

# Eksamen

19.05.2014

REA3028 Matematikk S2

# Nynorsk

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
<b>Hjelpemiddel på Del 1:</b>	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar
<b>Hjelpemiddel på Del 2:</b>	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte:</b>	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2.  Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.  Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
<b>Rettleiing om vurderinga:</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing</li><li>– gjennomfører logiske resonnement</li><li>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar</li><li>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel</li><li>– vurderer om svar er rimelege</li><li>– forklarar framgangsmåtar og grunngir svar</li><li>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar</li></ul>
<b>Andre opplysningar:</b>	Kjelder for bilete, teikningar osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Alle grafar og figurar (Utdanningsdirektoratet)</li></ul>

# DEL 1

## Utan hjelpemiddel

### Oppgåve 1 (3 poeng)

Deriver funksjonane

a)  $f(x) = \frac{3}{x^2}$

b)  $g(x) = x \cdot e^{-4x}$

### Oppgåve 2 (3 poeng)

Funksjonen  $P$  er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4, \quad D_P = \mathbb{R}$$

a) Bestem  $P(2)$ .

b) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere  $P(x)$  i lineære faktorar.

### Oppgåve 3 (4 poeng)

a) Bestem summen av den aritmetiske rekkja  $3 + 6 + \dots + 300$ .

b) Bestem  $a_2$  slik at rekkja  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  blir aritmetisk når  $a_1 = 4$  og  $a_n = a_{n-2} + 8$ ,  $n \geq 3$ .

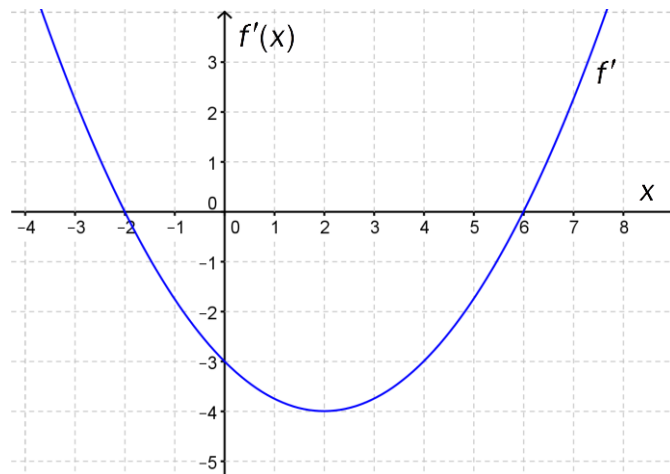
### Oppgåve 4 (3 poeng)

Ved ein konsert var billettprisen 100 kroner for vaksne, 50 kroner for barn og 60 kroner for pensjonistar. Det blei selt 80 billetter til konserten. Billetttinntektene var i alt 5 000 kroner. Det blei selt like mange billetter til barn som til vaksne og pensjonistar til saman.

Set opp eit likningssystem og bruk dette til å bestemme kor mange vaksne, kor mange barn og kor mange pensjonistar som kjøpte billett til konserten.

## Oppgave 5 (7 poeng)

Nedanfor ser du grafen til den deriverte av ein funksjon  $f$ .



- Bruk grafen til å bestemme  $x$ -koordinaten til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til  $f$ . Avgjør kvar grafen til  $f$  veks, og kvar han minkar.
- Punktet  $(4, 3)$  ligg på grafen til  $f$ . Bestem likninga til tangenten i dette punktet.
- Teikn forteiknslinja til  $f''(x)$ . Bruk denne til å bestemme  $x$ -koordinaten til vendepunktet på grafen til  $f$ .
- Lag ei mogleg skisse av grafen til  $f$ .

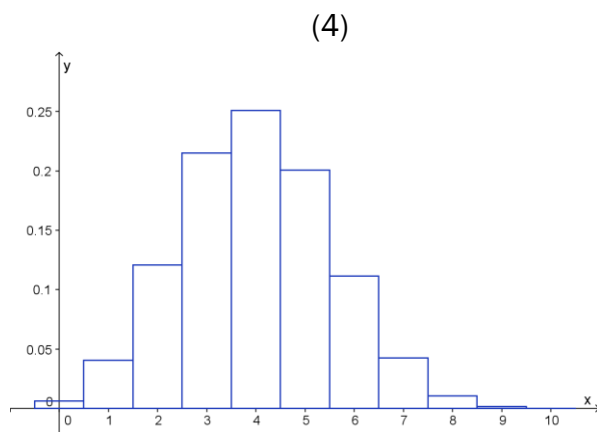
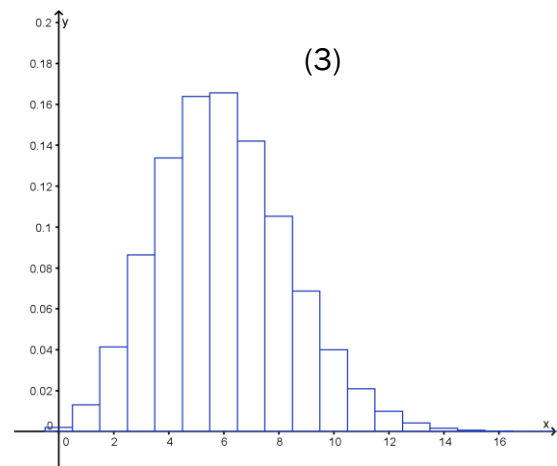
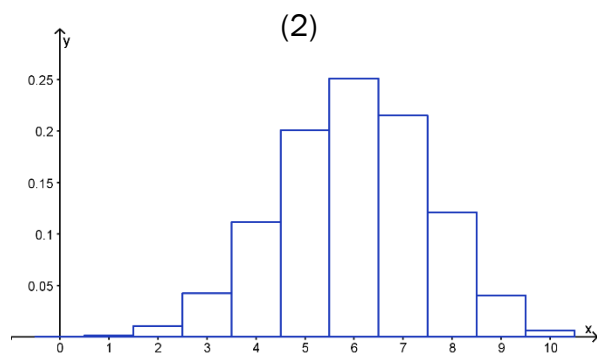
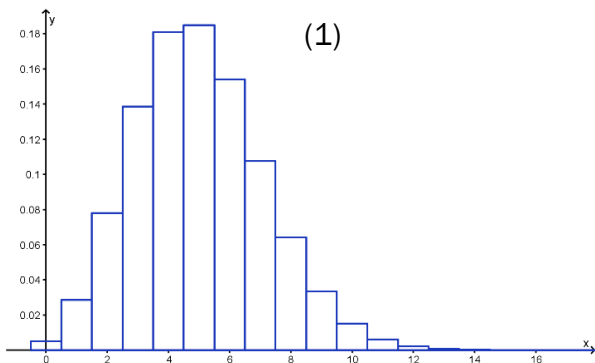
## Oppgåve 6 (4 poeng)

Figurane nedanfor viser fordelingane til dei fire binomiske variablane  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ .

Vi får opplyst at

- $X_1$  har 10 delforsøk og  $p = 0,6$  er sannsynet for suksess.
- $X_2$  har 100 delforsøk og  $p = 0,06$  er sannsynet for suksess.
- $X_3$  har 10 delforsøk og  $p = 0,4$  er sannsynet for suksess.
- $X_4$  har 50 delforsøk og  $p = 0,1$  er sannsynet for suksess.

a) Kva for ei av dei grafiske framstillingane nedanfor illustrerer  $X_1$ ? Avgjer også kva grafisk framstilling som illustrerer høvesvis  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ . Grunngi svara.



b) For den eine variabelen er  $P(X \geq 10) = 0,0775$ . Kva for variabel er dette?

c) Kva for ein av dei fire binomiske variablane har størst standardavvik?

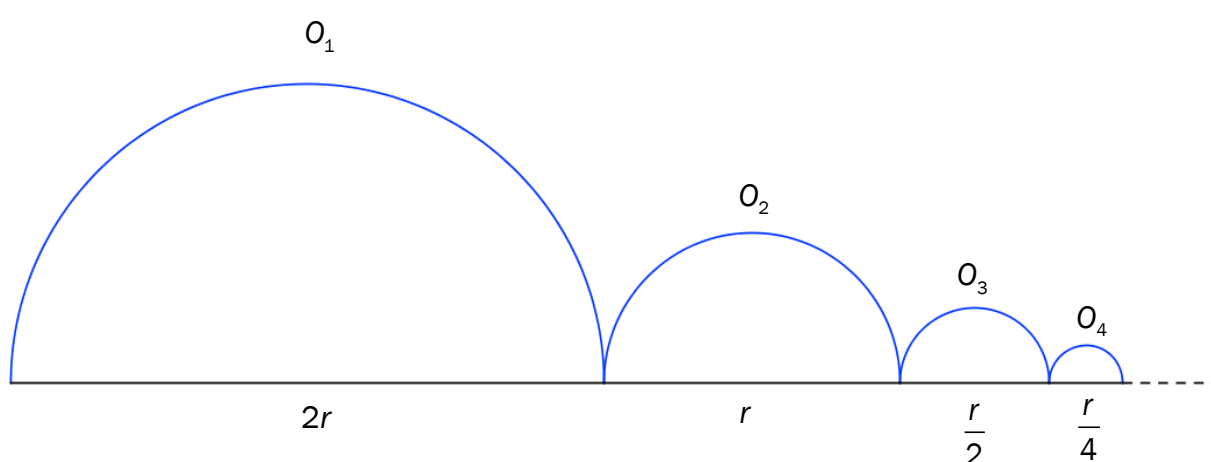
## DEL 2

### Med hjelpemiddel

#### Oppgåve 1 (3 poeng)

Langs ei linje har vi konstruert ei rekkje halvsirkklar som vist på figuren nedanfor. Diameteren til den første halvsirkelen er  $2r$ . Vidare er diameteren til den neste halvsirkelen halvparten av diameteren til den førre.

Vi lar  $O_n$  vere lengda av halvsirkelboge nummer  $n$ .



a) Forklar at  $O_1 + O_2 + O_3 + \dots$  blir ei uendeleg, geometrisk rekkje.

b) Bestem summen av rekkja i oppgåve a). Kommenter svaret.

#### Oppgåve 2 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser kor mange jerv som er registrert døde i nokre utvalde år.

Årstal	1990	1995	2000	2005	2010
Døde jerv	2	16	41	63	105

a) Bruk opplysningane i tabellen til å lage ein modell som viser talet på døde jerv  $x$  år etter 1990. Gi ei grunngiving for modellen din.

b) Kor mange jerv kan vi vente blir registrert døde i 2014 ifølgje modellen?

c) Kor mange jerv kan vi vente registrert døde til saman i åra 1990–2014?

### Oppgave 3 (8 poeng)

Ei bedrift produserer og sel ei vare. Ved ein marknadsanalyse har dei funne ut at når prisen er  $p$  kroner per eining, får dei selt  $x$  einingar av vara slik tabellen viser.

$x$	98	510	751	990
$p$	2200	2100	2050	2000

- a) Bruk lineær regresjon til å bestemme eit uttrykk  $p(x)$  for prisen  $p$ . Bruk dette til å bestemme eit uttrykk  $I(x)$  for inntektsfunksjonen  $I$ .

Bedrifta har funne ut at kostnadene  $K(x)$  (målt i kroner) ved produksjon og sal av  $x$  einingar er gitt ved

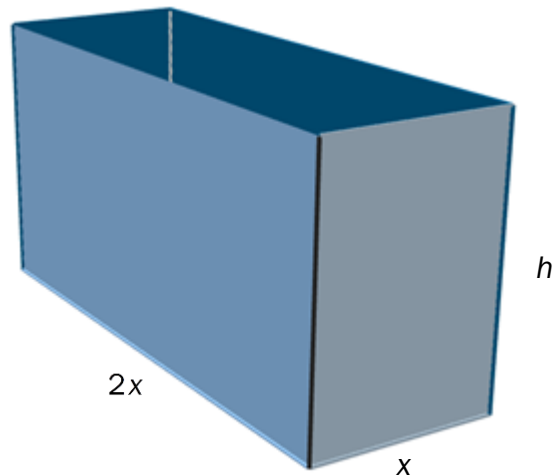
$$K(x) = 0,03x^2 + 15x + 605\,000$$

- b) Bestem grenseinntektene og grensekostnadene ved produksjon og sal av 3 000 einingar. Forklar korleis vi ut frå dette kan avgjere om bedrifta bør auke eller redusere produksjonsmengda.
- c) Løys ulikskapen  $I'(x) > K'(x)$ . Kva fortel svaret oss?
- d) Kor mange einingar må bedrifta produsere og selje for at overskotet skal bli størst mogleg?

### Oppgåve 4 (6 poeng)

Ei bedrift har fått bestilling på ein container som skal ha form som eit rett prisme utan lokk. Volumet til containerane skal vere  $10 \text{ m}^3$ . Lengda skal vere dobbelt så stor som breidda.

Vi lar høgda vere  $h$  m, breidda  $x$  m og lengda  $2x$  m. Sj  skissa nedanfor.



a) Vis at høgda  $h$  av containeren er gitt ved

$$h = \frac{5}{x^2}$$

Materialet til botnen kostar 100 kroner per kvadratmeter. Materialet til dei fire sidene kostar 60 kroner per kvadratmeter.

b) Vis at kostnadene kan skrivast som

$$K(x) = 200x^2 + \frac{1800}{x}$$

c) Bestem lengd, breidd og høgd i containeren slik at kostnadene ved å produsere containeren blir minst mogleg.

Bestem den minste kostnaden ved å produsere containeren.



## Oppgave 5 (5 poeng)

I sikkerheitskontrollen på ein flyplass blir i gjennomsnitt kvar tiande passasjer tilfeldig trekt ut for ein grundigare kontroll. Om éin passasjer blir trekt ut, kan vi sjå på det som eit binomisk forsøk med  $p = 0,10$ .

- a) Bestem sannsynet for at tre gitte personar som går etter kvarandre gjennom sikkerheitskontrollen, blir trekte ut.

Vi lar  $X$  vere talet på dei som blir trekte ut av 1000 passasjerar.

- b) Bestem forventingsverdien  $E(X)$  og standardavviket  $SD(X)$ .

Flyplasspersonalet har ein mistanke om at for mange personar blir trekte ut. Av 1000 passasjerar viste det seg at 110 blei trekte ut.

- c) Set opp ein hypotesetest med signifikansnivå 5 %. Avgjer om flyplasspersonalet har grunn til mistanke.

## Oppgave 6 (6 poeng)

Frida ønskjer å kjøpe ein ny PC som kostar 7 995 kroner. Butikken tilbyr henne å kjøpe PC-en på avbetaling. Ho må da betale 36 like store månadlege beløp. Det første skal ho betale om éin måned. Den månadlege renta er 1,6 %. I tillegg må ho betale eit eingongsgebyr på 30 kroner.

- a) Forklar at dersom terminbeløpet er  $x$  kroner, så vil

$$\frac{x}{1,016} + \frac{x}{1,016^2} + \dots + \frac{x}{1,016^{36}} = 8025$$

Løys denne likninga.

Frida vurderer å låne pengane i banken i staden. Der må ho betale 289 kroner kvar måned i 36 månader. Ho må betale det første beløpet éin måned etter at ho har teke opp lånet.

- b) Kva månadleg rente (i prosent) får ho i banken?

Venninna Elise har spart 650 kroner kvar måned til ein slik PC. Sparekontoen har ei fast månadleg rente. I dag, like etter den 12. innbetalinga, har ho 8 107 kroner på kontoen.

- c) Bestem den månadlege renta (i prosent) Elise fekk i banken.

## Oppgave 7 (3 poeng)

Ein type tablett inneheld 60 mg av eit bestemt stoff. Når ein pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengda av stoffet bli halvert i løpet av seks timar.

Ein pasient får éin tablett kvar tolvte time.

Kor mange milligram av stoffet vil maksimalt samlast i kroppen etter lang tids bruk?

## Bokmål

<b>Eksamensinformasjon</b>	
<b>Eksamenstid:</b>	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
<b>Hjelpemidler på Del 1:</b>	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler
<b>Hjelpemidler på Del 2:</b>	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
<b>Framgangsmåte:</b>	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.  Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.  Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
<b>Veiledning om vurderingen:</b>	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du <ul style="list-style-type: none"><li>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse</li><li>– gjennomfører logiske resonnementer</li><li>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner</li><li>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler</li><li>– vurderer om svar er rimelige</li><li>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar</li><li>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger</li></ul>
<b>Andre opplysninger:</b>	Kilder for bilder, tegninger osv. <ul style="list-style-type: none"><li>• Alle grafer og figurer (Utdanningsdirektoratet)</li></ul>

## DEL 1 Uten hjelpemidler

### Oppgave 1 (3 poeng)

Deriver funksjonene

a)  $f(x) = \frac{3}{x^2}$

b)  $g(x) = x \cdot e^{-4x}$

### Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen  $P$  er gitt ved

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4, \quad D_P = \mathbb{R}$$

a) Bestem  $P(2)$ .

b) Bruk polynomdivisjon til å faktorisere  $P(x)$  i lineære faktorer.

### Oppgave 3 (4 poeng)

a) Bestem summen av den aritmetiske rekken  $3 + 6 + \dots + 300$

b) Bestem  $a_2$  slik at rekken  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  blir aritmetisk når  $a_1 = 4$  og  $a_n = a_{n-2} + 8$ ,  $n \geq 3$ .

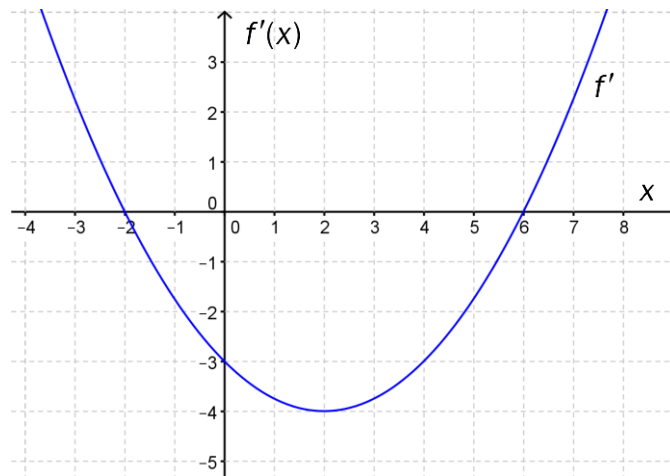
### Oppgave 4 (3 poeng)

Ved en konsert var billettprisen 100 kroner for voksne, 50 kroner for barn og 60 kroner for pensjonister. Det ble solgt 80 billetter til konserten. Billettinntektene var i alt 5 000 kroner. Det ble solgt like mange billetter til barn som til voksne og pensjonister til sammen.

Sett opp et likningssystem og bruk dette til å bestemme antall voksne, antall barn og antall pensjonister som kjøpte billett til konserten.

## Oppgave 5 (7 poeng)

Nedenfor ser du grafen til den deriverte av en funksjon  $f$ .



- Bruk grafen til å bestemme x-koordinaten til eventuelle topp- og bunnpunkt på grafen til  $f$ . Avgjør hvor grafen til  $f$  vokser, og hvor den minker.
- Punktet  $(4, 3)$  ligger på grafen til  $f$ . Bestem likningen til tangenten i dette punktet.
- Tegn fortegnslinjen til  $f''(x)$ . Bruk denne til å bestemme x-koordinaten til vendepunktet på grafen til  $f$ .
- Lag en mulig skisse av grafen til  $f$ .

## Oppgave 6 (4 poeng)

Figurene nedenfor viser fordelingene til de fire binomiske variablene  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ .

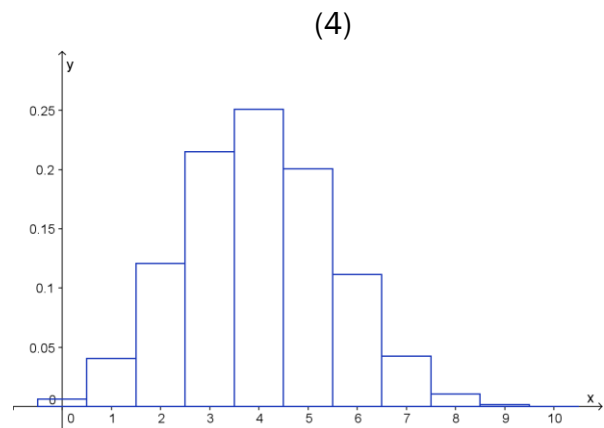
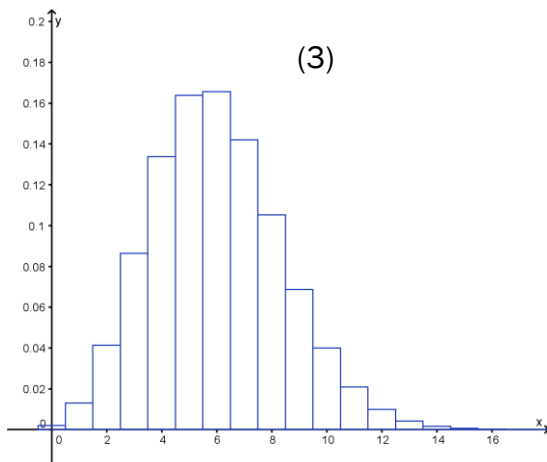
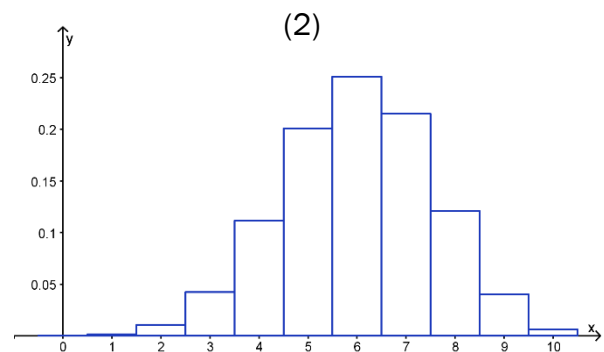
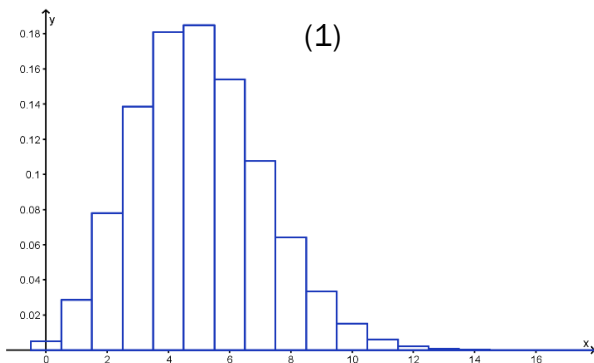
Vi får opplyst at

- $X_1$  har 10 delforsøk og  $p = 0,6$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_2$  har 100 delforsøk og  $p = 0,06$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_3$  har 10 delforsøk og  $p = 0,4$  er sannsynligheten for suksess.
- $X_4$  har 50 delforsøk og  $p = 0,1$  er sannsynligheten for suksess.

a) Hvilken av de grafiske framstillingene nedenfor illustrerer  $X_1$ ?

Avgjør også hvilken grafisk framstilling som illustrerer henholdsvis  $X_2$ ,  $X_3$  og  $X_4$ .

Begrunn svarene.



b) For den ene variabelen er  $P(X \geq 10) = 0,0775$ . Hvilken variabel er dette?

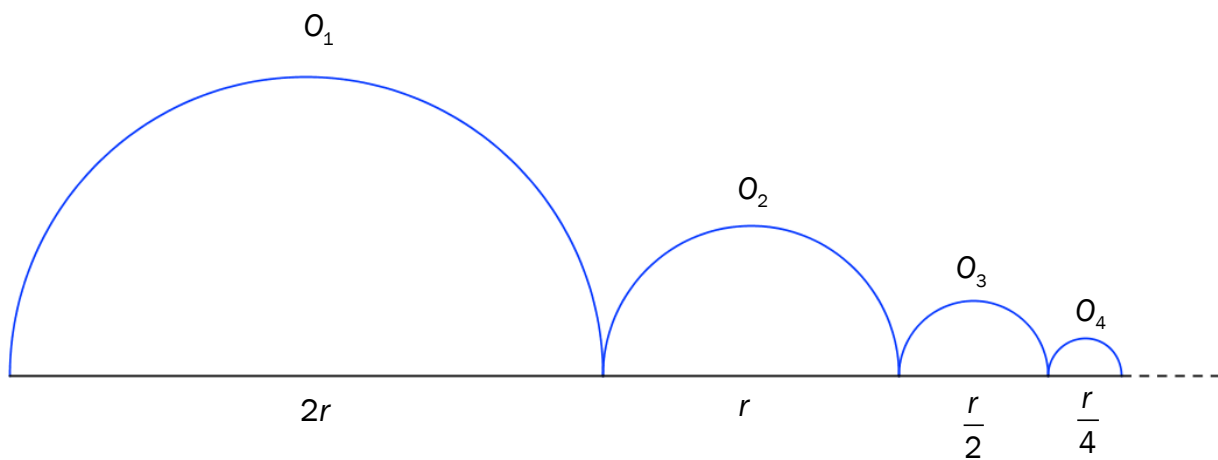
c) Hvilken av de fire binomiske variablene har størst standardavvik?

## DEL 2 Med hjelpemidler

### Oppgave 1 (3 poeng)

Langs en linje har vi konstruert en rekke halvsirkler som vist på figuren nedenfor. Diameteren til den første halvsirkelen er  $2r$ . Videre er diameteren til den neste halvsirkelen halvparten av diameteren til den foregående.

Vi lar  $O_n$  være lengden av halvsirkelbue nummer  $n$ .



- Forklar at  $O_1 + O_2 + O_3 + \dots$  blir en uendelig, geometrisk rekke.
- Bestem summen av rekken i oppgave a). Kommenter svaret.

### Oppgave 2 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser antall jerv som er registrert døde i noen utvalgte år.

Årstall	1990	1995	2000	2005	2010
Antall døde jerv	2	16	41	63	105

- Bruk opplysningene i tabellen til å lage en modell som viser antall døde jerv  $x$  år etter 1990. Gi en begrunnelse for modellen din.
- Hvor mange jerv kan vi forvente blir registrert døde i 2014 ifølge modellen?
- Hvor mange jerv forventes registrert døde til sammen i årene 1990–2014?

### Oppgave 3 (8 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. Ved en markedsanalyse har de funnet ut at når prisen er  $p$  kroner per enhet, får de solgt  $x$  enheter av varen slik tabellen viser.

$x$	98	510	751	990
$p$	2200	2100	2050	2000

- a) Bruk lineær regresjon til å bestemme et uttrykk  $p(x)$  for prisen  $p$ . Bruk dette til å bestemme et uttrykk  $I(x)$  for inntektsfunksjonen  $I$ .

Bedriften har funnet ut at kostnadene  $K(x)$  (målt i kroner) ved produksjon og salg av  $x$  enheter er gitt ved

$$K(x) = 0,03x^2 + 15x + 605\,000$$

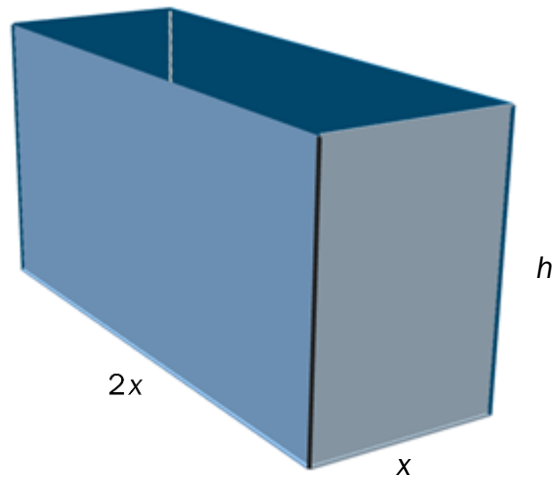
- b) Bestem grenseinntektene og grensekostnadene ved produksjon og salg av 3 000 enheter. Forklar hvordan vi ut fra dette kan avgjøre om bedriften bør øke eller redusere produksjonsmengden.
- c) Løs ulikheten  $I'(x) > K'(x)$ . Hva forteller svaret oss?
- d) Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig?



#### Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift har fått bestilling på en container som skal ha form som et rett prisme uten lokk. Volumet til containerne skal være  $10 \text{ m}^3$ . Lengden skal være dobbelt så stor som bredden.

Vi lar høyden være  $h$  m, bredden  $x$  m og lengden  $2x$  m. Se skissen nedenfor.



a) Vis at høyden  $h$  av containeren er gitt ved

$$h = \frac{5}{x^2}$$

Materialet til bunnen koster 100 kroner per kvadratmeter. Materialet til de fire sidene koster 60 kroner per kvadratmeter.

b) Vis at kostnadene kan skrives som

$$K(x) = 200x^2 + \frac{1800}{x}$$

c) Bestem lengde, bredde og høyde i containeren slik at kostnadene ved å produsere containeren blir minst mulig.

Bestem den minste kostnaden ved å produsere containeren.

## Oppgave 5 (5 poeng)

I sikkerhetskontrollen på en flyplass blir i gjennomsnitt hver tiende passasjer tilfeldig trukket ut for en grundigere kontroll. Om én passasjer blir trukket ut, kan vi se på som et binomisk forsøk med  $p = 0,10$ .

- a) Bestem sannsynligheten for at tre gitte personer som går etter hverandre gjennom sikkerhetskontrollen, blir trukket ut.

Vi lar  $X$  være antallet som blir trukket ut av 1000 passasjerer.

- b) Bestem forventningsverdien  $E(X)$  og standardavviket  $SD(X)$ .

Flyplasspersonalet har en mistanke om at for mange personer blir trukket ut. Av 1000 passasjerer viste det seg at 110 ble trukket ut.

- c) Sett opp en hypotesetest med signifikansnivå 5 %. Avgjør om flyplasspersonalet har grunn til mistanke.

## Oppgave 6 (6 poeng)

Frida ønsker å kjøpe en ny PC som koster 7 995 kroner. Butikken tilbyr henne å kjøpe PC-en på avbetaling. Hun må da betale 36 like store månedlige beløp. Det første skal hun betale om én måned. Den månedlige renten er 1,6 %. I tillegg må hun betale et engangsgebyr på 30 kroner.

- a) Forklar at dersom terminbeløpet er  $x$  kroner, så vil

$$\frac{x}{1,016} + \frac{x}{1,016^2} + \dots + \frac{x}{1,016^{36}} = 8025$$

Løs denne likningen.

Frida vurderer å låne pengene i banken i stedet. Der må hun betale 289 kroner hver måned i 36 måneder. Hun må betale første beløp én måned etter at hun har tatt opp lånet.

- b) Hvilken månedlig rente (i prosent) får hun i banken?

Venninnen Elise har spart 650 kroner hver måned til en slik PC. Sparekontoen har en fast månedlig rente. I dag, like etter den 12. innbetalingen, har hun 8 107 kroner på kontoen.

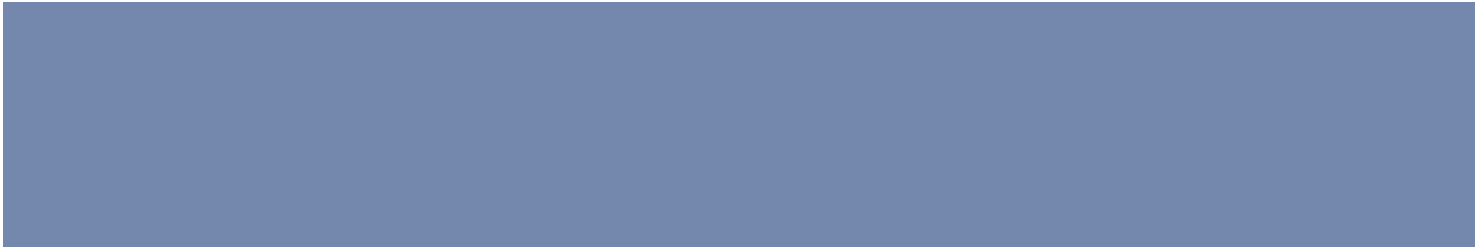
- c) Bestem den månedlige renten (i prosent) Elise fikk i banken.

## Oppgave 7 (3 poeng)

En type tablett inneholder 60 mg av et bestemt stoff. Når en pasient har dette stoffet i kroppen, vil mengden av stoffet bli halvert i løpet av seks timer.

En pasient får én tablett hver tolvte time.

Hvor mange milligram av stoffet vil maksimalt samles i kroppen etter lang tids bruk?



Schweigaards gate 15  
Postboks 9359 Grønland  
0135 OSLO  
Telefon 23 30 12 00  
[www.utdanningsdirektoratet.no](http://www.utdanningsdirektoratet.no)