) Finn $\overrightarrow{AB}$.

2) Regn ut avstanden fra A til B.

b) 

Ovenfor har vi tegnet $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

La $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.

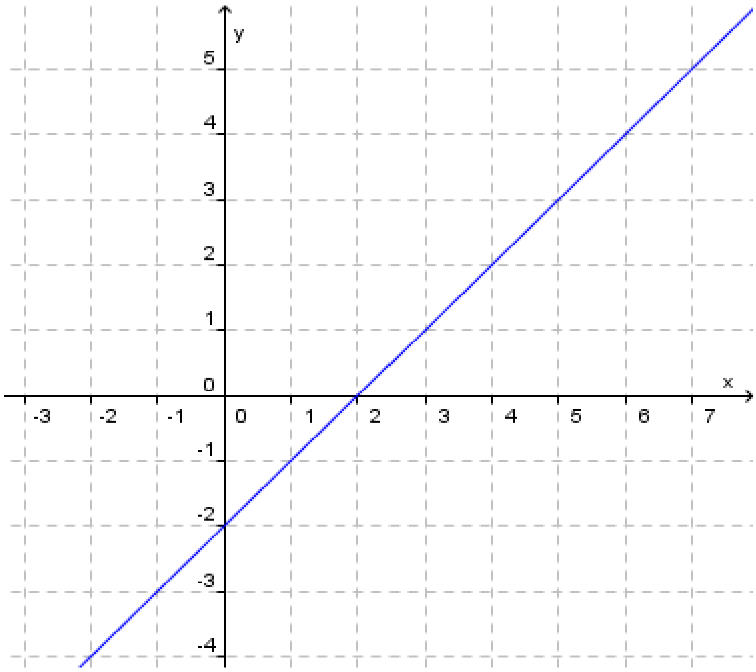
Tegn $\vec{a}$, $\vec{b}$ og $\vec{c}$.

c) Regn ut

$[1,4] \cdot [-2,3]$

d) Finn en vektor som står ortogonalt på $\vec{v} = [-2,3]$.

e)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet en rett linje.
Finn en parameterframstilling for linjen.

f) Bakerst i klasserommet står fire pulter ved siden av hverandre. Håkon, Magnus, Mette og Marit skal sitte ved hver sin pult.

På hvor mange ulike måter kan de plassere seg?

g) $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er gitt ved

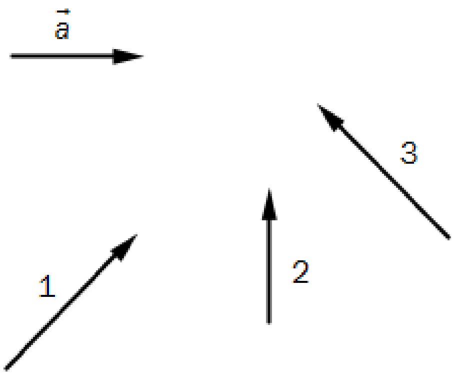
$$\vec{u} = 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$
$$\vec{v} = t\vec{a} - 3\vec{b}$$

Bestem t slik at $\vec{u}$ og $\vec{v}$ blir parallelle.

h) En ettermiddag sitter åtte elever på skolen og arbeider. De bestemmer at to av dem skal gå og kjøpe pizza.

På hvor mange måter kan de to velges ut?

i)



Ovenfor har vi tegnet $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ og $\vec{d}$.

Du får vite at

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} < 0$$

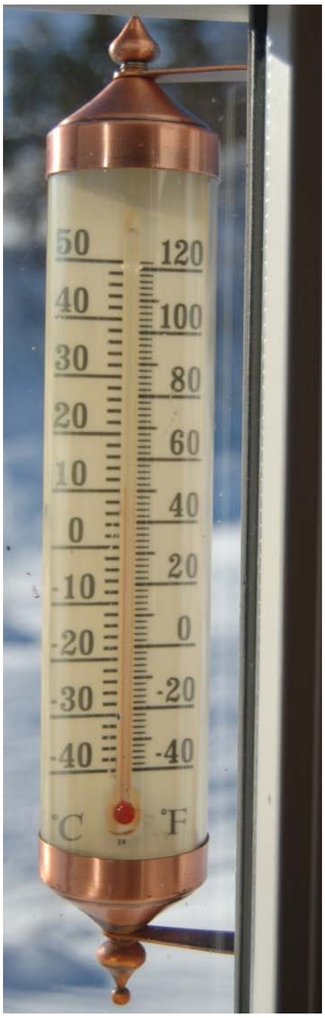
$$\vec{a} \cdot \vec{d} = 0$$

Hvilken av de tre vektorene merket 1, 2 og 3 er $\vec{b}$, hvilken er $\vec{c}$, og hvilken er $\vec{d}$? Begrunn svarene dine.

Oppgave 2 (4 poeng)

Stig har fått en kakeoppskrift fra tante Mathilde i Amerika.
I oppskriften står det at kaken skal stekes på $350\ ^\circ\mathrm{F}$.
Han lurer på hvor mange grader celsius dette tilsvarer.

Stig har en gradestokk utenfor kjøkkenvinduet som viser både celsiusgrader og fahrenheitgrader. Se bildet til høyre.



Kilde: Utdanningsdirektoratet

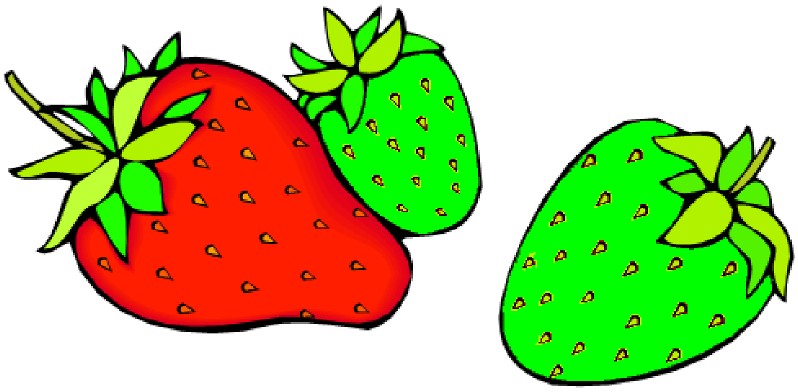
a) Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din. Bruk gradestokken til høyre og fyll ut tabellen.

°F	0		100
°C		10	

b) Tegn et koordinatsystem med grader fahrenheit langs x - aksen og grader celsius langs y - aksen. Marker verdiene fra tabellen i a) som punkter i koordinatsystemet.

c) Tegn en rett linje som går gjennom punktene. Bruk linjen til å finne ut hvor mange grader celsius Stig skal steke kaken på.

Oppgave 3 (4 poeng)



Stian og Sondre hjelper ofte mor å plukke jordbær. Mor har funnet ut at $\frac{1}{6}$ av kurvene Stian plukker, og $\frac{1}{4}$ av kurvene Sondre plukker, inneholder umodne bær.
De umodne bærene ligger i bunnen av kurvene.

En dag selger Stian og Sondre kurver med jordbær på torget. Stian har plukket $\frac{3}{5}$ av kurvene. Sondre har plukket resten.

En kunde velger en kurv jordbær tilfeldig.

a) Finn sannsynligheten for at kurven inneholder umodne bær.

En kunde kommer tilbake fordi han har kjøpt en kurv som inneholder umodne bær.

b) Finn sannsynligheten for at Sondre har plukket denne kurven.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 4 (6 poeng)

En av fem har samme passord overalt

Livsfarlig, mener norske sikkerhetseksperter.

En spørreundersøkelse gjennomført i Tyskland, Sverige og Storbritannia for F-Secure avduker at 20 prosent bruker samme passord overalt på internett.

Troels Christensen i F-Secure Norge sier til det oppdragsfinansierte nyhetsbyrået Pressenytt at undersøkelsen er representativ også for Norge.

Han mener bedriftene er blitt flinkere til å jobbe med IT-sikkerhet, men at privatpersoner ikke har innsett truslene de står overfor.

– En del har trygge passordvaner. Problemet er den overraskende store andelen som oppgir at de tar sjansen på kun å ha ett passord for alle nettjenester. Har du samme innloggingspassord til Facebook som på e-posten eller i nettbanken, øker sjansen for å bli svindlet betraktelig, sier han.

Kilde: http://www.tu.no/it/article253254.ece (20.09.2010)

Ovenfor ser du utdrag fra en artikkel hentet fra nettsidene til Teknisk Ukeblad. Artikkelen refererer til en undersøkelse som viser at én av fem har samme passord overalt.

Vi antar at dette også gjelder for elever i videregående skole i Norge.

I en klasse ved en videregående skole i Norge er det 25 elever.

a) 1) Finn sannsynligheten for at ingen av elevene har samme passord overalt.
   2) Finn sannsynligheten for at minst én av elevene har samme passord overalt.

b) Finn sannsynligheten for at flere enn fem av elevene har samme passord overalt.

I en annen klasse er det 20 elever. Det viser seg at 6 av disse har samme passord overalt. Vi velger tilfeldig fem elever fra denne klassen.

c) Finn sannsynligheten for at to av disse elevene har samme passord overalt.

Oppgave 5 (8 poeng)

En linje l går gjennom punktene $A(2,3)$ og $B(4,1)$.

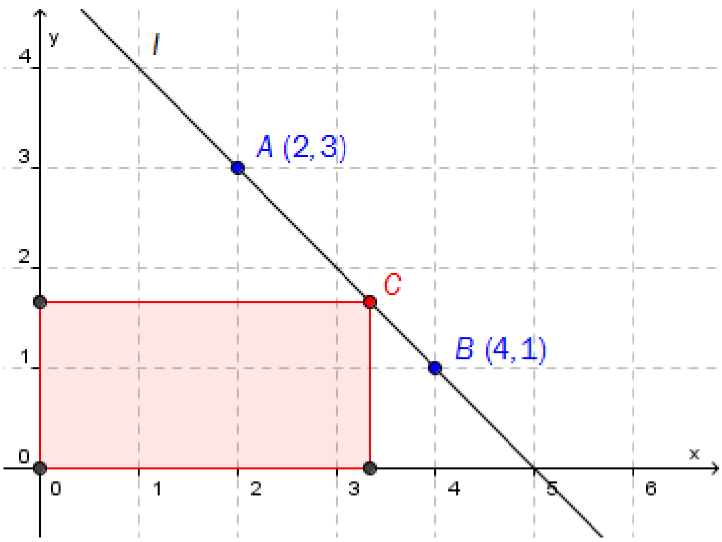
a) Vis ved regning at linjen l skjærer y - aksen i punktet $(0,5)$.

b) Forklar hvorfor

$$l: \begin{cases} x = s \\ y = 5 - s \end{cases}$$

er en parameterframstilling for linjen l.

Et punkt $C(x, y)$ der $x > 0$ og $y > 0$ ligger på linjen l.



c) Vis at arealet T av rektanglet på figuren ovenfor er gitt ved $T(s) = 5s - s^2$.

d) Hvilke koordinater må punktet C ha for at arealet av rektanglet skal bli størst mulig? Hvor stort blir arealet da?

Oppgave 6 (9 poeng)

År	Samlet opplag (i 1 000)
2002	3 083
2003	3 056
2004	3 020
2005	2 949
2006	2 875
2007	2 844
2008	2 763

Kilde: http://www.ssb.no/aarbok/tab/tab-231.html (20.09.2010)

Tabellen ovenfor viser det samlede opplaget til norske aviser i perioden fra 2002 til 2008.

a) 1) Marker verdiene fra tabellen som punkter i et koordinatsystem. La x være antall år etter 2002 og y det samlede opplaget (i 1 000).

2) Vis ved regresjon at funksjonen f gitt ved $f(x) = -54,61x + 3105$ er en god modell for det samlede opplaget av aviser.

b) Når vil, ifølge modellen i a) 2), det samlede opplaget være halvert i forhold til det samlede opplaget i 2008?

Vi vil nå finne en ny modell for det samlede opplaget av aviser.

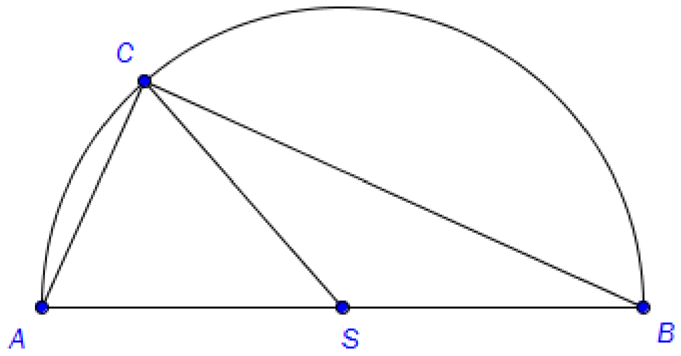
c) 1) Bruk regresjon og finn en eksponentialfunksjon som passer godt med datamaterialet.

2) Når vil, ifølge modellen i c) 1), det samlede opplaget være halvert i forhold til opplaget i 2008?

I dag (2011) er det ca. 4,9 millioner innbyggere i Norge. Vi antar at innbyggertallet vil øke med 0,9 % per år framover.

d) I hvilket år vil da det samlede opplaget av aviser her i landet utgjøre 25 % av antall innbyggere dersom vi legger modellen i c) 1) til grunn?

Oppgave 7 (6 poeng)



Figuren ovenfor viser en halvsirkel med diameter AB. S er midtpunktet på AB, og C er et punkt på sirkelperiferien. Vi setter $\vec{u} = \overrightarrow{SB}$ og $\vec{v} = \overrightarrow{SC}$.

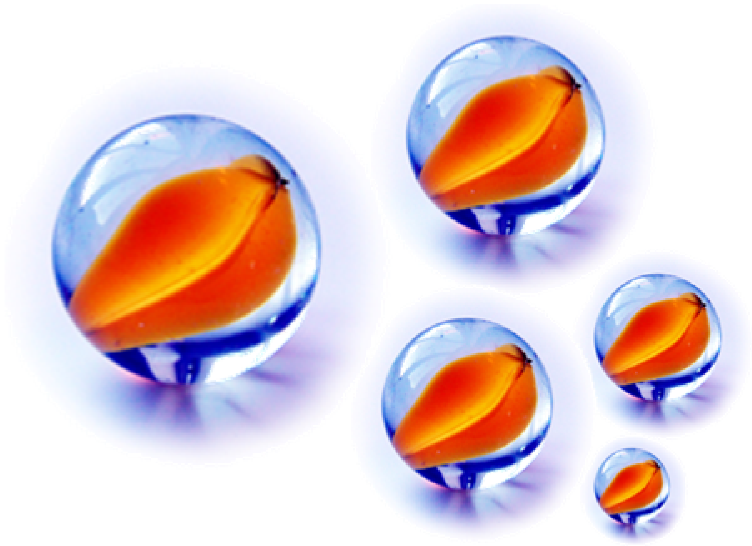
a) Forklar at $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$ og at $\overrightarrow{BC} = -\vec{u} + \vec{v}$.

b) Forklar at $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

c) 1) Bruk resultatene i a) og b) til å vise at $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

2) Formuler en setning som sier noe om hva slags trekant ABC må være.

Oppgave 8 (7 poeng)



Per prøver å finne en sammenheng mellom diameteren og volumet til kuler.

Han måler diameter og volum for noen kuler av ulik størrelse. Se tabellen nedenfor.

Diameter (cm)	3,0	6,0	10,0	16,0	26,0
Volum ($cm^3 = mL$)	14	113	525	2 145	9 200

a) 1) Bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved $f(x) = 0{,}52 \cdot x^{3{,}0}$ er en god modell for sammenhengen mellom diameteren, x, og volumet, $f(x)$, til kuler.

2) Tegn grafen til funksjonen f.

b) Finn diameteren til en kule med volum 1000 mL.

Per lærte allerede i grunnskolen at formelen for volumet av en kule er $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$, der r er radius i kulen.

c) Stemmer resultatet fra a) med denne formelen? Forklar.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet