Utdanningsdirektoratet

Eksamen

30.05.2014

REA3022 Matematikk R1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar
Andre opplysningar:	Kjelder for bilete, teikningar osv. • Alle grafar og figurar: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (4 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x) = \ln(x^2 + x)$

b) $g(x) = x \cdot e^x$

c) $h(x) = (x^2 + 3)^4$

Oppgåve 2 (5 poeng)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8 \quad , \quad D_P = \mathbb{R}$$

a) Det kan visast at alle heiltalige løysingar av $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet (-8). Bruk dette til å finne eit nullpunkt.

b) Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorar.

c) Løys ulikskapen $\dfrac{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}{x^2 - 1} \geq 0$

Oppgåve 3 (4 poeng)

Vektorane $\vec{a} = [-2, 1]$, $\vec{b} = [3, 6]$ og $\vec{c} = [k - 1, 4]$ er gitt, der $k \in \mathbb{R}$.

a) Bestem $-2\vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ved rekning.

b) Bestem k slik at $\vec{b} \parallel \vec{c}$

c) Bestem k slik at $|\vec{c}| = |2\vec{a}|$

Oppgåve 4 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem nullpunkta til f.

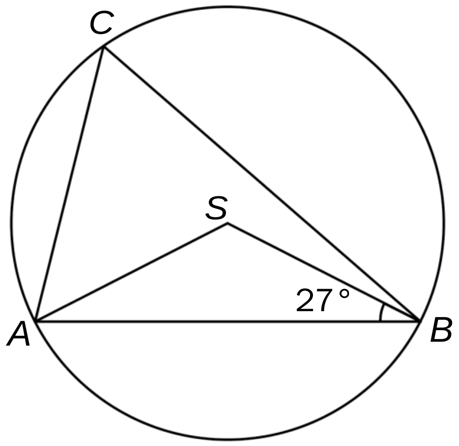
b) Bestem $f'(x)$. Bestem eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f.

c) Teikn ei skisse av grafen til f for $x \in \langle -2,\ 2 \rangle$.

Oppgåve 5 (2 poeng)

Ein $\triangle ABC$ er skriven inn i ein sirkel med sentrum S der $\angle ABS = 27°$.

Bestem $\angle ACB$ ved eit geometrisk resonnement.



Oppgåve 6 (3 poeng)

La p vere eit oddetal større enn 1.

a) Forklar at $\dfrac{p+1}{2}$ og $\dfrac{p-1}{2}$ begge er heile tal.

b) Rekn ut $\left(\dfrac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{p-1}{2}\right)^2$.

Bruk resultatet til å skrive 151 som differansen mellom to kvadrattal.

Oppgåve 7 (2 poeng)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = x^x \quad , \quad x > 0$$

a) Forklar at vi kan skrive

$$h(x) = \mathrm{e}^{x \cdot \ln x}$$

b) Bestem $h'(x)$.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Tre punkt $A(1, 3)$, $B(5, -1)$ og $C(4, 4)$ er gitt.

a) Bestem eit punkt D på y-aksen slik at $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{BA}$.

b) La M vere midtpunktet på BC. Bestem koordinatane til M.

Punktet P er gitt slik at $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MP}$.

c) Bestem ved rekning koordinatane til P.

Oppgåve 2 (6 poeng)

I ein klasse er det 12 gutar og 16 jenter. Det skal trekkjast ut ei gruppe på 5 elevar på ein tilfeldig måte.

a) Bestem sannsynet for at det blir med akkurat éin gut i gruppa.

Sannsynet er $\dfrac{44}{117}$ for at eit bestemt tal gutar blir med i gruppa.

b) Kor mange gutar blir det da med i gruppa?

Arne og Betsy går i klassen. Vi definerer desse hendingane:

A: Arne blir med i gruppa.

B: Betsy blir med i gruppa.

c) Forklar at $P(A\,|\,B) = \dfrac{\binom{1}{1}\cdot\binom{26}{3}}{\binom{27}{4}}$ og bestem sannsynet.

Oppgåve 3 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 6x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}} \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bruk produktregelen og kjerneregelen til å vise at

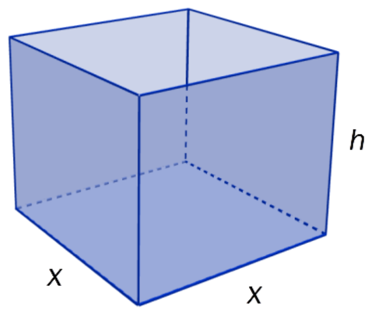
$$f'(x) = \frac{3}{2}(4 - x^2) \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$$

b) Teikn grafen til f' for $x \in \langle -6, 6 \rangle$.

c) Bruk grafen til f' til å bestemme eventuelle topp-, botn- og vendepunkt på grafen til f.

Oppgåve 4 (6 poeng)

Vi skal lage eit kar med form som eit rett prisme utan lokk. Grunnflata skal vere eit kvadrat med side x dm, og karet skal ha høgd h dm. Vi vil lage karet slik at det samla overflatearealet blir $12\ \text{dm}^2$.



a) Forklar at $x^2 + 4xh = 12$. Bestem eit uttrykk for h.

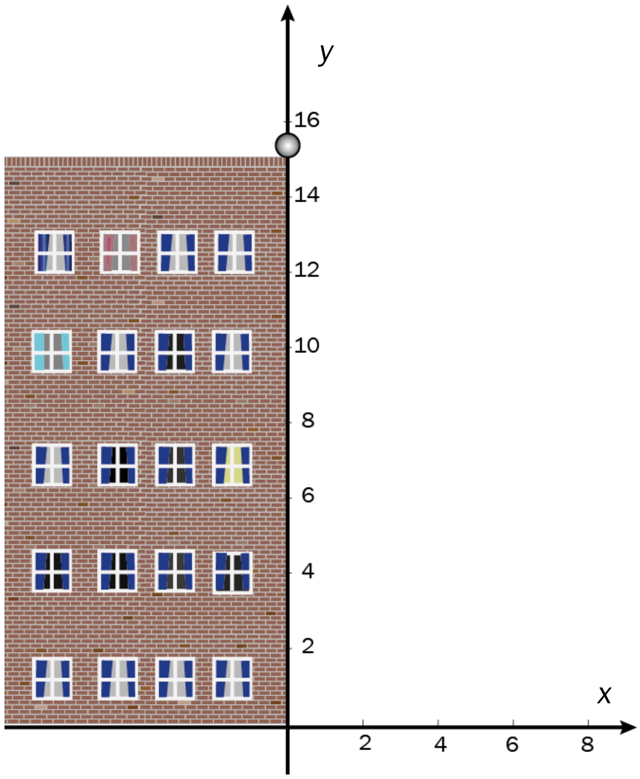
b) Bestem kva verdiar x kan ha.

c) Bestem eit uttrykk for volumet $V(x)$ av karet.

d) Vi ønskjer å fylle vatn i karet. Bestem ved rekning x slik at karet rommer mest mogleg vatn. Kor mange liter blir det da plass til?

Oppgåve 5 (7 poeng)

Ein liten ball trillar horisontalt utfor eit flatt tak, 15,0 m over bakken.



Posisjonsvektoren til ballen t sekund etter at han har forlate taket, er

$$\vec{r}(t) = \left[3t,\ 15 - 4{,}9t^2\right]$$

a) Kor lang tid tek det før ballen treffer bakken?

b) Teikn grafen til $\vec{r}$.

c) Bestem farten til ballen etter 0,8 s. Teikn inn fartsvektoren $\vec{v}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

d) Bestem akselerasjonen $\vec{a}(t)$. Teikn inn akselerasjonsvektoren $\vec{a}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

Oppgåve 6 (5 poeng)

Vi skal løyse likninga nedanfor med omsyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \quad x > 0 \ , \ n > 0$$

a) Vis at denne likninga kan omformast til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likninga vidare kan skrivast

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likninga i oppgåve b) til å bestemme x uttrykt ved n.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger
Andre opplysninger:	Kilder for bilder, tegninger osv. • Alle grafer og figurer: Utdanningsdirektoratet

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (4 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = \ln(x^2 + x)$

b) $g(x) = x \cdot e^x$

c) $h(x) = (x^2 + 3)^4$

Oppgave 2 (5 poeng)

Polynomfunksjonen P er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8 \quad , \quad D_P = \mathbb{R}$$

a) Det kan vises at alle heltallige løsninger av $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet (-8).
Bruk dette til å finne et nullpunkt.

b) Faktoriser $P(x)$ i førstegradsfaktorer.

c) Løs ulikheten $\dfrac{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}{x^2 - 1} \geq 0$

Oppgave 3 (4 poeng)

Vektorene $\vec{a} = [-2, 1]$, $\vec{b} = [3, 6]$ og $\vec{c} = [k-1, 4]$ er gitt, der $k \in \mathbb{R}$.

a) Bestem $-2\vec{a} + \vec{b}$ og $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ved regning.

b) Bestem k slik at $\vec{b} \parallel \vec{c}$.

c) Bestem k slik at $|\vec{c}| = |2\vec{a}|$

Oppgave 4 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bestem nullpunktene til f.

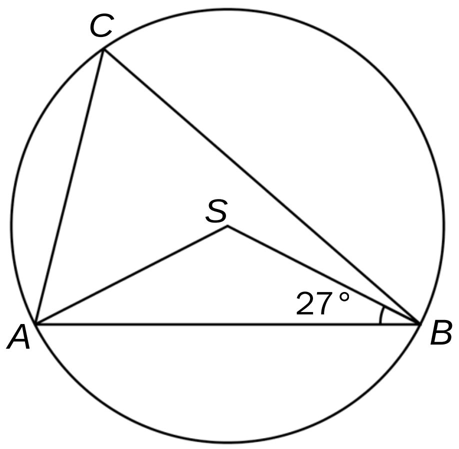
b) Bestem $f'(x)$. Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

c) Tegn en skisse av grafen til f for $x \in \langle -2, 2 \rangle$.

Oppgave 5 (2 poeng)

En $\triangle ABC$ er innskrevet i en sirkel med sentrum S der $\angle ABS = 27^\circ$.

Bestem $\angle ACB$ ved et geometrisk resonnement.



Oppgave 6 (3 poeng)

La p være et oddetall større enn 1.

a) Forklar at $\dfrac{p+1}{2}$ og $\dfrac{p-1}{2}$ begge er hele tall.

b) Regn ut $\left(\dfrac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{p-1}{2}\right)^2$.

Bruk resultatet til å skrive 151 som differansen mellom to kvadrattall.

Oppgave 7 (2 poeng)

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = x^x \quad , \quad x > 0$$

a) Forklar at vi kan skrive

$$h(x) = e^{x \cdot \ln x}$$

b) Bestem $h'(x)$.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Tre punkter $A(1, 3)$, $B(5, -1)$ og $C(4, 4)$ er gitt.

a) Bestem et punkt D på y-aksen slik at $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{BA}$.

b) La M være midtpunktet på BC. Bestem koordinatene til M.

Punktet P er gitt slik at $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MP}$.

c) Bestem ved regning koordinatene til P.

Oppgave 2 (6 poeng)

I en klasse er det 12 gutter og 16 jenter. Det skal trekkes ut en gruppe på 5 elever på en tilfeldig måte.

a) Bestem sannsynligheten for at det blir med akkurat én gutt i gruppen.

Sannsynligheten er $\frac{44}{117}$ for at et bestemt antall gutter blir med i gruppen.

b) Hvor mange gutter blir det da med i gruppen?

Arne og Betsy går i klassen. Vi definerer følgende hendelser:

A: Arne blir med i gruppen.

B: Betsy blir med i gruppen.

c) Forklar at $P(A \mid B) = \dfrac{\binom{1}{1} \cdot \binom{26}{3}}{\binom{27}{4}}$ og bestem sannsynligheten.

Oppgave 3 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=6x\cdot e^{-\frac{x^2}{8}} \quad , \quad D_f=\mathbb{R}$$

a) Bruk produktregelen og kjerneregelen til å vise at

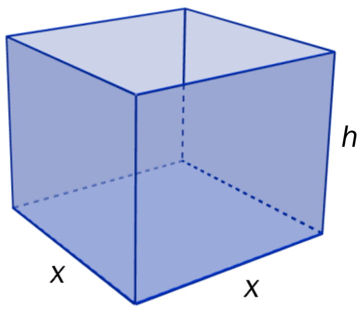
$$f'(x)=\frac{3}{2}(4-x^2)\cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$$

b) Tegn grafen til f' for $x\in\langle -6, 6\rangle$.

c) Bruk grafen til f' til å bestemme eventuelle topp-, bunn- og vendepunkter på grafen til f.

Oppgave 4 (6 poeng)

Vi skal lage et kar med form som et rett prisme uten lokk. Grunnflaten skal være et kvadrat med side x dm, og karet skal ha høyde h dm. Vi vil lage karet slik at det samlede overflatearealet blir $12\ \text{dm}^2$.



a) Forklar at $x^2+4xh=12$. Bestem et uttrykk for h.

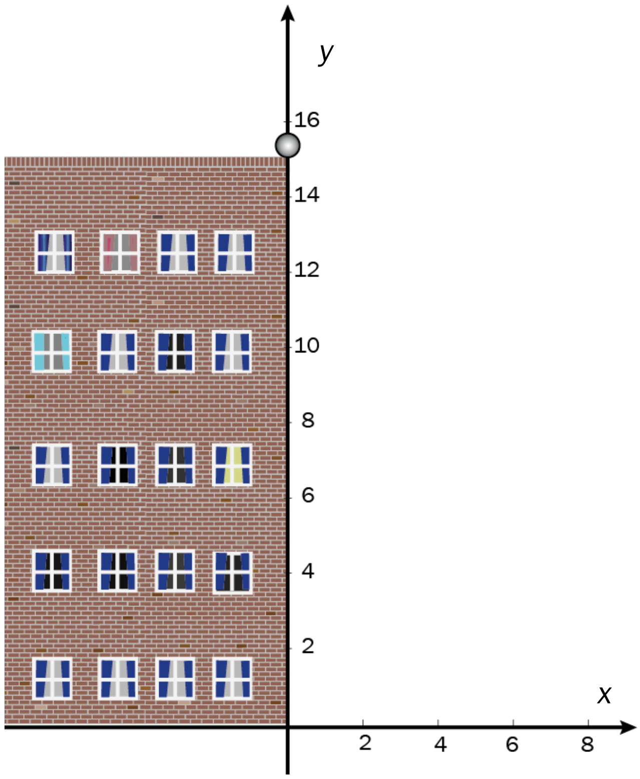
b) Bestem hvilke verdier x kan ha.

c) Bestem et uttrykk for volumet $V(x)$ av karet.

d) Vi ønsker å fylle vann i karet. Bestem ved regning x slik at karet rommer mest mulig vann. Hvor mange liter blir det da plass til?

Oppgave 5 (7 poeng)

En liten ball triller horisontalt utfor et flatt tak, 15,0 m over bakken.



Posisjonsvektoren til ballen t sekunder etter at den har forlatt taket, er

$$\vec{r}(t) = \left[3t,\ \ 15 - 4{,}9t^2\right]$$

a) Hvor lang tid tar det før ballen treffer bakken?

b) Tegn grafen til $\vec{r}$.

c) Bestem farten til ballen etter 0,8 s. Tegn inn fartsvektoren $\vec{v}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

d) Bestem akselerasjonen $\vec{a}(t)$. Tegn inn akselerasjonsvektoren $\vec{a}(0{,}8)$ i det aktuelle punktet på grafen til $\vec{r}$.

Oppgave 6 (5 poeng)

Vi skal løse likningen nedenfor med hensyn på x

$$n^n \cdot \left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = x^n \quad , \qquad x > 0 \ , \ n > 0$$

a) Vis at denne likningen kan omformes til

$$\lg\left(\frac{x}{n}\right)^{\lg x} = \lg\left(\frac{x}{n}\right)^n$$

b) Vis at likningen videre kan skrives

$$(\lg x - n) \cdot (\lg x - \lg n) = 0$$

c) Bruk likningen i oppgave b) til å bestemme x uttrykt ved n.

Blank side.

Blank side.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet